Quaderni del **DIEM – GMA**

Atti di giornate di studio – 3

A cura di:
U. Meneghetti , A. Maggiore , V. Parenti Castelli

Coordinatore di redazione:
Alessandro Zanarini

DIEM
Dipartimento di Ingegneria delle
Costruzioni Meccaniche, Nucleari, Aeronautiche e di Metallurgia
www.diem.unibo.it

GMA
Gruppo di Meccanica Applicata
http://wpage.unina.it/dellaval/GMA/GMA_home.htm

Terza giornata di studio Ettore Funaioli

16 luglio 2009

A cura di:

Umberto Meneghetti, Alberto Maggiore e Vincenzo Parenti Castelli



Terza giornata di studio Ettore Funaioli - 16 luglio 2009 /
A cura di Umberto Meneghetti, Alberto Maggiore e Vincenzo Parenti Castelli
Bologna: 2010 - p. 370; 17 cm.

ISBN 978-88-902128-8-8

Versione elettronica disponibile alla pagina
http://amsacta.cib.unibo.it/2771/

Stampa a richiesta eseguita da:
Asterisco Snc Tipografia Digitale
Via Belle Arti, 31 a/b – 40126 Bologna
Tel 051 236866 – Fax 051 261105
mail: grafica@asteriscosnc.it
www.asteriscosnc.it

INDICE

PREFAZIONE

La prima "Giornata di studio Ettore Funaioli" del 18 luglio 2007 è stata illustrata da 13 memorie, la Seconda, del 18 luglio 2008, e la Terza, del 16 luglio 2009, entrambe da 24 memorie. Ai Ricercatori di Meccanica dell'Emilia Romagna si sono aggiunti nel 2009 alcuni Ricercatori della Toscana e del Veneto. A tutti i partecipanti va il nostro più cordiale ringraziamento: a loro si deve per intero il successo della manifestazione.

La crescente adesione di amici ed allievi – di prima e di seconda generazione – alle Giornate di Studio intitolate a Ettore Funaioli, confermano l'alta considerazione per la sua figura sotto l'aspetto sia scientifico, sia umano. Conferma anche il diffuso bisogno di ritrovarsi fra colleghi ed amici che si stimano e si apprezzano, per fare tutti partecipi dei risultati scientifici e dei comuni problemi che incontriamo nella nostra attività quotidiana.

È motivo di grande soddisfazione constatare la qualità scientifica e il costante impegno dei Ricercatori di Meccanica che hanno voluto partecipare alla Terza Giornata: il buon seme ha trovato buona terra e dà buon frutto.

È da ricordare che la Giornata ha visto anche il conferimento del Premio di Laurea "Ettore Funaioli" per l'anno 2008, consegnato dai familiari del Prof. Funaioli alla Dott.ssa Ing. Benedetta Baldisserri.

La Giornata ha potuto svolgersi grazie anche alla collaborazione della Facoltà di Ingegneria dell'Alma Mater Studiorum e del DIEM - Dipartimento di Ingegneria delle Costruzioni meccaniche, nucleari, aeronautiche e di Metallurgia. Ringraziamo vivamente il Preside della Facoltà, Prof. Pier Paolo Diotallevi, e il Direttore del DIEM, Prof. Emilio Ferrari, che hanno consentito queste collaborazioni ed hanno voluto aprire la Giornata porgendo il loro saluto ai partecipanti.

Desideriamo infine ringraziare il Prof. Luca Tomesani per il suo prezioso intervento nell'organizzazione della Giornata e l'Ing. Alessandro Zanarini che ha svolto l'oneroso compito di raccogliere ed organizzare le memorie per questo volume.

Bologna, 30 aprile 2010

Umberto Meneghetti – Alberto Maggiore – Vincenzo Parenti Castelli

IL TECNOPOLO REGIONALE PER LA MECCANICA DELLA PROVINCIA DI MODENA: STRUTTURE, ORGANIZZAZIONE, OBIETTIVI

Angelo O. Andrisano
Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Civile,
Università di Modena e Reggio Emilia, Italia
E-mail: angelo.andrisano@unimore.it

Francesco Leali,
Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Civile,
Università di Modena e Reggio Emilia, Italia
E-mail: francesco.leali@unimore.it

Marcello Pellicciari,
Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Civile,
Università di Modena e Reggio Emilia, Italia
E-mail: marcello.pellicciari@unimore.it

Alberto Vergnano
Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Civile,
Università di Modena e Reggio Emilia, Italia
E-mail: alberto.vergnano@unimore.it

Sommario. *Il presente articolo descrive la struttura, l'organizzazione e gli obiettivi di ricerca industriale del Tecnopolo regionale per la meccanica della provincia di Modena, contestualizzandolo rispetto al sistema produttivo del territorio. Il Tecnopolo ha come principale finalità quella di rispondere efficacemente ai bisogni delle imprese attraverso la creazione di organi di gestione e di supervisione scientifica che consentano la condivisione delle problematiche di ricerca, la costituzione di gruppi di ricerca trasversali e la definizione di politiche comuni a più enti di ricerca ed il trasferimento tecnologico dall'Accademia all'Industria. Il Tecnopolo modenese persegue, dunque, obiettivi di ricerca che, senza perdere la propria natura scientifica, possano essere condivisi dalle realtà aziendali più intraprendenti ed attente allo sviluppo tecnologico, soprattutto da chi opera nei maggiori settori industriali dell'Emilia Romagna connessi con l'Alta Meccanica: automotive, meccatronica, micro e nanotecnologie, energetica, ICT, design industriale, biomedicale, ceramica. I maggiori ambiti d'azione riguardano la simulazione, la verifica e la simulazione di prodotti e processi industriali, a partire dai sistemi di trasmissione a ingranaggi fino ai motori ad alte prestazioni, dai componenti meccanici strutturali più raffinati ai processi di produzione robotizzati e automatizzati.*

Parole chiave: *Ricerca Industriale, Tecnopolo Modena, Laboratorio INTERMECH*

1. INTRODUZIONE

Il sistema produttivo della provincia modenese si basa su di un modello di specializzazione settoriale piuttosto diversificato, con un'importante caratterizzazione sulle industrie trainanti identificate dalla Regione Emilia Romagna in meccanica, agroalimentare, biomedicale, edilizia e sistema moda.

L'intersezione fra industrie trainanti e territorio evidenzia e conferma la tendenza alla concentrazione settoriale: meccanica a Modena, ceramica a Sassuolo, biomedicale a Mirandola, sistema moda a Carpi, agroalimentare e meccanica a Vignola; la dislocazione delle nuove attività di servizi avanzati all'impresa e dell'ICT si sviluppano principalmente su Modena e, con dimensioni minori, sui Comuni di Carpi, Mirandola, Sassuolo e Vignola.

La struttura produttiva della provincia, dunque, porta alla progettazione di un Tecnopolo da configurarsi come un polo di eccellenza per la conoscenza tecnica, tecnologica, industriale, dell'innovazione attraverso una serie di interventi destinati a potenziare la capacità di offerta di trasferimento tecnologico dell'Università e delle altre strutture orientate alla conoscenza, radicandole e valorizzandole non solo come strutture di "servizio", ma anche come "componenti" fondamentali del territorio della provincia modenese [1].

Data la natura policentrica del tessuto economico modenese, per cui le filiere produttive si concentrano prevalentemente su alcuni territori piuttosto che su altri, una struttura efficace di ricerca industriale non può prescindere dalla realizzazione di nodi terminali di interfaccia fra mondo della ricerca e mondo delle imprese, da collocare in ciascun nodo territoriale dove si concentra la filiera, come mostrato in Fig. (1).

A sostegno delle attività di ricerca industriale del territorio organizzate all'interno del Tecnopolo modenese, è stato creato già a fine 2008 "InterMech", Interlaboratorio per la Meccanica Avanzata della Regione Emilia Romagna [2]. Il laboratorio ha sede presso il Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Civile dell'Università di Modena e Reggio Emilia ed è nato dall'aggregazione dei laboratori regionali LAV (acustica e vibrazioni), MECTRON (meccatronica), SIMECH (simulazione meccanica e progettazione integrata), SUP&RMAN (superfici) e dei centri servizi CITTAMEC (Democentersipe) e REI (Reggio Emilia Innovazione), a seguito del processo di aggregazione in Associazione Temporanea di Scopo, a scadenza metà 2010, di una serie di strutture di ricerca industriale [3]. I laboratori regionali avevano iniziato ad operare attraverso una struttura a rete nel 2005, grazie all'impegno organizzativo ed economico dei Dipartimenti dell'Ateneo di Modena e Reggio Emilia e della Regione Emilia Romagna [4] e hanno dimostrato nel tempo la propria solidità strutturale e l'efficacia delle proprie azioni in termini di risultati ottenuti e capacità di interagire con il territorio.

Alla scadenza del periodo di finanziamento regionale è apparsa prioritaria ai coordinatori dei laboratori e dei centri coinvolti, la necessità di consolidare la rete attraverso la costituzione di un polo regionale della Meccanica che, grazie ad una struttura a rete ed una massa critica adeguata, potesse affrontare alcuni dei principali problemi tecnici e tecnologici posti dall'industria moderna, a partire dall'armonizzazione e dalla sinergia di competenze specialistiche nel campo della Meccanica Avanzata.

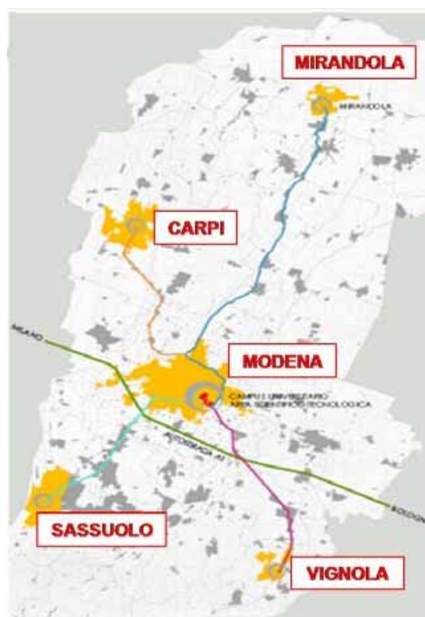


Figura 1. La struttura industriale policentrica del territorio modenese.

Il primo obiettivo del laboratorio InterMech è la razionalizzazione delle tematiche e delle attività di ricerca, attraverso la creazione di organi di gestione e di supervisione scientifica che possano portare alla condivisione delle problematiche, alla costituzione di gruppi di ricerca trasversali ed alla definizione di politiche comuni che consentano di ottimizzare gli investimenti in funzione di una maggiore efficienza gestionale ed efficacia delle soluzioni proposte.

In secondo luogo InterMech lavora per creare una struttura che sia fortemente radicata a livello locale e regionale, ma che raggiunga la forza di proporsi sia a livello nazionale che internazionale grazie a quella riconoscibilità necessaria per potersi proporre come autorevole interlocutore sia per PMI sia per gruppi internazionali.

Infatti la priorità del laboratorio InterMech è quella di sviluppare una struttura di ricerca applicata economicamente autosufficiente, in grado di realizzare efficacemente azioni di ricerca industriale e trasferimento tecnologico, perseguendo obiettivi che, senza perdere la propria natura scientifica, possano essere appetibili per l'industria, guidando le realtà aziendali più intraprendenti e attente allo sviluppo tecnologico verso la creazione di innovazione.

Per perseguire tali obiettivi InterMech riunisce, come mostrato in Fig. (2), 15 enti di ricerca (dipartimenti universitari e centri di ricerca pubblici o privati) organizzati su 6 linee progettuali, tra cui la gestione organizzativa del laboratorio e la valorizzazione dei risultati.



Figura 2. La composizione del laboratorio per la Meccanica Avanzata InterMech.

Dal punto di vista della ricerca, attraverso l'azione di un Comitato Tecnico Scientifico, il laboratorio indaga problematiche connesse con la diagnostica e l'ottimizzazione vibro-acustica, il controllo attivo di rumore e vibrazioni, con le tecnologie oleodinamiche per la meccatronica, le tecnologie meccatroniche by-wire, i fattori umani, i materiali ed i dispositivi per la meccatronica, la diagnostica e la manutenzione in meccatronica, con i metodi avanzati per la progettazione, la modellazione e l'ottimizzazione di prodotti e processi industriali (con particolare riferimento al Sistema Veicolo), con l'analisi delle proprietà meccaniche dei materiali e dei fenomeni di attrito ed usura alla multi-scala, i rivestimenti e trattamenti superficiali alla micro-nano scala, l'ingegnerizzazione di rivestimenti alla macro-micro scala.

A garanzia dell'imparzialità del laboratorio nei confronti del mercato, nessuna azienda è stata volutamente ammessa all'interno dell'aggregazione, sebbene siano presenti all'interno del management figure aziendali di consulenza ed indirizzo delle attività. Il forte supporto aziendale è comunque dimostrato dalle numerose attività realizzate in collaborazione con aziende del territorio operanti nei più svariati settori industriali connessi con la Meccanica Avanzata.

2. STRUTTURE

Il Tecnopolo modenese coinvolge, oltre all'Università di Modena e Reggio Emilia, che funge da centro delle attività di ricerca, diverse amministrazioni locali del territorio modenese – Provincia di Modena, Comune di Modena, Comuni di Spilamberto, Vignola e Savignano sul Panaro – ed importanti partner sostenitori e finanziatori come la Camera di Commercio, Industria, Artigianato e Agricoltura di Modena, il centro servizi Democenter-Sipe S.c.r.l., l'Ordine degli Ingegneri e l'Ordine degli Architetti di Modena.

La localizzazione del Tecnopolo modenese si articola su un'area principale, adiacente alle Facoltà Tecnico-Scientifiche e al Policlinico di Modena, e su due nodi esterni. Il primo di questi riguarda il prolungamento verso Sud del Tecnopolo, realizzato attraverso il consolidamento e lo sviluppo del Parco Tecnologico ex-Sipe e della Strada dell'Innovazione. Tale progetto coinvolge i comuni di Vignola, Spilamberto e Savignano sul Panaro e prevede la realizzazione di nuove strutture da destinarsi all'accoglienza degli spin-off di secondo livello del Tecnopolo, favorendo la crescita di attività imprenditoriali innovative e ad alto contenuto tecnologico. Il secondo nodo esterno prevede la ristrutturazione della storica area urbana sede delle Ex-Fonderie, con la conseguente

riqualificazione di parte della fascia ferroviaria della città di Modena. Rispondendo ad un esplicito bisogno espresso dal territorio modenese, tale area è destinata ad accogliere il centro D.A.S.T (Design, Arte, Scienza, Tecnica), struttura dedicata ad attività di ricerca scientifica e formazione sui temi del design industriale e della Realtà Virtuale. A questi si aggiungono un progetto destinato alla ricerca industriale ed al trasferimento tecnologico per la filiera ceramica sul territorio di Sassuolo e appositi sportelli di supporto al trasferimento tecnologico e di interfaccia con il sistema della ricerca industriale per il biomedicale di Mirandola e il sistema moda di Carpi, come mostrato in Fig. (3).

Il principale intervento strutturale legato alla costituzione del Tecnopolo modenese riguarda l'ampliamento del Campus di Ingegneria. Il complesso, infatti, costituisce una sorta di elemento conclusivo del polo universitario già collegato al Policlinico, ponendosi, in prospettiva, come "ponte urbano" di collegamento con le previste espansioni del sistema Città-Università verso l'esterno. In tale ottica il Campus verrà innanzitutto ampliato attraverso l'edificazione di una nuova area, detta "Area Innovazione", destinata ad accogliere il management del Tecnopolo, l'ufficio ILO (Industrial Liaison Office) dell'Università di Modena e Reggio Emilia, Democenter-Sipe S.c.r.l., l'incubatore di primo livello per imprese innovative MoReCube, e, presumibilmente, anche gli Ordini degli Ingegneri e degli Architetti di Modena. La costruzione dell'edificio deriva principalmente dalla necessità di creare all'interno della città un punto di accesso unico e facilmente raggiungibile per tutte le attività di supporto e consulenza che da anni agiscono sul territorio per creare l'incontro tra Impresa e Mondo della Ricerca. Inoltre il progetto Tecnopolo prevede l'allargamento dei laboratori meccanici pesanti destinati alle attività di ricerca dei Dipartimenti di Ingegneria all'interno, secondo quanto mostrato in Fig. (4).

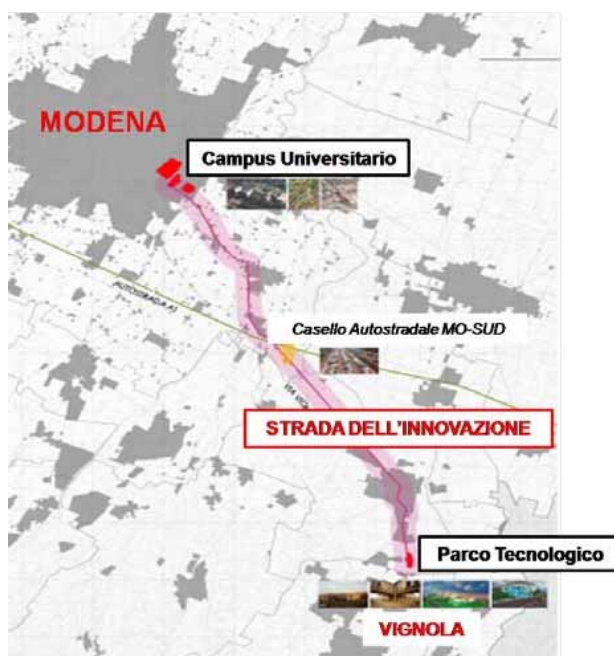


Figura 3. La localizzazione del Tecnopolo sul territorio modenese.



Figura 4. Il progetto di ampliamento del campus di Ingegneria di Modena.

3. ORGANIZZAZIONE

Il sistema organizzativo del Tecnopolo è basato sul "Centro Interdipartimentale per la Ricerca Applicata e i Servizi nel Settore della Meccanica Avanzata e della Motoristica" (in breve centro InterMech - MO.RE.), struttura di durata triennale promossa dai Dipartimenti di Ingegneria Meccanica e Civile (progetto SIMECH), di Ingegneria dei Materiali (progetto MatMech), di Ingegneria dell'Informazione (progetto Softech), di Scienze e Metodi dell'Ingegneria (progetto MECTRON), di Fisica (progetto SUP&RMAN) [5].

Il Centro, con sede legale presso il Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Civile di Modena, è diretto da un Consiglio, composto da un rappresentante – professore di ruolo o ricercatore – per ciascuno dei Dipartimenti che afferiscono al Centro stesso e da un rappresentante del personale tecnico/amministrativo eletto tra il personale assegnato al Centro. All'interno del Consiglio viene nominato, con carica triennale, un Direttore con compiti di rappresentanza, di presidenza del Consiglio e di cura dell'esecuzione dei deliberati.

Attraverso l'azione del Comitato Scientifico, composto da tutti i professori di ruolo o ricercatori a tempo pieno sia a tempo determinato aderenti al Centro a vario titolo, il InterMech – MO.RE. ha il compito di promuovere e coordinare studi e ricerche intersettoriali nel campo della Meccanica Avanzata e della Motoristica e armonizzare le attività di ricerca correlate (anche nei settori ICT, Materiali e Superfici, Meccatronica).

Come interlocutore degli Enti Pubblici, il Centro assume la funzione di favorire lo scambio di informazioni ed iniziative scientifiche e formative atte a promuovere collaborazioni interdisciplinari sia a livello regionale sia a livello nazionale ed internazionale, con particolare riguardo all'Unione Europea.

Dal punto di vista industriale, il Centro si propone come referente di ricerca nei confronti delle Imprese del territorio che necessitano di consulenza, servizi e collaborazioni per lo sviluppo di nuovi prodotti e processi e per il miglioramento di prodotti e processi esistenti.

Per la gestione delle attività, il Centro può inizialmente contare sul finanziamento legato al Programma Operativo Regionale del Fondo Europeo di Sviluppo Regionale 2007-2013, approvato con Decisione C(2007) 3875 del 7 agosto 2007 dalla Commissione Europea [6]. Lo stesso fondo garantisce il cofinanziamento delle attività infrastrutturali ed edilizie, dell'acquisto di nuove attrezzature di ricerca e del reclutamento di personale ricercatore proposte in [1] e negoziate con la Regione Emilia Romagna.

Successivamente, invece, il Centro dovrà recuperare finanziamenti in modo autonomo, attraverso la partecipazione a progetti finanziati con Enti pubblici o privati, regionali, nazionali o internazionali e, soprattutto, attraverso l'esecuzione di attività di ricerca applicata e/o di consulenza concordate con le Imprese.

Affinché esista una effettiva ed efficace ricaduta sul territorio, il Tecnopolo prevede all'interno del proprio apparato organizzativo anche una serie di strutture e di servizi che possano completare l'offerta di carattere tecnico-scientifico dei Dipartimenti e possano garantire il diretto interfacciamento con il sistema economico e produttivo, nella sua accezione più ampia.

Tale visione comporta la necessità di disporre di una serie di strumenti che consentano di rendere tangibili e visibili le potenzialità relative alle conoscenze maturate e disponibili all'interno ed all'esterno del Tecnopolo. L'obiettivo è quello di offrire visioni e servizi che permettano da un lato di valorizzare i risultati della ricerca ed individuare nuove risorse per l'Ateneo, e dall'altro di migliorare la comunicazione con le imprese sia in termini di individuazione di bisogni, sia negli aspetti di identificazione delle soluzioni di ricerca e di ingegnerizzazione.

Questa interpretazione, nata dalla considerazione che nell'attuale quadro competitivo occorre affiancare alle tradizionali strutture di ricerca, altre strutture od organismi specializzati che abbiano il ruolo di svolgere compiti più vicini al "mercato", porta all'abbandono degli schemi organizzativi tradizionali presenti all'interno dell'Ateneo, in favore di soluzioni quali l'Ufficio ILO e i Centri di Innovazione e di Trasferimento Tecnologico, incaricati di intervenire nel difficile momento di incontro tra risultati della ricerca e valorizzazione di mercato.

All'interno del Tecnopolo, quindi, è previsto l'operato di figure professionali di elevata formazione e specializzazione, identificabili come esperti brevettuali, specialisti in organizzazione di neo imprese, esperti nella individuazione di strumenti finanziari non convenzionali, nella stesura di progetti da proporre al finanziamento pubblico e privato, che, presenti da ormai molto tempo all'interno delle strutture di ricerca degli altri Paesi ad elevata intensità di conoscenza, affianchino in modo sinergico i ricercatori ed i tecnologi, e si facciano carico di gestire la conoscenza in termini di opportunità di mercato e di comunicazione verso le imprese.

4. OBIETTIVI

Come già sottolineato, l'obiettivo principale del Tecnopolo è quello di svolgere, per conto e/o in sinergia con le imprese del territorio, attività di ricerca industriale e di trasferimento tecnologico mirate alla produzione di processi e prodotti innovativi.

Nell'ambito della Meccanica Avanzata, quindi, troveranno spazio attività di ricerca, correlate tra loro, che coprono diversi campi dell'Ingegneria, quali la progettazione meccanica, l'automotive, l'automazione, la robotica, l'informatica ed il design industriale. Tali campi di interesse coprono i principali settori della meccanica "classica" e della

meccanica di precisione, mirando al coinvolgimento di grande parte del comparto industriale regionale. All'interno del Tecnopolo modenese per la Meccanica confluiscono le attività di sviluppo sperimentale e trasferimento tecnologico di quattro Unitá Operative di Ricerca (UOR), tra loro complementari e sinergiche:

UOR 1 – INTERMECH-SIMECH
UOR 2 – INTERMECH-SUP&RMAN
UOR 3 – SOFTECH
UOR 4 – UNIMORE DESIGN INDUSTRIALE

UOR 1 – INTERMECH-SIMECH

UOR1.1. AUtomotive REsearch at the University of Modena (prof. G. Cantore). L'obiettivo principale è l'allestimento di un laboratorio di sperimentazione avanzata avente come fine la ricerca di soluzioni progettuali innovative per la realizzazione di motori a combustione interna (ad accensione comandata e ad accensione per compressione) e veicoli ad alta efficienza e a basso impatto ambientale.

In particolare, si propone di rendere disponibile alle numerose aziende del settore automotive presenti sul territorio regionale una struttura caratterizzata da competenze avanzate, maturate nel corso degli anni all'interno del Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Civile e del Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione, e attrezzature sperimentali all'avanguardia.

UOR 1.1.1 Sperimentazione avanzata per l'analisi e il controllo del processo di combustione e delle emissioni inquinanti allo scarico dei motori. Per far fronte alle sempre più stringenti normative per la limitazione degli inquinanti allo scarico dei motori a combustione interna (EURO V nel 2008 e oltre), sarà obiettivo primario del progetto la ricerca di soluzioni per l'abbattimento delle emissioni inquinanti allo scarico e del consumo specifico di combustibile, anche mediante il controllo in tempo reale del processo di combustione.

Sul banco prova dovranno quindi essere installate strumentazioni necessarie:

- all'analisi entro-camera e al controllo in real-time del processo di combustione;
- alla misura dei gas inquinanti, ivi comprese le polveri fini, che ad oggi contribuiscono in maniera crescente all'inquinamento nelle aree urbane;
- allo sviluppo di strategie di controllo motore ottimizzate, mediante l'utilizzo di centraline programmabili e l'analisi dei segnali.

L'analisi sperimentale delle emissioni inquinanti consentirà anche di validare i modelli numerici di previsione a calcolo delle emissioni esistenti, nonché, laddove necessario, di realizzare e calibrare modelli previsionali di nuova concezione, potendo fornire una buona base per la comprensione dei fenomeni chimico-fisici responsabili della formazione dei principali inquinanti (ossidi di azoto, idrocarburi incombusti, particolato, ma anche anidride carbonica).

Nell'ambito di questa attività, e in maniera sinergica alle attività di cui sopra, si propone di sviluppare sensori innovativi operanti ad alta temperatura e velocità di risposta per il monitoraggio delle emissioni nei motori a combustione. Queste informazioni ottenute in tempo reale permetteranno il controllo retro-azionato e l'ottimizzazione dei parametri del processo di combustione e il loro adeguamento. Questa elettronica di front-end dovrà fornire segnali elettrici robusti alle interferenze e facilmente usufruibili dal sistema di

controllo del motore. Quest'ultimo sarà diviso in due sezioni: (i) smart processing e (ii) power, il primo deputato all'acquisizione dei segnali dall'elettronica di front-end e alla generazione dei segnali necessari alla regolazione del sistema di iniezione e del motore, il secondo deputato ad implementare opportuni moduli di potenza, in grado di pilotare gli attuatori dei vari sistemi che si intende regolare.

UOR 1.1.2. Sperimentazione di combustibili alternativi e di motori multi-fuel. La composizione delle emissioni allo scarico di un motore a combustione interna risulta intrinsecamente legata alla composizione chimica del combustibile impiegato. La ricerca di soluzioni a basso impatto ambientale, argomento sempre più rilevante e strategico, non può quindi trascurare la valutazione di combustibili alternativi ai tradizionali benzina e gasolio.

Una prima strada consiste nell'utilizzo dei cosiddetti biocombustibili. Essi sono prodotti di origine agricola (biodiesel, bioetanolo, ETBE ed MTBE) che possono essere utilizzati in alternativa o in combinazione con i combustibili tradizionali. Tuttavia, se da una parte il loro impiego è auspicabile, in quanto rappresentano una fonte di energia "rinnovabile", dall'altra permangono ancora diverse incognite circa l'individuazione del compromesso ottimale tra i costi e il vantaggio in termini di emissioni inquinanti, nonché riguardo l'impatto sull'affidabilità e durata del propulsore. La soluzione di tali incognite richiede lunghi e complessi test, da condursi principalmente in una sala prova motori appositamente attrezzata.

Una seconda possibile soluzione prevede l'utilizzo di combustibili a basso contenuto di carbonio quali metano e GPL. L'utilizzo di questi combustibili consente una significativa riduzione delle emissioni di monossido di carbonio ed anidride carbonica, oltre che di ossidi di zolfo. Il loro impiego nel settore dei motori a combustione interna risulta comunque ad oggi ancora in fase di sviluppo e diverse nuove tecnologie non hanno ancora trovato ampia applicazione. Per questi motivi si prevede di approfondire la loro applicabilità con prove sperimentali.

Nell'ambito di queste attività, ci si occuperà anche di veicoli a propulsione ibrida, mediante un'attenta analisi delle principali strutture propulsive delle auto ibride attualmente in produzione o in sviluppo. In particolare si potrà studiare il modello dinamico e l'efficienza energetica degli schemi propulsivi basati sui dispositivi meccanici CVT (Continuous Variable Transmission) che le auto ibride utilizzano per trasmettere alle ruote, in modo bidirezionale, la potenza erogata dal motore endotermico, dai motori elettrici e dalle batterie.

UOR 1.1.3. Analisi termo-meccanica per l'ottimizzazione strutturale dei motori (prof. A. Strozzi). All'interno dei motori a combustione interna, sia ad accensione spontanea cha ad accensione comandata, sono molteplici i componenti soggetti a caricamento di tipo termo-meccanico. Infatti, parti importanti come pistoni e testate sono sollecitati sia delle deformazioni indotte dalle elevate temperature che si generano durante il funzionamento del motore, sia dalle sollecitazioni meccaniche legate alla combustione dei gas e alla velocità di rotazione del motore stesso. Conoscere a fondo il comportamento di tali componenti nelle reali condizioni di esercizio risulta quindi fondamentale al fine di ottimizzare la geometria delle singoli parti, permettendo una sempre maggiore riduzione dei pesi, aspetto questo che risulta cruciale anche nell'ottica del contenimento delle emissioni. A tal fine, il presente progetto propone l'equipaggiamento del banco prova motori con un

sistema di acquisizione dinamico in grado di registrare segnali derivanti da sensori, installati direttamente sui motori in fase di test, quali termocoppie, estensimetri e accelerometri.

L'analisi dei risultati così ottenuti, con particolare riferimento all'interpretazione del comportamento dei materiali ad elevate temperature, può poi essere facilitata se si ha a disposizione una serie di dati che si possono ricavare da test eseguiti su provini campione realizzati ad hoc.

UOR 1.1.4. Laboratorio di Idraulica del veicolo (prof. M. Borghi). L'idraulica a bordo veicolo rappresenta una tematica di vasto interesse e importanza strategica soprattutto se, come al giorno d'oggi, si desiderano prestazioni ottimali ma contemporaneamente si deve ridurre il consumo di combustibile per abbattere le emissioni inquinanti; in questo scenario occorre studiare attentamente i sistemi idraulici che risultano più promettenti dal punto di vista del risparmio energetico.

Le problematiche sono numerose e richiedono un'attenta analisi che deve essere svolta tramite la simulazione e la successiva sperimentazione dei sistemi in oggetto; in particolare, i sistemi a bordo veicolo dedicati alla trasmissione del moto dal motore alle ruote sono al centro di importanti innovazioni e continue ricerche. Tra i sistemi più promettenti vi sono quelli dotati di componenti di natura idraulica che saranno oggetto di studio, attraverso la generazione di modelli a parametri concentrati in opportuni ambienti di sviluppo, e di analisi sperimentali, attraverso caratterizzazioni che si svolgeranno in un banco appositamente attrezzato da installare e mettere a punto al Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Civile.

Ulteriori obiettivi di ricerca, già in parte affrontati all'interno del laboratorio InterMech, riguardano lo studio e l'analisi dei circuiti di lubrificazione e di raffreddamento del motore e la gestione della frenatura dei veicoli, con particolare riferimento all'analisi dinamica dei transitori di frenata di ammortizzatori oleo-pneumatici per applicazioni motociclistiche.

UOR 1.1.5 Valutazione strumentale della concentrazione di massa e della distribuzione dimensionale delle polveri fini e ultrafini (sub microniche) sull'emissione di motori a combustione interna e attività industriale (prof.ssa G. Ghermandi). Nell'ambito del progetto verrà condotta la valutazione strumentale della concentrazione di massa e della distribuzione dimensionale delle polveri fini e ultrafini (sub microniche) campionate sull'emissione di motori a combustione interna. Parallelamente si controllerà la produzione di polveri da attività industriali, principalmente quelle di trattamento e smaltimento dei rifiuti, fra cui impianti di trattamento meccanico dei rifiuti, svolte dalle principali multi utility del territorio.

La ricerca si completerà con determinazioni di metalli sulle diverse frazioni dimensionali delle polveri; l'impatto delle sorgenti esaminate verrà valutato con l'ausilio di modelli numerici di dispersione delle polveri e tecniche di rilevamento satellitare dello spessore ottico delle polveri atmosferiche.

UOR 1.1.6 Ricerca su sistemi GNSS (GPS) in modalità cinematica per sistemi di guida assistita o automatica di veicoli (prof. A. Capra). La ricerca, nella sua fase iniziale, si focalizzerà sul settore dell'agricoltura di precisione, quindi sul posizionamento navigazionale di veicoli in movimento lento. Le fasi successive prevedono lo sviluppo software ed hardware di un sistema di guida assistita e il più possibile automatizzata. Si

prevede anche l'attivazione di procedure per la calibrazione di antenne GPS, eventualmente integrate con sistema inerziale.

UOR 1.2. Ottimizzazione di trasmissioni meccaniche (simulazione e testing) (prof. F. Pellicano). La proposta relativa alle trasmissioni meccaniche divide in due sezioni: sezione simulazione e sezione testing. L'esperienza pregressa ha visto coinvolte molte aziende del territorio ed ha permesso di valutare attentamente le esigenze industriali, sia sotto il profilo della ricerca applicata sia delle attività di servizio. È così emerso che le nuove esigenze progettuali, guidate dalla crescente competitività del mercato, ma anche dall'inasprimento delle normative, richiede sofisticate metodologie di simulazione e testing.

Negli ultimi anni si è infatti assistito ad un forte aumento della richiesta di collaborazione da parte delle aziende del territorio (ma anche extraregionali o straniere), volta ad acquisire nuove metodologie di calcolo o usufruire di attrezzature di testing d'avanguardia presenti presso il dipartimento di Ingegneria Meccanica e Civile. Ciò ha indotto il Dipartimento, attraverso il laboratorio InterMech, a sviluppare tali attività e incrementare progressivamente la dotazione strumentale.

Per affrontare le sfide future e poter fornire al territorio una piattaforma completa che operi efficacemente nel campo delle trasmissioni meccaniche, il laboratorio ha l'obiettivo di ampliare ulteriormente la propria dotazione di attrezzature sperimentali e di calcolo e di mettere a punto un piano di sviluppo delle risorse umane da impegnare in modo stabile in tali attività. Quest'ultimo aspetto è un punto cruciale del progetto, infatti, la complessità delle competenze richieste per affrontare ricerche nell'ambito delle trasmissioni meccaniche richiede un lungo e costoso periodo di formazione al termine del quale tutti gli sforzi possibili devono essere fatti per mantenere in loco le competenze sviluppate ed evitare una fuga di cervelli che avvantaggerebbe i competitors stranieri.

Il laboratorio, nel pieno del proprio sviluppo, si pone come obiettivo quello di fornire alle aziende del territorio e, in generale, all'industria italiana una serie di servizi che spazieranno dal testing meccanico alla simulazione meccanica fino all'integrazione tra simulazione numerica ed evidenze sperimentali.

Nel campo della simulazione si potranno offrire soluzioni basate sull'utilizzo sia di software commerciali sia di software sviluppati nel laboratorio, che saranno in grado di simulare ed ottimizzare trasmissioni meccaniche per ciò che concerne la generazione automatica di geometrie complesse e multimesh, l'analisi di deformazioni e stress, l'analisi si vibrazioni, lo studio di sistemi di smorzamento e lubrificazione elastoidrodinamica.

Nel campo della sperimentazione si potranno offrire servizi di consulenza nella progettazione o progettazione completa di setup sperimentali specifici per trasmissioni ad ingranaggi, sviluppo sistemi per il monitoraggio di trasmissioni meccaniche, esecuzione test sperimentali su ruote dentate o su trasmissioni complete (misura di vibrazioni e deformazione denti, prove di endurance), testing su tavole vibranti (ricerca risonanze, prove di durata, prove track&dwell).

UOR 1.3. Sistemi di produzione automatizzati e robotizzati (prof. A. O. Andrisano). L'obiettivo principale riguarda lo sviluppo di nuovi metodi di progettazione industriale finalizzati all'ideazione ed all'implementazione di soluzioni progettuali per una nuova generazione di sistemi "intelligenti" automatizzati e robotizzati, da impiegare in produzione. Parallelamente si persegue il potenziamento delle strutture di ricerca coinvolte nel laboratorio regionale INTERMECH per l'Alta Meccanica, sia in termini di

strumentazione hardware/software per la simulazione integrata sia di attrezzature sperimentali necessarie alla validazione di eventuali prototipi funzionali. Dal punto di vista del processo produttivo si vogliono integrare sinergicamente, all'interno di un unico framework di progettazione, sia i principali elementi di analisi gestionale e logistica di flussi industriali automatizzati, in termini di approvvigionamento, alimentazione e stoccaggio, sia elementi di analisi ed ottimizzazione dei processi di lavorazione ed assemblaggio, con particolare riferimento all'impiego di robot industriali di ultima generazione. In relazione a quest'ultima attività, inoltre, sulla base dell'esperienza maturata dal Laboratorio di Progettazione Integrata e Simulazione (LaPIS) e degli importanti risultati applicativi ottenuti all'interno dei progetti SIMECH ed InterMech in collaborazione con importanti aziende del settore, si intende realizzare un laboratorio attrezzato per sviluppare e validare sistemi robotizzati autonomi, in grado di effettuare operazioni di assemblaggio complesse, eventualmente integrate da lavorazioni adattive, anche in ambienti fortemente non strutturati. Tali operazioni dovranno essere supportate da rigorosi controlli di qualità e continue verifiche prestazionali, in modo che i dati funzionali, uniti alle informazioni gestionali relative ai sistemi ed alle linee produttive, forniscano, in tempo reale, le informazioni necessarie ad un controllo totale dei processi e della qualità dei prodotti, anche in remoto. Le applicazioni previste riguarderanno soprattutto i sistemi di produzione nel settore automotive (lavorazione e assemblaggio).

Altra attività primaria e fondamentale riguarderà lo sviluppo di tecnologie abilitanti, quali strategie di lavorazione ed assemblaggio automatizzato e robotizzato mediante l'impiego sinergico di sistemi di feedback tattile e di visione artificiale. Si vuole pervenire, infatti, alla realizzazione di sistemi innovativi, capaci di realizzare approcci alla produzione industriale non convenzionali; tali sistemi, grazie alla loro aumentata sensorialità ed autonomia, saranno caratterizzati da un'elevata flessibilità operativa. Inoltre, l'attività verrà rivolta allo sviluppo di metodologie di analisi di sistema al fine di rendere maggiormente efficiente l'inserimento delle nuove tecnologie suddette all'interno dei sistemi produttivi e logistici esistenti.

UOR 1.4. Laboratorio di tecniche antincendio (prof. P. Tartarini). L'obiettivo è quello di fornire attività di ricerca, sviluppo, ottimizzazione di prodotti e sistemi di controllo, soppressione ed estinzione degli incendi alle Aziende specializzate del settore.

Il progetto rappresenta l'evoluzione delle attività di ricerca già condotte in questo settore in collaborazione con aziende del territorio e con il Department of Fire Protection Engineering, University of Maryland, USA. L'esperienza acquisita sul tema consente di porre oggi il DIMeC come riferimento regionale (e in notevole anticipo rispetto alle Regioni limitrofe) per ricerche, misure e prove di concerto con il Comando Regionale dei Vigili del Fuoco e con le aziende interessate non solo a sviluppare sistemi, ma anche a verificare sistemi alternativi per la sicurezza antincendio.

Le principali attività previste nell'ambito del progetto di ricerca riguardano l'esecuzione di studi di base relativi a condizioni e modalità di formazione e propagazione delle fiamme da ignizione accidentale e all'indagine dei fondamenti di controllo, soppressione ed estinzione degli incendi. Inoltre verranno condotti studi a carattere applicativo inerenti lo sviluppo, la sperimentazione e il collaudo delle tecniche antincendio.

UOR 1.5. Laboratorio meccanica dei materiali (prof. T. Manfredini). Con la collaborazione delle imprese del territorio verrà avviata la costituzione di un laboratorio di

meccanica dei materiali per lo svolgimento di attività di ricerca e sviluppo di nuovi prodotti, di progettazione di nuovi sistemi tecnologici e di produzione, di promozione di analisi sperimentali di controllo/verifica e monitoraggio dei materiali e delle strutture. In questo ambito si ascrivono anche le attività di sperimentazione e certificazione che le Università, in qualità di enti istituzionali, sono chiamate a svolgere in ambito strutturale.

UOR 2 – INTERMECH-SUP&RMAN (prof. S. Valeri)

SUP&RMAN è il laboratorio regionale del Distretto Hi-Mech focalizzato sulle tematiche tecnologico-scientifiche delle superfici e delle modifiche superficiali, dei ricoprimenti e delle nanotecnologie meccaniche. Sup&rman opera innanzitutto per mettere in rete le competenze sulle superfici ed i ricoprimenti ed orientarle alla meccanica in modo da creare linguaggi e competenze trasversali tra gli attori della ricerca (ingegneri, fisici, chimici) e tra questi e il mondo produttivo. Inoltre Sup&rman mira a produrre buona scienza, buona tecnologia, e trasferirle efficacemente, con specifico riferimento alla Meccanica Avanzata e, in particolare, attraverso un focus sui ricoprimenti duri ed ultraduri, sulla (nano)tribologia, sui trattamenti termici, sui sistemi di deposizione misti. Infine il laboratorio ha come obiettivo l'acquisizione di strumentazione e di personale che consenta di affrontare tematiche innovative ad un livello di eccellenza nazionale ed internazionale.

Nel contesto del Tecnopolo di Modena gli obiettivi di ricerca riguardano tre temi principali.

UOR 2.1. Proprietà meccaniche dei materiali e fenomeni di attrito ed usura alla multiscala. Gli obiettivi sono la comprensione dei regimi di attrito e adesione nei contatti a singola e multi-asperità, la definizione di modelli predittivi per lo studio delle proprietà macroscopiche, l'analisi degli effetti di scala sulle proprietà meccaniche dei materiali, il miglioramento della risposta tribologica di superfici attraverso texturing e funzionalizzazione.

Le attività di ricerca riguarderanno in primo luogo l'implementazione e la "specializzazione" di codici numerici per contatti a multi-asperità ovvero l'analisi del comportamento dell'attrito in funzione della variazione sistematica dei parametri del modello e la manipolazione AFM controllata di nano-oggetti su differenti tipi di substrati, in relazione allo studio della meccanica del contatto e della proprietà di attrito in funzione di parametri sperimentali quali area di contatto, temperatura, umidità.

Inoltre si procederà all'analisi delle variazioni nel comportamento meccanico dei materiali (plasticità, attriti interni e risposta alle sollecitazioni termiche) passando dalla macro alla nanoscala, usando metodologie d'indagine quali nanoindentazione con microscopio a forza atomica (AFM) e tecniche dinamiche (spettroscopie meccaniche). Per ottimizzare la forma dei campioni in funzione del comportamento meccanico in analisi, verrà utilizzata la FIB facility per nanostrutturare i materiali in forme ad hoc. In quest'ottica verranno anche sviluppate delle tecniche di modellazione multiscala per correlazioni fra proprietà macroscopiche e microstrutture.

Infine si eseguirà lo studio mediante AFM e microtribometro della risposta tribologica di superfici texturate (e.g., mediante FIB) e di interfacce funzionalizzate con monostrati auto assemblati (SAM) e lubrificanti. Caratterizzazione microstrutturale di rivestimenti.

UOR 2.2. Rivestimenti e trattamenti superficiali alla micro-nano scala. Gli obiettivi dell'attività riguardano lo studio e la comprensione del comportamento tribologico e

meccanico di rivestimenti superficiali duri, autolubrificanti e compositi per applicazioni meccaniche; applicazioni di micro e nano filler inorganici per il miglioramento delle proprietà tribo-meccaniche e l'ottimizzazione di procedure di analisi per caratterizzazioni di rivestimenti sottili, per determinarne proprietà meccaniche, strutturali, morfologiche, microtopografiche tridimensionali e chimiche e l'ottimizzazione della acquisizione, trattamento e gestione di immagini.

Tali obiettivi saranno perseguiti operando nella realizzazione di rivestimenti sottili compositi (multistrato o multifase) e auto-lubrificanti, principalmente a base carbonio, grazie anche all'implementazione di sistemi misti (PVD + PECVD) di deposizione in vuoto, grazie allo studio delle proprietà tribologiche, chimiche e strutturali dei rivestimenti ottenuti e la loro applicazione a substrati campione e di materiale di interesse meccanico, come acciai o leghe leggere.

Si procederà, inoltre, alla produzione di micro e nano filler (sotto forma di polveri nanostrutturate o fili) per applicazioni tribologiche in rivestimenti o materiali compositi (a base polimerica o metallica) ed alla caratterizzazione di tali materiali ottenuti dal punto di vista meccanico, per verificarne le prestazioni superficiali e strutturali.

Infine si realizzerà l'implementazione di strumentazioni e di procedure per la caratterizzazione microtopografica tridimensionale, meccanica e fisico-chimica di rivestimenti alla micro e nano scala (FIB, spettroscopie superficiali, tribometri, nanoindentazione con AFM e imaging con sistemi di rilievo laser, a contatto e SEM) e la personalizzazione di strumenti preesistenti per effettuare indagini in ambito tribologico più performanti, anche in situazioni limite, come presenza di lubrificante, alta velocità di rotazione, alti carichi, alta temperatura, etc.

UOR 2.3. Ingegnerizzazione di rivestimenti alla macro-micro scala. Gli obiettivi relativi al tema indicato riguardano la definizione delle variabili di realizzazione di processi di ricoprimento e trattamento delle superfici per l'ottenimento di funzionalità superficiali innovative, la modifica delle proprietà tribologiche attraverso l'impiego di metodologie di "texturing" superficiale, combinazione di "texturing" e ricoprimenti superficiali e l'ottimizzazione dei parametri di deposizione di rivestimenti decorativo-funzionali.

Dal punto di vista operativo si procederà, innanzitutto, alla realizzazione e progettazione di ricoprimenti mediante tecniche elettrochimiche, definizione dei parametri elettrici (corrente di picco, corrente media, potenziale, tempo di ON, tempo di OFF) e chimici.

Successivamente si proporrà la progettazione di ricoprimenti tramite processi di deposizione ad alta temperatura e attraverso la previsione del comportamento di materiali e substrati in processi di rivestimento spessi (utilizzo della tecnologia HVOF), la definizione delle variabili operative ed il confronto con i processi convenzionali, per poi passare all'applicazione del laser alloying superficiale per il rinforzo della superficie di leghe di alluminio.

Inoltre si proporrà la funzionalizzazione ibrida organica-inorganica di superfici, da realizzarsi attraverso la sintesi di nuove strutture molecolari, la messa a punto di processi di applicazione e la determinazione delle proprietà di superficie.

Verranno realizzate "Texturing" (laser e litografia) di superfici metalliche e successive analisi delle proprietà tribologiche delle superfici texturate e delle stesse funzionalizzate mediante ricoprimenti superficiali, ricorrendo, quando necessario, alla caratterizzazione

meccanica (durezza, adesione, trasmissione delle sollecitazioni) di rivestimenti decorativo-funzionali.

UOR 3 – SOFTECH (proff. R. Cucchiara e F. Bonfatti).

È ben noto che, a fronte di un rapido sviluppo del settore ICT e nonostante la natura dinamica del tessuto economico regionale, il livello di penetrazione delle soluzioni informatiche nelle industrie e nelle imprese del territorio non è ancora adeguato al panorama internazionale e ciò rappresenta un fattore di rischio per il mantenimento di adeguati livelli di competitività.

Lo sviluppo di applicazioni e servizi software rappresenta, dunque, una delle voci di maggiore costo nella realizzazione dei sistemi informatici sia per le aziende del settore ICT sia per le aziende meccaniche e manifatturiere. I problemi che si incontrano nello studio, nello sviluppo e nella diffusione di nuove soluzioni software dipendono da molteplici fattori fra cui la loro intrinseca complessità, la continua evoluzione degli ambienti di sviluppo, la necessità di integrare tecnologie capaci di soddisfare le crescenti e mutevoli esigenze degli utenti, gli investimenti e i tempi richiesti per la loro acquisizione e piena adozione.

In altri termini, lo sviluppo del software richiede forti competenze teorico-pratiche in settori quali la definizione di algoritmi, l'ingegneria del software e la teoria di programmazione, l'architettura dei sistemi di calcolo, la gestione delle risorse e l'interfacciamento con sistemi pre-esistenti. Necessita poi di ampie conoscenze ingegneristiche, spesso traversali e relative a campi applicativi sempre diversi, per poter comprendere le specifiche di progetto ed adattare l'applicazione informatica alle esigenze dell'utenza e dell'ambiente di utilizzazione.

Le attività del Laboratorio SOFTECH saranno organizzate sin dall'inizio secondo tre linee complementari d'azione orientate allo studio e sviluppo di piattaforme tecnologiche orizzontali, alla realizzazione di progetti verticali relativi ad applicazioni e servizio software, alla realizzazione di dimostratori per la diffusione ed il trasferimento tecnologico.

Entrando nel dettaglio delle attività di ricerca verranno innanzitutto indagate applicazioni informatiche di Visione Artificiale. Il progetto si occupa di un attività di ricerca orientata a nuovi algoritmi, tecniche e modelli computazionali per la realizzazione di librerie software innovative di Computer Vision e Machine Vision. Esse saranno principalmente rivolte ad applicazioni industriali per il settore meccanico e dell'automazione, per l'ispezione visiva ed il controllo di produzione nel mondo manifatturiero come nel farmaceutico, ceramico e biomedicale, per l'interfaccia robotica e la navigazione mobile, per la gestione di dati visuali di telemetria e provenienti dal mondo automotive.

Un secondo importante tema di ricerca riguarderà lo sviluppo di reti di broker per l'ottimizzazione logistica in ambito industriale. La ricerca in servizi software per la logistica nasce nell'ambito di collaborazione con progetti di rilevanza internazionale e particolarmente della Comunità Europea. L'attività ha per obiettivo la costituzione di una rete Europea di broker della logistica ognuno dei quali sarà messo nelle condizioni di offrire alle aziende locali un approccio razionale alla gestione dei trasporti di breve raggio e, in collaborazione con gli altri broker, soluzioni ottimizzate sul medio-lungo raggio.

Si indagheranno, inoltre, aspetti legati allo sviluppo di sistemi ERP (Enterprise Resource Planning) open-source per piccole imprese, dedicati alla gestione aziendale completamente basati su ambienti open-source, con immediati vantaggi in termini di

abbattimento dei costi di licenza e di sviluppo distribuito basato su comunità di migliaia di tecnici interessati a far progredire il progetto.

Infine si tratteranno temi legati con lo sviluppo di sistemi di video-sorveglianza e reti di sensori per la sicurezza. In questo progetto di ricerca verranno realizzati sistemi hardware e software per applicazioni di sorveglianza, biometria e sicurezza attraverso il controllo di zone indoor e outdoor e lo sviluppo di applicazioni software di analisi di video e dati sensoriali con tecniche avanzate di pattern recognition. La ricerca nel settore della video-sorveglianza sta ottenendo buoni risultati per la possibilità del controllo remoto di scene ed eventi, l'analisi automatica e la generazione di allarmi.

UOR 4 – UNIMORE DESIGN INDUSTRIALE (prof. A. O. Andrisano)

Dal punto di vista della formazione industriale, l'obiettivo delle attività di design industriale è quello di creare figure professionali di elevato profilo nel settore della rappresentazione digitale e dello sviluppo di prodotti di stile che, oltre a solide basi culturali e tecniche, possano vantare una vasta esperienza applicativa ed una ottima confidenza con i più moderni ed innovativi strumenti informatici di tipo professionale.

Dal punto di vista scientifico il centro sviluppa tematiche di ricerca applicata nell'ambito della progettazione integrata, del "collaborative design validation", del "virtual prototyping exploration", della "simulazione real time" e dei concetti di "digital mock up" applicati allo sviluppo di nuovi prodotti/processi, principalmente nei settori della Meccanica Avanzata, dell'automotive, del biomedicale e della produzione ceramica di alta e altissima gamma che rappresentano, tradizionalmente, un importante bacino di interesse per la simulazione integrata, l'Industrial Design e per lo sviluppo di ambienti interattivi virtuali all'interno dei quali valutare l'interazione uomo-macchina ed i suoi effetti in ambito industriale, come mostrato in Fig. (5).

Grazie alle forte interdisciplinarietà applicativa delle tecnologie implementate, il centro si propone anche per lo sviluppo di attività scientifiche in collaborazione con i settori più avanzati della biologia, della medicina e della chirurgia, dove la rappresentazione grafica di organi e strutture interne può rappresentare un importante valore aggiunto nell'addestramento dei giovani medici e nella pianificazioni di interventi ad alto rischio.

Il centro di eccellenza, inoltre, fornisce servizi specifici per l'innovazione industriale che mirano a soddisfare le esigenze del territorio modenese in merito alla progettazione digitale di prodotti di stile, all'analisi ergonomica e di usabilità di beni di consumo, alla rappresentazione grafica interattiva fotorealistica ed alla configurazione di prodotto in ambiente di realtà virtuale ed aumentata.

Ulteriore campo di sviluppo è rappresentato dalla collaborazione con i settori della museologia scientifica e dei beni culturali per i quali sono già in atto, in diverse strutture nazionali ed internazionali, importanti esempi di utilizzo di tecniche di rappresentazione grafica avanzata e realtà virtuale nella creazione di servizi informatici ipermediali ed interattivi per l'accesso ad ambienti virtuali di interesse storico e la consultazione di cataloghi virtuali di beni esposti.

Per riuscire a raggiungere tali obiettivi sarà fondamentale focalizzarsi sulle tecnologie di simulazione della fabbrica digitale sull'intero ciclo di vita dei sistemi di produzione. In relazione a tale ambito si acquisiranno e si impiegheranno le nuove strumentazioni necessarie all'implementazione di ambienti di sviluppo in realtà virtuale e aumentata.

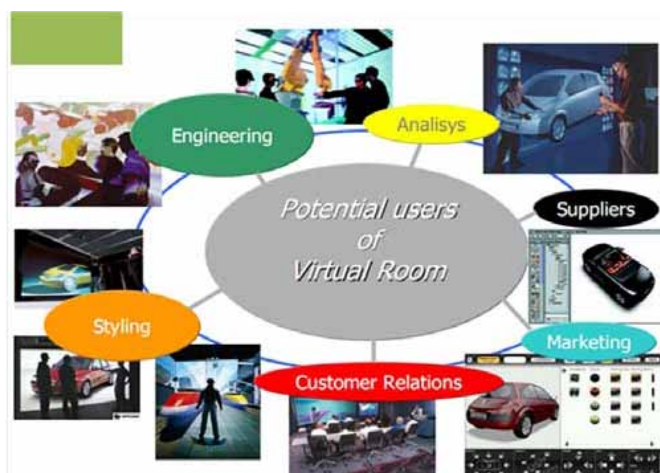


Figura 5. Tipiche aree di applicazione dei sistemi di VR.

L'approccio in realtà virtuale, la cui offerta sul territorio modenese appare, al momento, carente, nonostante già fortemente auspicato dal territorio, consentirà di studiare ed ottimizzare i prodotti industriali, oltre che dal punto di vista dell'efficacia funzionale e della producibilità, anche da quello della loro accessibilità ed ergonomia.

Il teatro virtuale, in particolare, sarà messo a disposizione di studenti, ricercatori e tecnici aziendali per lo sviluppo e la validazione di metodi progettuali di tipo collaborativo e per la prototipazione virtuale (Engineering), per la verifica di progetti complessi, l'analisi e la soluzione delle principali problematiche di assemblaggio, usabilità ed ergonomia (Analisys), per lo studio e la gestione delle complesse dinamiche di collaborazione con clienti e fornitori tipiche delle moderne virtual enterprises (supplier and customer relations), per la razionalizzazione e l'ottimizzazione delle attività di configurazione prodotto (Marketing) e, infine, per il perfezionamento della fase di studio estetico dei prodotti (Styling) in un'ottica di effettiva riduzione del time to market e di efficace integrazione con ambienti di sviluppo già diffusi a livello aziendale, quali sistemi 3D CAD/CAE/CAM ed architetture PLM.

Ringraziamenti

Gli autori vogliono ringraziare la struttura del laboratorio INTERMECH del Distretto per l'Alta Meccanica della regione Emilia Romagna per il supporto alle attività di ricerca e ASTER – Associazione Scienza e Tecnologia Emilia-Romagna – per il coordinamento della HTN (High Tecnology Network) e della Piattaforma Meccanica.

BIBLIOGRAFIA

[1] Misc. A., 2009, "Bando POR FESR 2007-2013, Asse 1 - Ricerca industriale e trasferimento tecnologico, I.1.1 Creazione di tecnopoli per la ricerca industriale e il trasferimento tecnologico, Manifestazione di interesse del 19 maggio 2008, Manifestazione di Interesse per il Tecnopolo di Modena", Regione Emilia-Romagna.

[2] Misc. A. 2008, "Programma Regionale per la Ricerca Industriale, l'Innovazione e il Trasferimento Tecnologico, Misura 4 "Sviluppo di rete", Azione A – Laboratori di ricerca e trasferimento tecnologico, Bando del 26 novembre 2007 (DGR n. 1853/07), Laboratorio InterMech", Regione Emilia-Romagna

[3] Misc. A., http://www.intermech.unimore.it

[4] In Proceedings, Andrisano A. O., Bertacchi G., Bertini S., Bonaretti P., Leali F., Moretti G., Pellicciari M., Pini F., 2006, "Innovative research model for the integrated design and simulation of robotic cells in an Italian University - Industry partnership". In International Congress on Graphic Engineering "Design and Innovation" - XVIII INGEGRAF, (Barcelona, Spain, May 30 - June 2).

[5] Misc. A., 2009, "Regolamento di funzionamento del Centro Interdipartimentale per la Ricerca Applicata e i Servizi nel Settore della Meccanica Avanzata e della Motoristica", Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia.

[6] Misc. A., 2007, "Programma operativo regionale 2007-2013, Decisione C(2007) 3875 – 07.08.2007, Codice CCI n. 2007 IT 16 2 PO 002, Fondo europeo di sviluppo regionale Obiettivo competitività regionale e occupazione", Regione Emilia-Romagna.

APPLICATION OF SPECTRAL ANALYSIS TO VIBRATING PLATES OF GENERAL SHAPE

Giuseppe Catania
Department of Mechanical Engineering,
University of Bologna, Italy
E-mail: giuseppe.catania@mail.ing.unibo.it

Silvio Sorrentino
Department of Mechanical Engineering,
University of Bologna, Italy
E-mail: silvio.sorrentino@mail.ing.unibo.it

***Abstract**. Lightweight plate structures are widely used in many engineering applications, their analysis and design calling for fast computational methods. This paper is aimed at investigating the possibility of adopting a set of eigenfunctions evaluated from a simple stucture as a general basis for the analysis of arbitrary-shaped plates with general boundary conditions in the Rayleigh-Ritz condensation method. The proposed technique is applied to skew plates, plates with curved edges, sector circular plates and annular elliptic plates, in conjunction with non standard boundary conditions. The results are compared to those available in the literature and using finite element analysis.*

***Keywords**: vibrating plates, spectral methods, coordinate mapping.*

1. INTRODUCTION

In the recent decades, lightweight plate structures have been widely used in many engineering and practical applications. Analysis and design of such structures call for efficient computational tools, since exact analytical solutions for vibrating plates are currently known only for certain elementary shapes in conjunction with a few basic boundary conditions [1]. For the analysis of plates of arbitrary shape, or with general boundary conditions, numerical methods such as the finite difference method, the finite element method or the finite strip method are usually applied to the problem.

Vibration analyses of plates of different shapes have been carried out extensively by several researches. Durvasula [2] computed the natural frequencies of clamped skew plates, Babu and Reddy [3] studied skew orthotropic plates by means of the finite strip method, Ramakrishnan and Kunukkasseril [4] studied the free vibration of annular sector plates, Cheung *et al.* [5] analyzed arbitrarily shaped plates by mapping the Cartesian coordinate system into the natural coordinate plane by means of serendipity shape functions using polynomial splines as displacement functions, Mizusawa [6] studied skew plates with different boundary constraints, Geannakakes [7] applied the semi-analytical finite strip method for the analysis of arbitrarily shaped plates using Hermitian polynomials as shape functions.

In the present study the problem of arbitrary-shaped vibrating Kirchhoff plates with general boundary conditions is analyzed using the Rayleigh-Ritz method [8]. The solution

is expressed in terms of a linear combination of functions, which in the present study are selected as products of eigenfunctions of homogeneous uniform prismatic beams in flexural vibration [9]. General boundary conditions are introduced in the functional of the potential energy by additional terms, and polynomial interpolations are implemented for mapping the shape of the plate in Cartesian coordinates into natural coordinates [5-7]. Flexural free vibration analysis of different shaped plates is then performed: skew plates, plates with parabolic edges, circular sector plates, annular elliptic plates. The proposed method can be directly applied also to variable thickness plates and nonhomogeneous plates, with variable density and stiffness. Purely elastic plates are considered; however the method may also be applied to the analysis of viscoelastic plates, as proposed by Catania *et al.* [10-11].

2. MAPPING TECHNIQUE

An arbitrary-shaped plate in Cartesian coordinates x,y can be expressed by the mapping of a square plate defined in its natural coordinates ξ,η [5], as shown in Fig. (1). The (generally non conformal) mapping of the Cartesian system can be expressed as:

$$x(\xi,\eta)=\sum_{i=1}^{p} x_i P_i(\xi,\eta), \quad y(\xi,\eta)=\sum_{i=1}^{p} y_i P_i(\xi,\eta) \tag{1}$$

where x_i, y_i (i = 1, 2, … p) are the coordinates of p points on the boundary of the plate and P_i are interpolation functions.

In order to evaluate the differential operators needed in plate analysis, the following relations can be written in the form:

$$\begin{Bmatrix} \dfrac{\partial}{\partial\xi} \\ \dfrac{\partial}{\partial\eta} \end{Bmatrix} = \mathbf{J} \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial}{\partial x} \\ \dfrac{\partial}{\partial y} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{J}(\xi,\eta)=\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{p} x_i \dfrac{\partial P_i}{\partial \xi} & \sum_{i=1}^{M} y_i \dfrac{\partial P_i}{\partial \xi} \\ \sum_{i=1}^{p} x_i \dfrac{\partial P_i}{\partial \eta} & \sum_{i=1}^{M} y_i \dfrac{\partial P_i}{\partial \eta} \end{bmatrix} \tag{2}$$

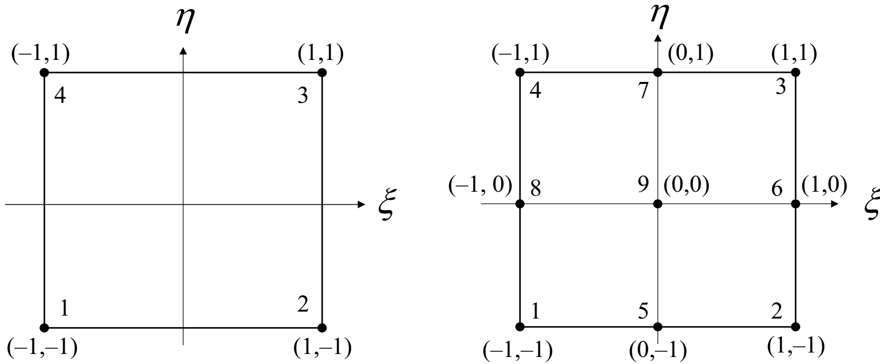


Fig. 1. Linear (left) and quadratic Lagrange (right) regions.

and consequently:

$$\left\{ \begin{matrix} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \end{matrix} \right\} = \mathbf{A} \left[\left\{ \begin{matrix} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \eta} \end{matrix} \right\} - \mathbf{B} \left\{ \begin{matrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \end{matrix} \right\} \right] = \mathbf{C} \left\{ \begin{matrix} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \eta} \\ \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \end{matrix} \right\}, \quad \mathbf{C} = \left[\mathbf{A} \;\vdots\; -\mathbf{AB} \right] \tag{3}$$

with:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(\xi,\eta) &= \frac{1}{\det^2[\mathbf{J}]} \begin{bmatrix} J_{22}^2 & J_{12}^2 & -2J_{12}J_{22} \\ J_{21}^2 & J_{11}^2 & -2J_{11}J_{21} \\ -J_{21}J_{22} & -J_{11}J_{12} & J_{11}J_{22} + J_{12}J_{21} \end{bmatrix} \\ \mathbf{B}(\xi,\eta) &= \frac{1}{\det[\mathbf{J}]} \begin{bmatrix} J_{22}J_{11,\xi} - J_{21}J_{12,\xi} & J_{11}J_{12,\xi} - J_{12}J_{11,\xi} \\ J_{22}J_{21,\eta} - J_{21}J_{22,\eta} & J_{11}J_{22,\eta} - J_{12}J_{21,\eta} \\ J_{22}J_{11,\eta} - J_{21}J_{22,\xi} & J_{11}J_{22,\xi} - J_{12}J_{11,\eta} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{4}$$

where the subscripts ξ and η denote differentiation with respect to the spatial variables. The elements in the Jacobian matrix **J** as well as those in matrices **A** and **B** depend on the mapping of the Cartesian coordinate system.

3. ANALYSIS TECHNIQUE

An isotropic homogeneous Kirchhoff rectangular plate in free flexural vibration is considered [12]. The functional of the total potential energy can be written as the sum of a term U due to the strain energy of the system plus a term V representing the potential of all applied loads (including the inertial forces), and a term ΔV taking into account lumped and distributed elastic constraints:

$$\Pi = U + V + \Delta V \tag{5}$$

The potential of the strain energy can be written in terms of second order derivatives of the out-of-plane displacement w:

$$U = \frac{1}{2} \int_S D \left[w_{xx}^2 + w_{yy}^2 + 2\nu\, w_{xx} w_{yy} + 2(1-\nu) w_{xy}^2 \right] dS\,, \quad dS(\xi,\eta) = \det[\mathbf{J}]\, d\xi d\eta \tag{6}$$

In Eqn. (6) the subscripts denote differentiation with respect to the spatial variables, S is the spatial domain and D is the flexural stiffness of the plate, which can be expressed as a function of the Young's modulus E, the Poisson's ratio ν and the thickness of the plate h [12]:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \tag{7}$$

In the present formulation the inertial forces are included in the potential of applied loads:

$$V = \int_S \rho_h w\ddot{w} dS \tag{8}$$

where ρ_h denotes the mass per unit area of the plate. The additional term ΔV in Eqn. (5) is considered to take into account lumped and distributed elastic constraints. In the case of translational constraints it can be expressed in the form:

$$\Delta V = \frac{1}{2}\int_\gamma \kappa w^2 d\gamma, \quad \begin{cases} \gamma \text{ constraint domain} \\ \kappa(x,y) \text{ distributed stiffness} \end{cases} \tag{9}$$

In Eqn. (9) γ can refer to surfaces, lines and separate points. Terms ΔV with rotational stiffness may be included as well, for modelling rotational constraints.

The out-of-plane displacement w is expressed by means of a linear combination of shape functions [8-9]. If external constraints do not explicitly appear in the functional of Eqn. (5), i.e. $\Delta V = 0$, then each of these functions must respect the essential conditions at the boundary of the plate (also known as principal or kinematic conditions).

In the present study the shape functions are selected as products of homogeneous uniform prismatic beam eigenfunctions ϕ. In natural coordinates they can be expressed as:

$$w = \sum_{i=1}^{N_\xi}\sum_{j=1}^{N_\eta} q_{ij}(t)\phi_i(\xi)\phi_j(\eta) \tag{10}$$

where N_ξ and N_η are the number of beam eigenfunctions in the ξ and η parametric directions, respectively. If an integer n is assigned at any combination i, j, then the flexural displacement Eqn. (10) can be rewritten as:

$$w = \sum_{n=1}^{N} q_n \phi_n(\xi,\eta) \quad \Rightarrow \quad w = \boldsymbol{\phi}^{\mathrm{T}}\mathbf{q} \tag{11}$$

where $N = N_\xi \times N_\eta$ and $\mathbf{q}$ is the generalized coordinate vector.

Introducing the displacement expansion Eqn. (11) in the quadratic functional Eqn. (5), and imposing the stationarity of the potential energy [13]:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \mathbf{q}} = \mathbf{0} \tag{12}$$

yields the approximate natural eigenfrequencies of the plate by solving the algebraic eigenproblem:

$$\mathbf{M}\,\ddot{\mathbf{q}} + [\mathbf{K} + \Delta\mathbf{K}]\mathbf{q} = \mathbf{0} \tag{13}$$

where:

$$\begin{aligned}
\mathbf{M} &= \int_s \rho_h (\boldsymbol{\phi}\boldsymbol{\phi}^{\mathrm{T}})\, dS \\
\mathbf{K} &= \int_s D[\boldsymbol{\phi}_{xx}\boldsymbol{\phi}_{xx}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{\phi}_{yy}\boldsymbol{\phi}_{yy}^{\mathrm{T}} + \nu(\boldsymbol{\phi}_{xx}\boldsymbol{\phi}_{yy}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{\phi}_{yy}\boldsymbol{\phi}_{xx}^{\mathrm{T}}) + 2(1-\nu)(\boldsymbol{\phi}_{xy}\boldsymbol{\phi}_{xy}^{\mathrm{T}})]\, dS \\
\Delta\mathbf{K} &= \int_s \kappa (\boldsymbol{\phi}\boldsymbol{\phi}^{\mathrm{T}})\, dS
\end{aligned} \tag{14}$$

are the mass matrix and stiffness matrix, computed according to Eqns. (8), (6) and (9) respectively. The integrals in Eqn. (14) can be computed in the natural coordinates ξ and η through Eqns. (3) and (4). In particular, the stiffness matrix **K** can be computed by means of the following expression:

$$\hat{\boldsymbol{\phi}} = [\boldsymbol{\phi}_{\xi\xi} \quad \boldsymbol{\phi}_{\eta\eta} \quad \boldsymbol{\phi}_{\xi\eta} \quad \boldsymbol{\phi}_{\xi} \quad \boldsymbol{\phi}_{\eta}] \;\Rightarrow\; \mathbf{K} = \int_s D\,\hat{\boldsymbol{\phi}}[\mathbf{L}]\hat{\boldsymbol{\phi}}^{\mathrm{T}} \det[\mathbf{J}]\, d\xi d\eta \tag{15}$$

where the elements in the symmetric 5×5 matrix **L** are given by:

$$\begin{aligned}
\mathrm{L}_{11} &= \mathrm{C}_{11}^2 + \mathrm{C}_{21}^2 + 2\nu\,\mathrm{C}_{11}\mathrm{C}_{21} + 2(1-\nu)\mathrm{C}_{31}^2 \\
\mathrm{L}_{22} &= \mathrm{C}_{12}^2 + \mathrm{C}_{22}^2 + 2\nu\,\mathrm{C}_{12}\mathrm{C}_{22} + 2(1-\nu)\mathrm{C}_{32}^2 \\
\mathrm{L}_{33} &= \mathrm{C}_{13}^2 + \mathrm{C}_{23}^2 + 2\nu\,\mathrm{C}_{13}\mathrm{C}_{23} + 2(1-\nu)\mathrm{C}_{33}^2 \\
\mathrm{L}_{44} &= \mathrm{C}_{14}^2 + \mathrm{C}_{24}^2 + 2\nu\,\mathrm{C}_{14}\mathrm{C}_{24} + 2(1-\nu)\mathrm{C}_{34}^2 \\
\mathrm{L}_{55} &= \mathrm{C}_{15}^2 + \mathrm{C}_{25}^2 + 2\nu\,\mathrm{C}_{15}\mathrm{C}_{25} + 2(1-\nu)\mathrm{C}_{35}^2 \\
\mathrm{L}_{12} &= \mathrm{L}_{21} = \mathrm{C}_{11}\mathrm{C}_{12} + \mathrm{C}_{21}\mathrm{C}_{22} + \nu(\mathrm{C}_{11}\mathrm{C}_{22} + \mathrm{C}_{12}\mathrm{C}_{21}) + 2(1-\nu)\mathrm{C}_{31}\mathrm{C}_{32} \\
\mathrm{L}_{13} &= \mathrm{L}_{31} = \mathrm{C}_{11}\mathrm{C}_{13} + \mathrm{C}_{21}\mathrm{C}_{23} + \nu(\mathrm{C}_{11}\mathrm{C}_{23} + \mathrm{C}_{13}\mathrm{C}_{21}) + 2(1-\nu)\mathrm{C}_{31}\mathrm{C}_{33} \\
\mathrm{L}_{14} &= \mathrm{L}_{41} = \mathrm{C}_{11}\mathrm{C}_{14} + \mathrm{C}_{21}\mathrm{C}_{24} + \nu(\mathrm{C}_{11}\mathrm{C}_{24} + \mathrm{C}_{14}\mathrm{C}_{21}) + 2(1-\nu)\mathrm{C}_{31}\mathrm{C}_{34} \\
\mathrm{L}_{15} &= \mathrm{L}_{51} = \mathrm{C}_{11}\mathrm{C}_{15} + \mathrm{C}_{21}\mathrm{C}_{25} + \nu(\mathrm{C}_{11}\mathrm{C}_{25} + \mathrm{C}_{15}\mathrm{C}_{21}) + 2(1-\nu)\mathrm{C}_{31}\mathrm{C}_{35} \\
\mathrm{L}_{23} &= \mathrm{L}_{32} = \mathrm{C}_{12}\mathrm{C}_{13} + \mathrm{C}_{22}\mathrm{C}_{23} + \nu(\mathrm{C}_{12}\mathrm{C}_{23} + \mathrm{C}_{13}\mathrm{C}_{22}) + 2(1-\nu)\mathrm{C}_{32}\mathrm{C}_{33} \\
\mathrm{L}_{24} &= \mathrm{L}_{42} = \mathrm{C}_{12}\mathrm{C}_{14} + \mathrm{C}_{22}\mathrm{C}_{24} + \nu(\mathrm{C}_{12}\mathrm{C}_{24} + \mathrm{C}_{14}\mathrm{C}_{22}) + 2(1-\nu)\mathrm{C}_{32}\mathrm{C}_{34} \\
\mathrm{L}_{25} &= \mathrm{L}_{52} = \mathrm{C}_{12}\mathrm{C}_{15} + \mathrm{C}_{22}\mathrm{C}_{25} + \nu(\mathrm{C}_{12}\mathrm{C}_{25} + \mathrm{C}_{15}\mathrm{C}_{22}) + 2(1-\nu)\mathrm{C}_{32}\mathrm{C}_{35} \\
\mathrm{L}_{34} &= \mathrm{L}_{43} = \mathrm{C}_{13}\mathrm{C}_{14} + \mathrm{C}_{23}\mathrm{C}_{24} + \nu(\mathrm{C}_{13}\mathrm{C}_{24} + \mathrm{C}_{14}\mathrm{C}_{23}) + 2(1-\nu)\mathrm{C}_{33}\mathrm{C}_{34} \\
\mathrm{L}_{35} &= \mathrm{L}_{53} = \mathrm{C}_{13}\mathrm{C}_{15} + \mathrm{C}_{23}\mathrm{C}_{25} + \nu(\mathrm{C}_{13}\mathrm{C}_{25} + \mathrm{C}_{15}\mathrm{C}_{23}) + 2(1-\nu)\mathrm{C}_{33}\mathrm{C}_{35} \\
\mathrm{L}_{45} &= \mathrm{L}_{54} = \mathrm{C}_{14}\mathrm{C}_{15} + \mathrm{C}_{24}\mathrm{C}_{25} + \nu(\mathrm{C}_{14}\mathrm{C}_{25} + \mathrm{C}_{15}\mathrm{C}_{24}) + 2(1-\nu)\mathrm{C}_{34}\mathrm{C}_{35}
\end{aligned} \tag{16}$$

Each element of matrix **L** is a functions of the Poisson's coefficient and of the elements in matrix **C**, Eqn. (3).

4. NUMERICAL EXAMPLES

Three example cases are considered, the first one regarding skew plates with different boundary conditions and angles of inclination, the second one regarding plates with curved parabolic edges, the third one regarding sector and annular plates with circular or elliptic shapes and different boundary conditions. In all cases the dimensionless frequency parameters λ^2 are computed according to the above described technique. The natural frequencies are then given by:

$$\omega = \frac{\lambda^2}{a^2}\sqrt{\frac{D}{\rho_h}} \tag{17}$$

where a is a reference-length parameter.

The shape functions are selected in the form of products of beam eigenfunctions: free-free, clamped-clamped, clamped-free and simply supported at both ends [12].

Skew plates

A skew plate as represented in Fig. (2) is considered, with $b = a$ and different angles α. For a plate with straight edges, the interpolation functions can be defined in the form:

$$P_i(\xi,\eta) = (1+\xi_i\xi)(1+\eta_i\eta)/4 \quad i = 1,2,3,4 \tag{18}$$

in which ξ_i and η_i are the natural coordinates of the i-th corner, as shown in Fig. (1). Introducing the coordinates of points 1 to 4 in Eqn. (18) yields the coordinate mapping:

$$\begin{cases} x = \left[(1+\xi) + \sin\alpha\,(1+\eta)\right]/2 \\ y = \cos\alpha\,(1+\eta)/2 \end{cases} \tag{19}$$

In this case the determinant of the Jacobian matrix **J** is constant.

Example 1. A skew plate clamped on all edges is considered as first example: note that in this case the solution does not depend on the Poisson's ratio ν. In Tab. (1), the dimensionless frequencies computed using 6×6 clamped-clamped beam eigenfunctions ($N\times N = 36$ global dofs) are compared with those reported in Refs. [2] and [7]. Shapes of modes 1 and 5 are plotted in Fig. (3).

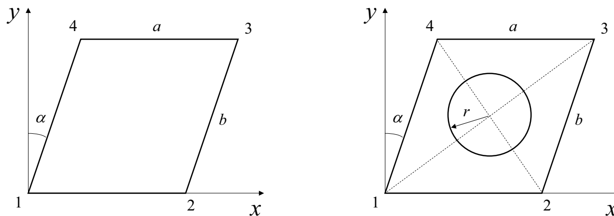


Fig. 2. Skew plate (left) and skew plate with annular support (right).

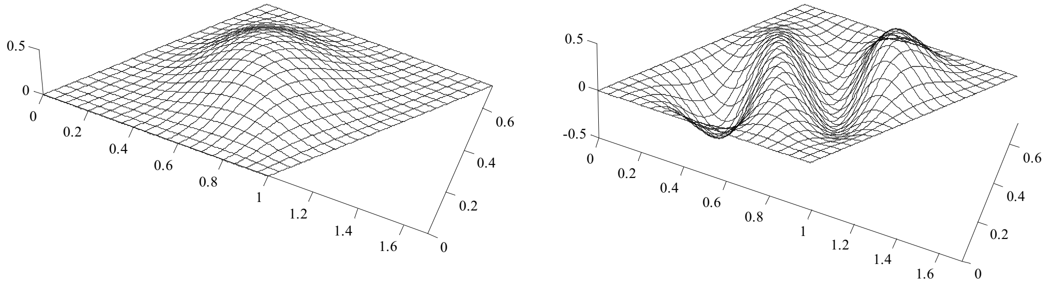


Fig. 3. Clamped skew plate ($\alpha = \pi / 4$, $a = 1$): modes 1 (left) and 5 (right).

Table 1. Example 1. Dimensionless frequency parameter λ^2/π^2.

Mode	α [°]	Ref. [2]	Ref. [7]	Present approach [6×6 dofs]
1	0	3.647	3.647	3.647
	15	3.870	3.869	3.878
	30	4.675	4.668	4.676
	45	6.680	6.660	6.680
2	0	7.438	7.439	7.439
	15	7.388	7.389	7.389
	30	8.277	8.275	8.278
	45	10.8	10.871	10.817
3	0	7.438	7.440	7.439
	15	8.377	8.372	8.378
	30	10.69	10.649	10.691
	45	15.1	15.324	15.147
4	0	10.970	10.971	10.971
	15	11.12	11.112	11.118
	30	12.11	12.129	12.110
	45	16.1	15.953	16.109
5	0	13.338	13.361	13.340
	15	14.09	14.113	14.091
	30	16.79	16.816	16.790
	45	20.2	20.758	20.241
6	0	13.399	13.430	13.401
	15	14.72	14.749	14.729
	30	16.80	16.882	16.802
	45	23.5	23.638	23.464
7	0	16.734	16.752	16.736
	15	15.99	16.022	15.991
	30	18.98	18.918	18.980
	45	25.6	26.823	25.597
8	0	16.734	16.752	16.736
	15	18.70	18.770	18.704
	30	–	22.772	22.329
	45	–	30.490	29.636

Example 2. As a second case, a free plate simply supported on an annular constraint as represented in Fig. (3) is considered. The angle of inclination is $\alpha = \pi / 6$ and the radius of the support is r = 0.3. The equation describing the shape of the support γ, expressed in polar form, can be given in natural coordinates using Eqn. (19):

$$\begin{cases} \xi = 2r(\cos\vartheta - \tan\alpha \sin\vartheta) \\ \eta = 2r \sin\vartheta / \cos\alpha \end{cases} \tag{20}$$

The frequencies computed using 6×6 to 12×12 free-free beam eigenfunctions (assuming ν = 0.3 and $\kappa = 109 \times D/a^3$) are reported in Tab. (2), where they are compared with those computed with the finite element method (15912 dofs, using quadratic serendipity plane elements with 8 nodes each). Shapes of modes 1 and 3 are plotted in Fig. (4).

Table 2. Example 2. Dimensionless frequency parameter λ^2 ($\nu = 0.3$, $\alpha = \pi / 6$, $r = 0.3$).

Mode	Present approach				FEM*
	6×6 dofs	8×8 dofs	10×10 dofs	12×12 dofs	
1	15.013	14.873	14.814	14.773	14.652
2	16.671	16.397	16.295	16.234	16.012
3	53.532	51.883	51.157	50.841	49.563
4	60.943	57.217	56.872	56.741	55.967
5	62.272	60.392	59.644	59.317	57.900

* 1715 elements, 5304 nodes, 15912 dofs.

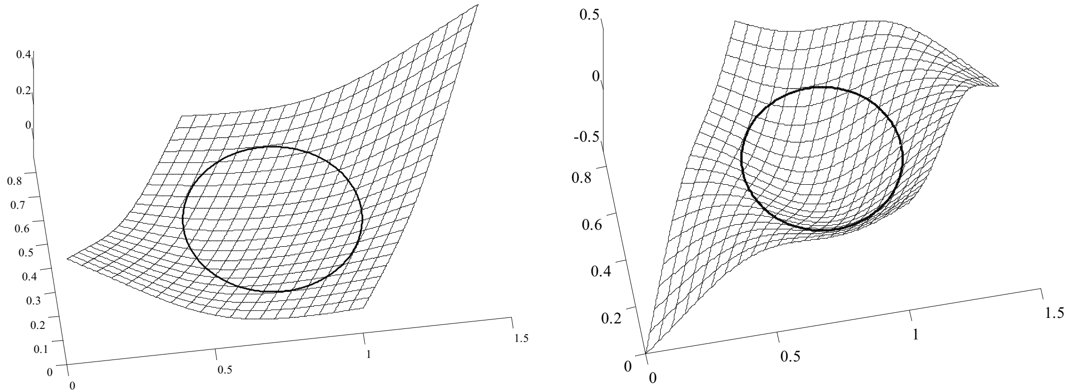


Fig. 4. Skew plate with annular support ($\nu = 0.3$, $\alpha = \pi / 6$, $a = 1$, $r = 0.3$): modes 1 (left) and 3 (right).

Plates with curved edges

A plate with curved parabolic edges as represented in Fig. (5) is considered. Since in Eqn. (1) the number of boundary points with predefined coordinates should be increased according to the polynomial order of the edges, in this example the quadratic Lagrange function is adopted:

$$\begin{aligned}
&P_i(\xi,\eta) = \xi\eta(\xi+\xi_i)(\eta+\eta_i)/4 \qquad i=1,2,3,4 \\
&P_i(\xi,\eta) = \eta(\eta+\eta_i)(1-\xi^2)/2 \qquad i=5,7 \\
&P_i(\xi,\eta) = \xi(\xi+\xi_i)(1-\eta^2)/2 \qquad i=6,8 \\
&P_i(\xi,\eta) = (1-\xi^2)(1-\eta^2) \qquad i=9
\end{aligned} \tag{21}$$

where the numbering convention is shown in Fig. (1). Introducing the coordinates of points 1 to 9 in Eqn. (21) yields the coordinate mapping:

$$\begin{cases} x = \xi(\eta^2+1) \\ y = \eta(3-\xi^2) \end{cases} \tag{22}$$

Example 3. A plate clamped on all edges is considered: the solution in this case does not depend on ν. In Tab. (3), the dimensionless frequencies computed using 6×6 clamped-clamped beam eigenfunctions ($N \times N$ = 36 global dofs) are compared with those obtained using the finite element method (48 dofs and 8463 dofs, using quadratic serendipity plane elements with 8 nodes each). Shapes of modes 1, 2, 5 and 6 are plotted in Fig. (6).

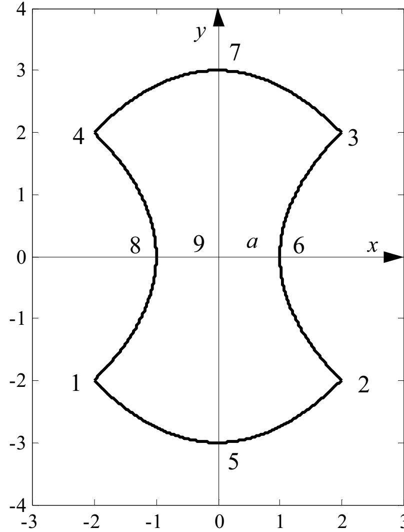


Fig. 5. Plate with curved edges.

Table 3. Example 3. Dimensionless frequency parameter λ^2.

Mode	Present approach [6×6 dofs]	FEM*	FEM**
1	4.195	4.650	4.164
2	4.288	6.047	4.260
3	6.338	11.887	6.320
4	8.109	12.296	8.093
5	9.029	15.969	8.960
6	9.058	–	8.963
7	10.897	–	10.837
8	14.057	–	13.840
9	14.087	–	13.998
10	14.580	–	14.434
* 9 elements, 48 dofs; ** 900 elements, 8463 dofs.			

Example 4. A free plate on all edges is considered, assuming $\nu = 0.3$. In Tab. (4), the dimensionless frequencies computed using 6×6 and 12×12 free-free beam eigenfunctions (with $N \times N$ = 144 global dofs) are compared with those obtained using the finite element method (8463 dofs). Note that in this case the convergence is slower than in the case of the clamped plate, Tab. (3). Shapes of modes 4, 5, 6 and 9 are plotted in Fig. (7). The first three modes are rigid body motions.

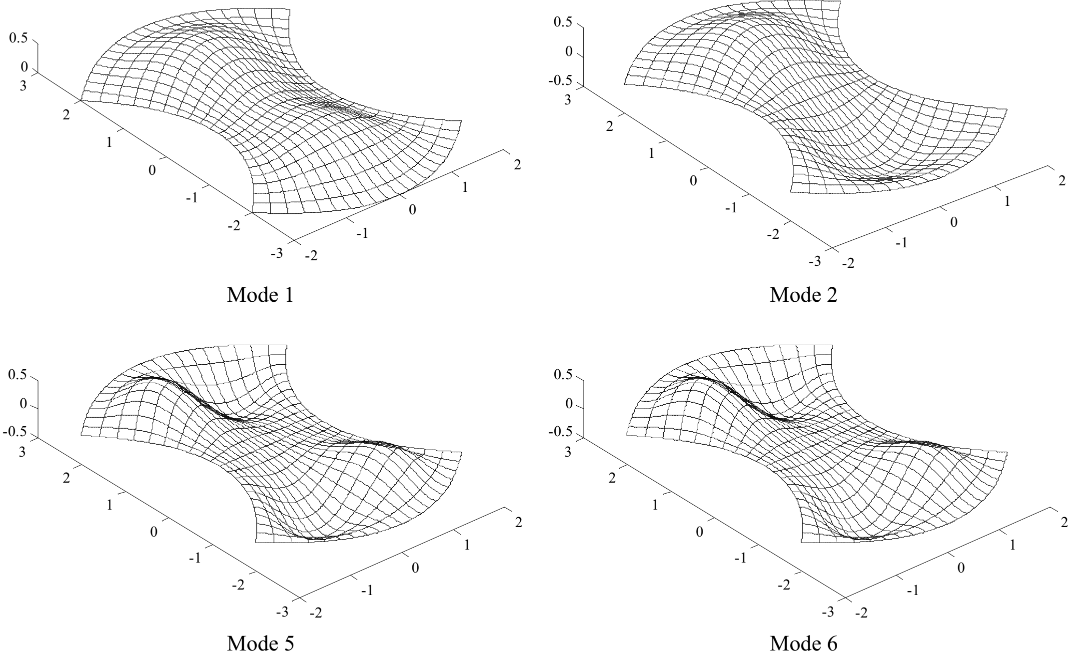
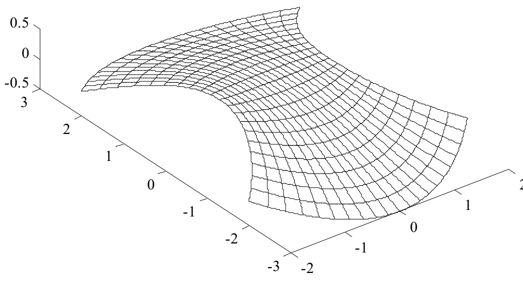


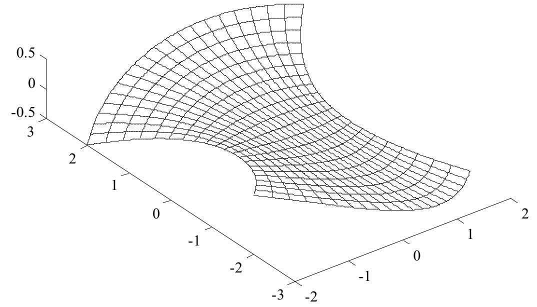
Fig. 6. Clamped plate with curved edges (a = 1): modes 1, 2, 5 and 6.

Table 4. Example 4. Dimensionless frequency parameter λ^2 ($\nu = 0.3$).

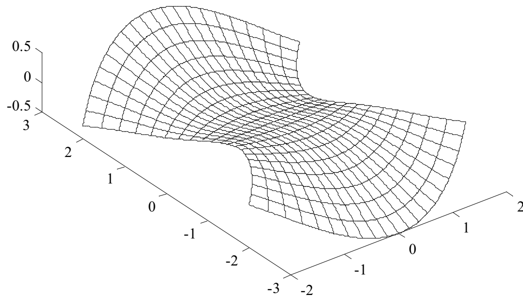
Mode	Present approach		FEM*
	6×6 dofs	12×12 dofs	
1	0	0	0
2	0	0	0
3	0	0	0
4	0.655	0.634	0.620
5	0.733	0.717	0.650
6	1.875	1.813	1.689
7	2.101	2.085	2.062
8	2.268	2.161	2.094
9	2.461	2.439	2.424
10	3.795	3.614	3.369
* 900 elements, 2821 nodes, 8463 dofs.			



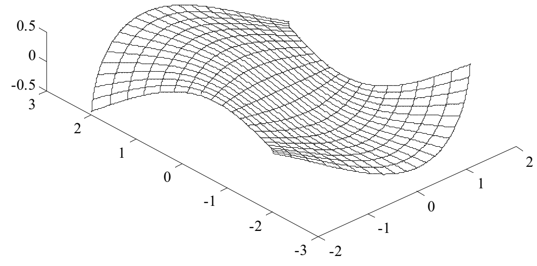
Mode 4



Mode 5



Mode 6



Mode 9

Fig. 7. Free plate with curved edges ($\nu = 0.3$, $a = 1$): modes 4, 5, 6 and 9 (1 to 3 are rigid body modes).

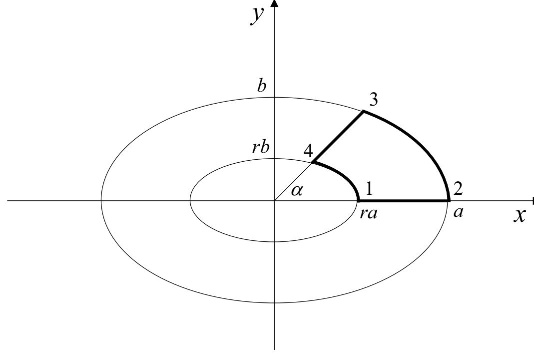


Fig. 8. Sector or annular plate.

Sector, annular, circular and elliptic plates

Circular plates are special cases of elliptic plates and are quite simple to analyze using polar coordinates, since the solution can be expressed in the form of Bessel functions for all the nine cases for inner and outer boundary conditions [14]. When compared with the amount of information available for cicular plates, studies on the vibration of elliptic plates are limited, especially on elliptic annular plates [15]. The main difficulty in studying elliptic plates is the choice of coordinates: elliptic coordinates can be used with the exact mode shape in the form of Mathieu functions, but they are quite cumbersome to handle [15-16].

In the present study a general case is considered, consisting of a sector elliptic plate as represented in Fig. (8). Annular elliptic plates, sector circular plates and annular circular plates can be considered as special cases, and they can be solved following the same approach within the proposed technique. In this case the domain mapping can be given in polar coordinates:

$$\begin{cases} x = \dfrac{a\,[(1-r)\xi + r]}{\sqrt{1+\left(k^2-1\right)\sin^2(\alpha\eta)}}\cos(\alpha\eta) & \xi \in [0,1] \\ y = \dfrac{a\,[(1-r)\xi + r]}{\sqrt{1+\left(k^2-1\right)\sin^2(\alpha\eta)}}\sin(\alpha\eta) & \eta \in [0,1] \end{cases} \tag{23}$$

where $\alpha \in (0,2\pi]$ is the sector angle, a and b are the lengths of the major and minor semiaxes of the external ellipse, $k = a/b$ is their ratio, $a\times r$ and $b\times r$, $r \in [0,1)$, are the lengths of the major and minor semiaxes of the internal ellipse. Clearly, $\alpha = 2\pi$ yields a circular or elliptic annular plate, $\alpha = 2\pi$ and $r = 0$ yields a circular or elliptic plate and $k = 1$ yields a circular annular plate. In the latter case Eqn. (23) reduces to the simpler form:

$$\begin{cases} x = a\,[(1-r)\xi + r]\cos(\alpha\eta) & \xi \in [0,1] \\ y = a\,[(1-r)\xi + r]\sin(\alpha\eta) & \eta \in [0,1] \end{cases} \tag{24}$$

If $\alpha = 2\pi$ (annular plate) the shape functions along the η coordinate can be selected as terms of the Fourier series:

$$\phi(\eta) = \begin{cases} \cos(2\pi i\eta) & i = 0,1,2... \\ \sin(2\pi j\eta) & j = 1,2,3... \end{cases} \tag{25}$$

Example 5. A circular sector plate simply supported on the straight edges and free on the curved ones with k = 1, a = 2, r = 0.5, $\alpha = \pi / 4$ and ν = 0.3 is considered. In Tab. (5), the dimensionless frequencies λ computed using 8×8 free-free and simply supported beam eigenfunctions (64 global dofs) are compared with those reported in Refs. [4] and [7]. Shapes of modes 1 and 4 are plotted in Fig. (9).

Example 6. A circular annular plate ($\alpha = 2\pi$) is considered, clamped on the external edge and free on the internal one, with k = 2, a = 1, r = 0.4 and ν = 1/3. In Tab. (6), the dimensionless frequencies λ^2 computed using 4 (clamped-free) × 22 (Fourier) eigenfunctions (88 global dofs) are compared with those reported in Ref. [15], computed using boundary characteristic othogonal polynomials in two dimensions as shape functions. Note that the frequency parameters λ^2 of modes 2 and 3 must be the same for symmetry reasons: the differences reported in Ref. [15] descend from computational errors (the same holds for modes 4-5, 6-7, 8-9, and so on).

Table 5. Example 5. Dimensionless frequency parameter λ (ν = 0.3, $\alpha = \pi / 4$, k = 1, r = 0.5).

Mode	Ref. [4]	Ref. [7]	Present approach [8×8 dofs]
1	2.2950	2.2953	2.3005
2	4.0850	4.0845	4.0894
3	4.5167	4.7529	4.5293
4	6.0545	6.0506	6.0531

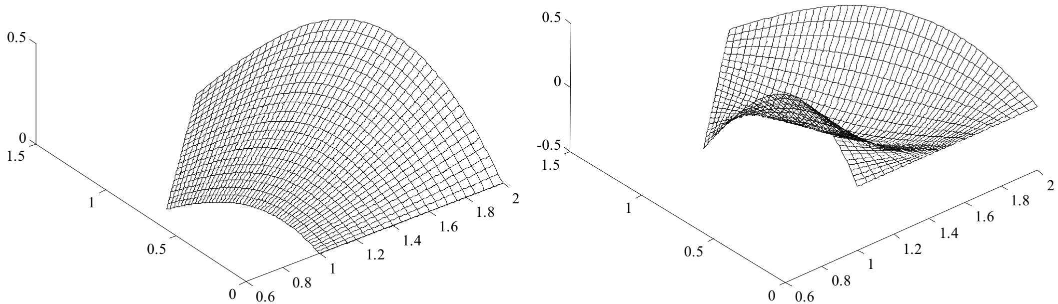


Fig. 9. Simply supported-free circular sector plate (ν = 0.3, $\alpha = \pi / 4$, k = 1, a = 2, r = 0.5): modes 1 (left) and 4 (right).

Table 6. Example 6. Dimensionless frequency parameter λ^2 ($\nu = 1/3$, $k = 1$, $r = 0.4$).

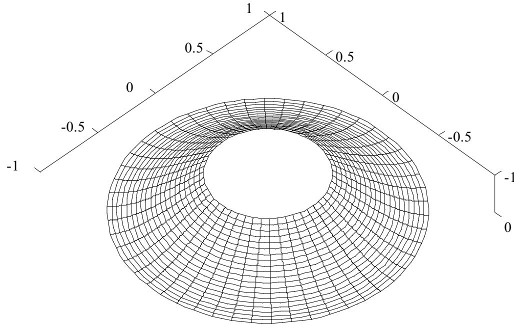
Mode	Ref. [15]	Present approach	
		4×22 dofs	10×1 dofs
1	13.501	13.534	13.518
2	19.460	19.423	–
3	19.477	19.423	–
4	31.736	31.410	–
5	32.055	31.410	–
6	47.812	47.002	–
7	47.893	47.002	–
8	66.810	66.242	–
9	66.937	66.242	–
10	–	67.014	66.965
11	72.000	71.916	–
12	72.031	71.916	–
13	86.608	85.504	–

The dimensionless frequencies of modes 1 and 10 (symmetric-symmetric modes) computed using 10 (clamped-free) × 1 (constant) eigenfunctions only are shown in Tab. (6). This example shows how an appropriate choice of eigenfunctions can significantly improve the accuracy of the method on some modes even with a small number of global dofs. Shapes of modes 1, 3, 9, 10, 12 and 13 are plotted in Fig. (10). Note that letting $r \to 0$, the frequency results computed by means of the proposed method converge towards those of a full circular plate. For example, the exact dimensionless frequencies of modes 1 and 6 of a clamped circular plate are $\lambda^2{}_1 = 10.22$ and $\lambda^2{}_6 = 39.77$ [14], while the same frequencies computed using 14 (clamped-free) × 1 (constant) eigenfunctions within the proposed approach are $\lambda^2{}_1 = 10.23$ and $\lambda^2{}_6 = 39.91$.

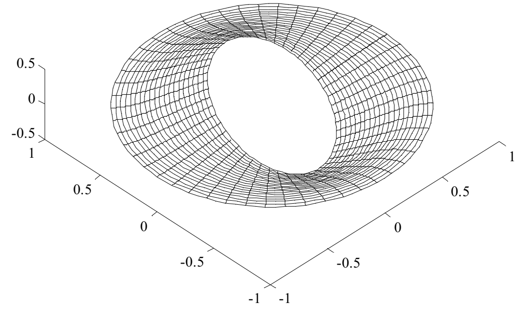
Example 7. An elliptic annular plate ($\alpha = 2\pi$) is considered, clamped on the external edge and free on the internal one, with $k = 2$, $a = 1$, $r = 0.4$ and $\nu = 1/3$. In Tab. (7), the dimensionless frequencies λ^2 computed using 4×11, 7×11 and 4×22 (44, 77 and 88 global dofs) eigenfunctions are compared with those reported in Ref. [15]. Note how the different composition of eigenfunction sets in the cases 7×11 and 4×22 affects the results: the 7×11 set yields better results on modes 2 and 3, while the 4×22 set on modes 1, 4, 5 and 6. Shapes of modes 1 to 6 are plotted in Fig. (11).

Table 7. Example 7. Dimensionless frequency parameter λ^2 ($\nu = 1/3$, $k = 2$, $r = 0.4$).

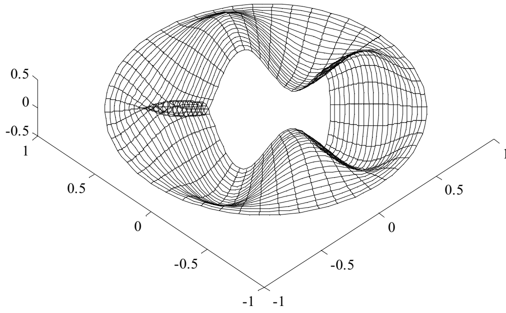
Mode	Ref. [15]	Present approach		
		4×11 dofs	7×11 dofs	4×22 dofs
1	36.347	36.398	36.382	36.298
2	41.041	41.516	41.283	41.428
3	54.029	55.828	55.114	55.349
4	62.686	65.382	64.625	63.759
5	77.093	77.605	77.287	76.327
6	82.638	86.545	86.362	82.690



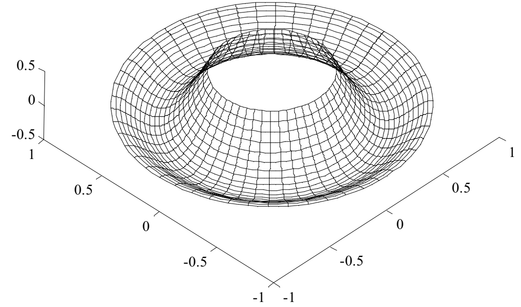
Mode 1



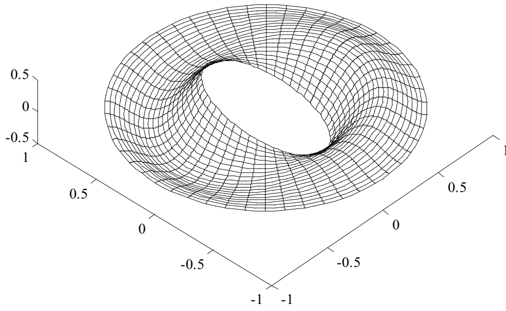
Mode 3



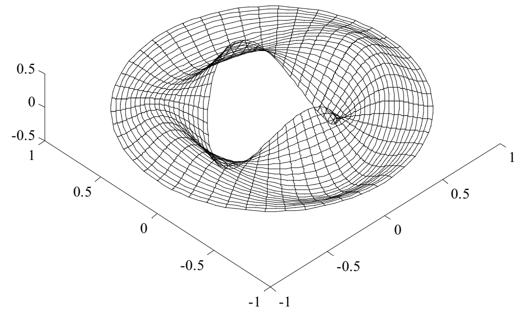
Mode 9



Mode 10



Mode 12



Mode 13

Fig. 10. Clamped-free circular annular plate ($\nu = 1/3$, $k = 1$, $a = 1$, $r = 0.4$): modes 1, 3, 9, 10, 12, 13.

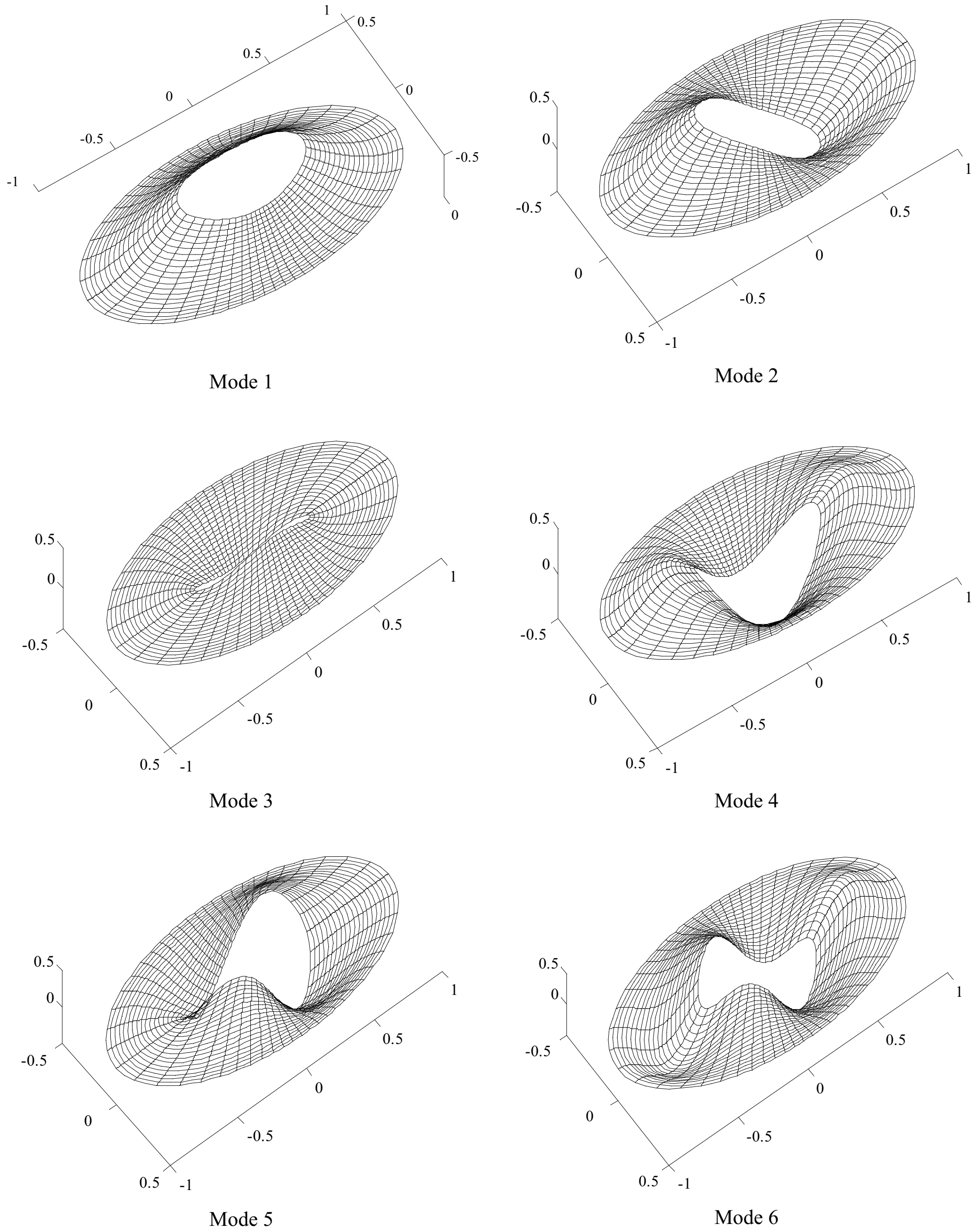


Fig. 11. Clamped-free elliptic annular plate ($\nu = 1/3$, $k = 2$, $a = 1$, $r = 0.4$): modes 1 to 6.

5. CONCLUSIONS

In the present study the problem of arbitrary-shaped vibrating Kirchhoff plates was analyzed using the Rayleigh-Ritz method. General boundary conditions were introduced in the functional of potential energy, and natural coordinates were employed to express the geometry of plates of arbitrary shape in a simple form. Flexural free vibration analysis of different shaped plates was performed, showing the effectiveness of the method. The flexural frequencies obtained were compared with those found in the literature and with those of standard finite element analysis, and the results were in very good agreement.

Future studies will be devoted to analyze the effectiveness of varying the composition of a given set of such functions.

Acknowledgements

The present study was developed within the LAV-INTERMECH, with the contribution of the Regione Emilia Romagna, PRRIITT, misura 3.4, azione A, obiettivo 2.

REFERENCES

[1] Leissa. A.W., 1977, "Recent research in plate vibrations: classical theory", *The Shock and Vibration Digest* **9** (10), pp. 13-24.

[2] Durvasula. S., 1969, "Natural frequencies and modes of clamped skew plates", *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal* **7**, pp. 1164-1167.

[3] Babu, P.V.T., Reddy, D.V., 1971, "Frequency analysis of skew orthotropic plates by the finite strip method", *Journal of Sound and Vibration* **18** (4-5), pp. 465-474.

[4] Ramakrishnan, R., Kunukkasseril, V., 1973, "Free vibration of annular sector plates", *Journal of Sound and Vibration* **30**, pp. 127-129.

[5] Li, W.Y., Cheung, Y.K., Tham, L.G., 1986, "Spline finite strip analysis of general plates", *Journal of Engineering Mechanics* **112**, pp. 43-54.

[6] Mizusawa. T., Kajita. T., Naruoka. M., 1980, "Analysis of skew plate problems with various constraints", *Journal of Sound and Vibration* **73** (4), pp. 575-584.

[7] Geannakakes, G., 1990, "Vibration analysis of arbitrarily shaped plates using beam characteristic othogonal polynomials in the semi-analytical finite strip method", *Journal of Sound and Vibration* **137** (2), pp. 283-303.

[8] Ritz, W., 1909, "Theorie der transversalschwingungen einer quadratischen Platte mit freien Rändern", *Ann. Physik* **28**, pp. 737-786.

[9] Catania, G., Sorrentino, S., 2009, "Rayleigh-Ritz analysis of vibrating plates based on a class of eigenfunctions". In proceedings of ASME IDETC/CIE 2009, San Diego, USA, August 30 - September 2.

[10] Catania, G., Sorrentino, S., 2007, "Discrete spectral modelling of continuous structures with fractional derivative viscoelastic behaviour". In proceedings of ASME IDETC/CIE 2007, Las Vegas, USA, September 4-7.

[11] Catania, G., Fasana, A., Sorrentino, S., 2008, "A condensation technique for the FE dynamic analysis with fractional derivative viscoelastic models", *Journal of Vibration and Control* **14** (9-10), pp. 1573-1586.

[12] Timoshenko, S., Young, D.H., Weaver, W., 1974. *Vibration problems in engineering*, *4th edition*, Wiley, New York, USA.

[13] Cook, R.D., Malkus, D.S., Plesha, M.E., Witt, R.J., 2002. *Concepts and applications of finite element analysis*, *4th edition*, Wiley, New York, USA.

[14] Blevins, R.D., 1979-2001. *Formulas for natural frequency and mode shape*, Krieger, Malabar, USA.

[15] Chakraverty, S., 2009. *Vibration of plates*, CRC Press, New York, USA.

[16] Leissa, A.W., 1969. *Vibration of Plates*, Nasa SP 160, U.S. Government Printing Office, Washington D.C., USA.

CONDITION MONITORING BY MEANS OF VIBRATION ANALYSIS TECHNIQUES: SOME CASE STUDIES

Marco Cavallari
Engineering Department in Ferrara (EnDIF),
University of Ferrara, Italy
E-mail: marco.cavallari@unife.it

Gianluca D'Elia
Engineering Department in Ferrara (EnDIF),
University of Ferrara, Italy
E-mail: gianluca.delia@unife.it

Simone Delvecchio
Engineering Department in Ferrara (EnDIF),
University of Ferrara, Italy
E-mail: simone.delvecchio@unife.it

Marco Malagò
Engineering Department in Ferrara (EnDIF),
University of Ferrara, Italy
E-mail: marco.malago@unife.it

Emiliano Mucchi
Engineering Department in Ferrara (EnDIF),
University of Ferrara, Italy
E-mail: emiliano.mucchi@unife.it

Giorgio Dalpiaz
Engineering Department in Ferrara (EnDIF),
University of Ferrara, Italy
E-mail: giorgio.dalpiaz@unife.it

Abstract. *This paper evaluates the effectiveness of some vibration processing techniques for quality control at the end of the assembly line in two industrial cases: the detection of contamination faults in polyurethane wheels, and tooth fault detection in helical gears. These applications illustrate the capability of vibration analysis as condition monitoring tool, as well as the importance of the proper selection of test and processing parameters.*

Keywords*: vibration, monitoring, quality control, polyurethane wheels, helical gears.*

1. INTRODUCTION

In industrial manufacturing rigorous testing is used to ensure that the delivered products meet their specifications. In the last few years, a great effort has been put into automating fault detection by using vibration measurements and processing techniques, due to their non-intrusive character and ability to detect a wide range of mechanical faults. In industrial environments there is an increasing demand for automatic on-line systems which are able to classify final products as pass or fail and/or to diagnose faults.

Firstly, the monitoring procedure involves the acquisition of vibration signals by means of piezo-electric accelerometers. Since the selection of the acquisition parameters is critical, this data acquisition step is not of minor importance. Sometimes, several operations (i.e. correct selection of time histories, averaging and digital filtering) are needed in order to separate the most informative part of the signal from the environmental noise (electrical and mechanical).

Secondly, signal processing techniques have to be implemented by taking into account the characteristics of the signal and the type of machine from which the signal is being measured (i.e. rotating or alternative machine with simple or complex mechanisms).

Finally, several features have to be extracted in order to assess the physical state of the machine or to detect some incipient defects and to determine the causes of their presence.

Mechanical faults in machines often show their presence through abnormal vibration signals, thus techniques for machine condition monitoring based on the analysis of these signals are widely used [1,2]. However, most studies have been carried out on simple mechanical parts, such as gears and rolling bearings, having well-determined dynamic characteristics. Therefore, gearbox condition monitoring and bearing defect analysis using vibration signatures are extensively reported ([3,4] among a wide amount of References).

Moreover, some works related to the condition monitoring of machining processes can be found in literature ([5,6] refer to the drilling process as an example).

The aim of this paper is to present some quality control applications that are primarily based on vibration analysis. The use of processing techniques that can be considered well suited for implementation in on-line monitoring equipment at the end of the production line is proposed. The presented applications are: (a) the detection of contamination faults in polyurethane wheels; (b) tooth fault detection in helical gears.

2. DETECTION OF CONTAMINATION FAULTS IN POLYURETHANE WHEELS

The first application deals with heavy-duty wheels that are mainly mounted in automatic vehicles; they are composed of a polyurethane tread and a cast iron hub. A thin coating of adhesive pastes the tread on the hub while two roller bearings couple the hub with the shaft. The application of the adhesive between the polyurethane tread and the cast iron hub represents the most critical assembly phase of these heavy-duty wheels, due to the fact that is completely realized by an operator. Therefore it is easy to understand that the contamination of the link area between polyurethane and cast iron is quite frequent. Four types of faulty wheels have been manufactured “ad hoc” with anomalies that mimic the real ones. Such anomalies consist in zones of different dimensions where incorrect adherence between tread and hub takes place.

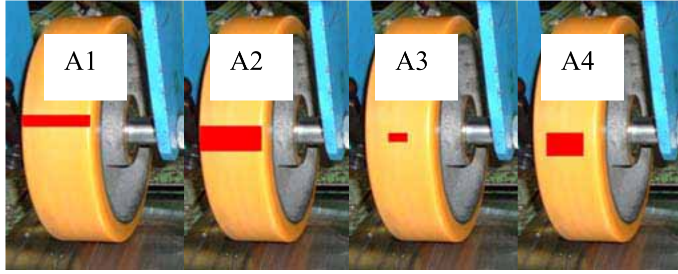


Figure 1. Defect of different dimensions in polyurethane wheels, defined as A1, A2, A3 and A4.

Figure (1) depicts the artificial faults: defect A1 and A2 have an extension of 1 and 2 cm in tangential direction respectively, for the whole tread width, whilst A3 and A4 are localized in the centre of the interface tread/hub with an extension of 1 cm and 2 cm in tangential direction, respectively. For each defect type, three wheels have been tested in order to obtain more reliable results. Moreover seven healthy wheels (HW) have been also tested in order to identify a reference pattern that represents the normal condition.

Experimental results and discussion

The test bench used to perform the measurements is made up of a bottom support, including a drum driven by an electrical motor controlled by inverter, and an upper part composed of two hydraulic pistons that apply load to the wheel under test, as shown in Fig. (2(a)).

Tests are carried out at two different drum speeds (low and high) and three different loads (low, medium and high). After a few preliminary analyses with different transducers (i.e. accelerometer, load cells, AE sensor, microphone), tri-axial accelerometer PCB 356A01 (frequency range 1-10000 Hz) has been identified as the best sensor in terms of simplicity in mounting and fast response to impulsive events. The vibration signals have been acquired with sample frequency of 20480 Hz for a duration of 64 s, by means of a LMS SCADAS 310 front-end, controlled by the software LMS Test.Lab. Simultaneously with the acquisition at constant sample frequency, an off-line computed order tracking analysis has been also performed in order to calculate the Time Synchronous Average (TSA) of the measured signal (Fig. (3)).

This technique [7] requires the measurement of a one-per-revolution tachometer signal, i.e. a signal phase-locked with the angular position of one rotating element in the system. Two optical tachometer sensors (KEYENCE-LVS series) have been used to synchronise the acquisitions with both wheel and driving drum revolutions.

The results in terms of raw time data and frequency analysis have shown that the operational condition of low speed and high load is the best compromise (referred hereafter as the “best” condition) of rotational speed and applied load giving a clear and meaningful response signal.

Concerning fault detection, the Kurtosis coefficient [8] extracted from the TSA vibration signal is well suited in highlighting localized faults, due to the fact that it assumes high values in signals that present few localized peaks, as occurs for wheels with anomaly, see Fig. (3).

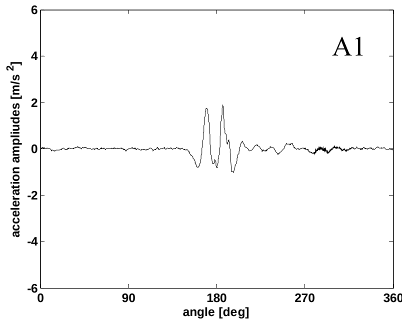


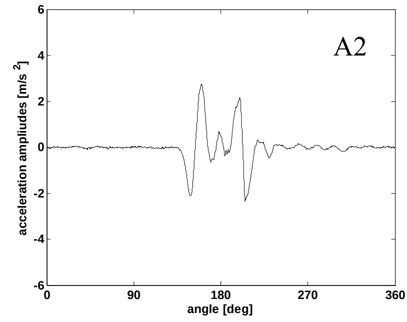
(a)

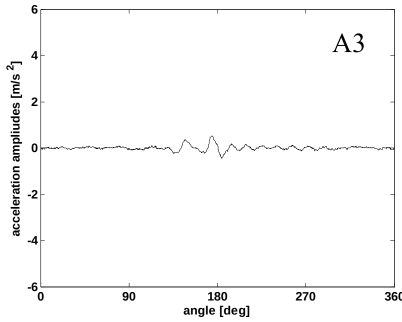


(b)

Figure 2. (a) Test bench; (b) tested wheel and transducers.







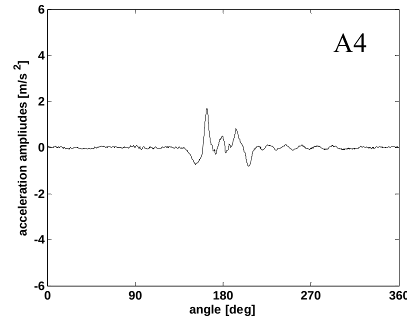


Figure 3. TSA of the acceleration signal for defects A1, A2, A3 and A4 at the test condition of low speed and high load.

Therefore, this technique can be a powerful and simply tool in vibration-based monitoring. Table (1) puts in evidence the Kurtosis coefficient values for all the defect types, evaluated at low speed and high load. As one can clearly see, the Kurtosis coefficient presents high values for the faulty wheels, while for healthy wheels it presents small values, less than 4. Table (2) shows that the test conditions have a strong influence on Kurtosis values. In fact, it can be noted that the Kurtosis coefficients at high speed and low load are smaller than the Kurtosis coefficients at lower speed and higher load listed in Tab. (1).

Table 1. Kurtosis of the TSA at the test condition of low speed and high load for defect types A1, A2, A3 and A4 and for healthy wheels (HW).

	A1	A2	A3	A4	HW
TSA kurtosis	**16.01**	**13.17**	**12.01**	**13.26**	**3.27**

Table 2. Kurtosis of the TSA at the test condition of high speed and low load for defect types A1, A2, A3 and A4 and for healthy wheels (HW).

	A1	A2	A3	A4	HW
TSA kurtosis	**6.03**	**7.12**	**3.25**	**4.12**	**3.27**

Furthermore, at high speed and low load (see Tab. (2)) the faulty wheels can not be clearly identified by using the Kurtosis coefficient only (defect A3 exhibits Kurtosis coefficient smaller than healthy wheels).

Observing the typical TSA signals depicted in Fig. (3), it can be noted that they are mainly composed of two impulsive events in each wheel rotation. These acceleration peaks are probably due to a double impact that happens when the faulty area comes into contact and then exits the contact between the wheel and the drum. The amplitude and the angular extension of these peaks depends on test conditions and defect dimension, as shown hereafter.

Figure (4) presents the influence of speed on the signal response for defect A2, in particular the acceleration around the fault location, characterised by two peaks. It is interesting to note that the distance between the peaks at low speed (distance A in Fig. (4)) is approximately equal to the distance between the corresponding peaks at high speed (distance B in Fig. (4)). So the peak distance in terms of wheel rotation is not influenced by the speed. On the other hand the amplitude is higher in case of higher speed; in fact the impact between the incorrectly pasted surfaces of the tread and the hub is obviously more intense.

Concerning the influence of load, Fig. (5(a)) tries to qualitatively explain how the contact area at different loads changes: in particular, point A represents the extreme of the contact area at low load conditions, involving a smaller surface and angular extension of the contact. On the other hand, point C represents this extreme in the highest load condition, determining the largest contact area and therefore involving the largest wheel angular extension.

Figure (5(b)) shows the TSA vibration signals obtained for defect A2 at three different loads (low, medium, high) and the same speed. It is clearly confirmed that the angular extension of the transient event becomes wider as load increases.

As a matter of fact, the impulsive phenomena (start/end contact of the non-pasted surfaces) related to the high load condition correspond to wheel rotation of approximately 85°, while at the low load condition to a rotation of only 65°.

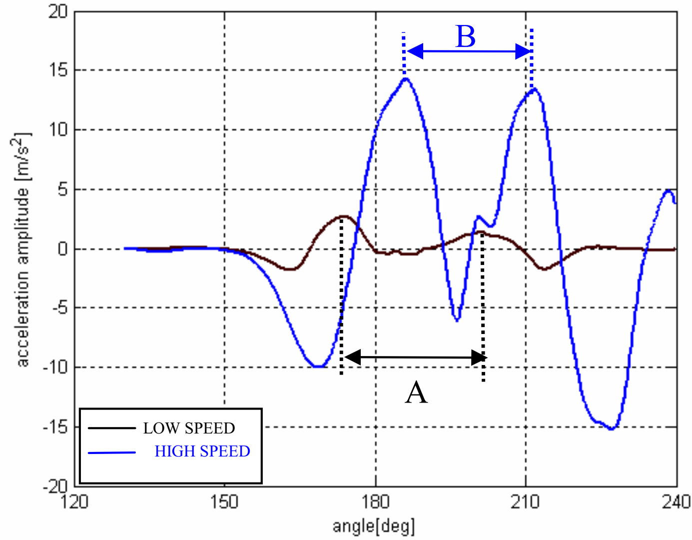


Figure 4. TSA of the acceleration signal for defect A2 at high load and two different speeds in the angle range 120°- 240°.

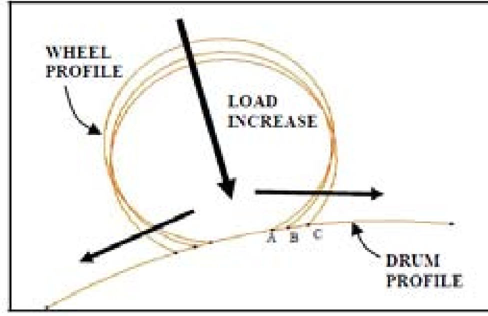
Furthermore, when the load increases the beginning of the transient event is anticipated while its ending is postponed. Moreover, Fig. (5(b)) shows that the peak amplitude becomes higher as the load increases, while the peak distance is not significantly influenced by the load.

Finally it is interesting to analyse the influence of the defect dimension on the TSA. Figure 6) shows the signal for defects A1 and A2 measured at the same test condition. The two horizontal segments (A and B) in the figure, defining the distance between the peaks, emphasize that such a distance increases with the fault dimensions, in particular line B (defect A2) assumes a wider extension than line A (defect A1). Moreover, the signals related to larger defect dimensions present peaks of higher amplitude and involve wider angle extension with respect to defects of smaller dimensions.

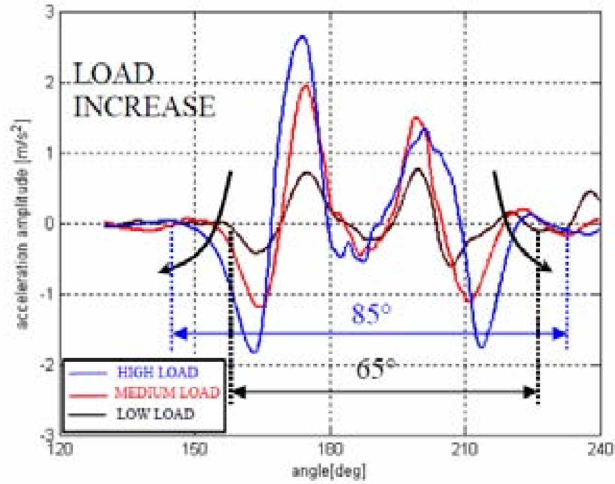
So it can be concluded that test conditions deeply influence the signal behaviour, in particular the amplitude and the extension in terms of wheel angle, but they do not significantly change the distance between peaks, that essentially depends on the defect type.

In order to get some diagnostic information concerning the tested faulty conditions, the Continuous Wavelet Transform (CWT) [8] has been applied to the TSA signal in the angle domain, obtaining a representation in the angle-order domain instead of the genuine time-frequency domain. Figure (7) reports the CWT maps for all the defects at the "best" test condition (low speed and high load).

The impulsive event A1 (i.e. the contact between the faulty zone of the wheel and the drum) determines high amplitude in the Wavelet Transform around the 16th-18th wheel orders. On the other hand, for defect A2, high amplitude values appear in the order range 13th-15th, whilst for defect A3 high amplitude values are around the 14th-16th wheel



(a)



(b)

Figure 5. (a) Sketch of the variation of contact area with the load increase; (b) TSA of the acceleration signal for defect A2 at different loads (low, medium, high) and low speed in the angle range 120°- 240°.

orders. Defect A4 is characterized by a more localized order-angle range with respect to the other defects, at the 13th-14th wheel orders.

Therefore the angle-order plots are able to show the order content during the impulse between wheel and drum, giving information about the differences between the four types of defect. In order to better understand these results and to confirm them for all the wheels, an order analysis has been carried out too.

The goal of this analysis is to identify common order contents, verifying the reliability of the results at the same operational condition. Figure (8) presents the order content of different wheels with the same defect in the same plot: defect A1 shows common peaks at the 8th, 13th and 18th order (circled in Fig. (8)).

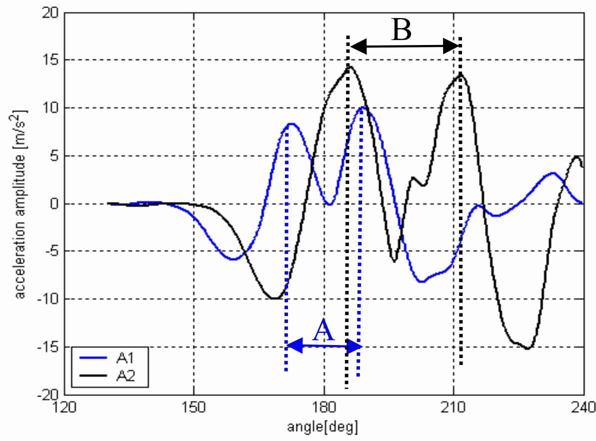


Figure 6. TSA of the acceleration signal for defects A1 and A2 at the same test condition of high speed and high load in the angle range 120°- 240°.

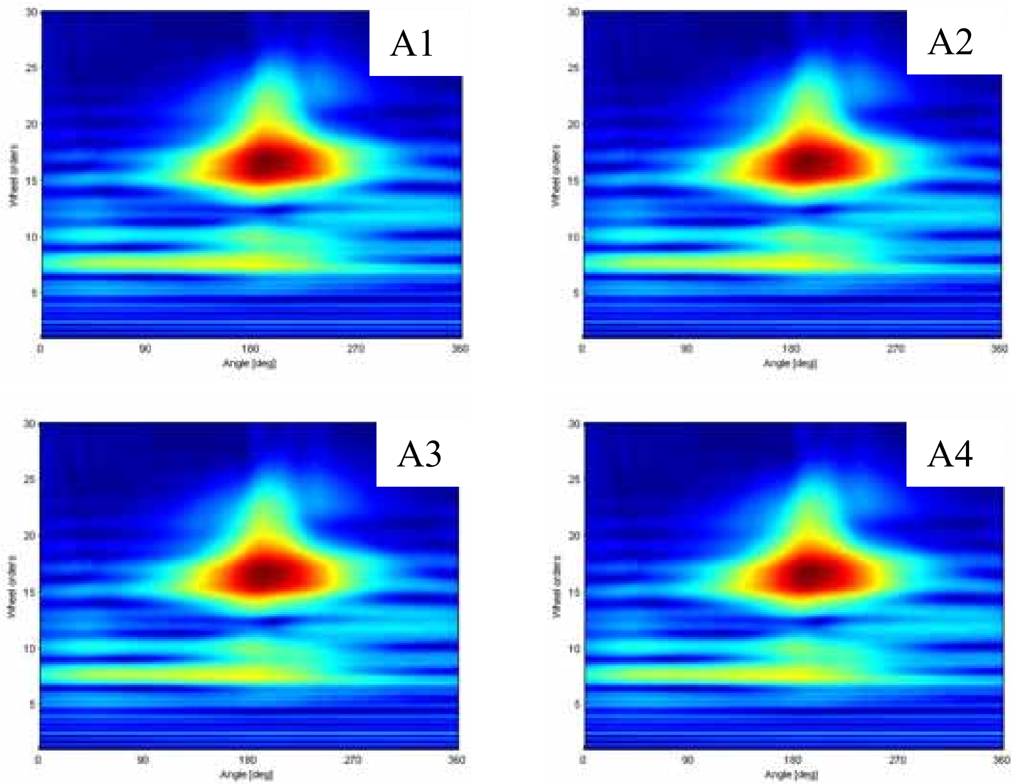


Figure 7. Wavelet Transform of TSA acceleration for defects A1, A2, A3 and A4 at the "best" condition (low speed and high load).

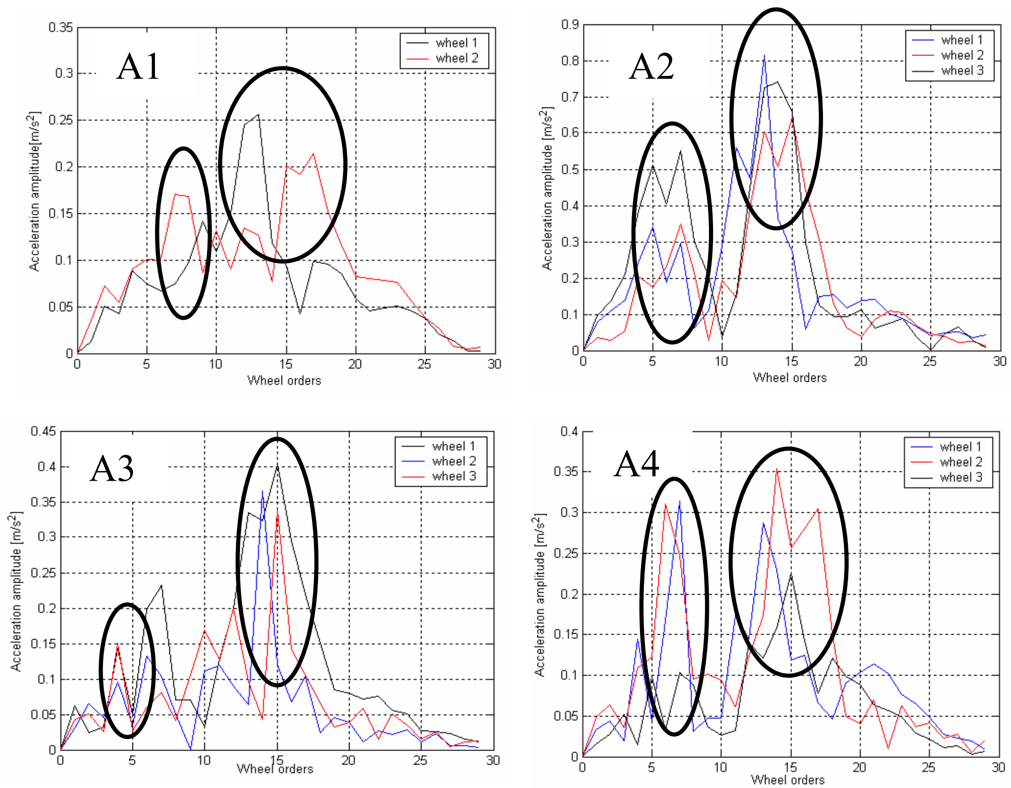


Figure 8. Order spectra of TSA acceleration for all the faulty wheels at the "best" condition (low speed and high load).

For this defect only two wheels were available due to the damage of the third wheel during measurement. Defect A2 shows common peaks at the 7th and 13th order and A3 at the 4th, 7th and 14th order. Defect A4 presents common peaks at the 8th and 15th order. So such a comparison underlines that all the defects are characterized by two families of peaks, one of high order (13th -18th) and one at low order (4th -8th).

On the basis of the presented results it can be concluded that the production of heavy duty wheels could be efficiently monitored through vibration signal analysis. A significant contribution to polyurethane wheel quality control can be achieved by the TSA signal analysis, the calculation of simple statistical metrics and the evaluation of CWT maps.

It also has to be highlighted that test conditions significantly influence the amplitude of the signal peaks and the angular extension of the transient event. On the other hand, the defect size influences the distance between peaks. More details can be found in [10].

3. TOOTH FAULT DETECTION IN HELICAL GEARS

The second application assesses the use of TSA vibration signal for the on-line vibration quality control of gear unites. The diagnostic capabilities of this simple technique have been tested on the basis of experimental results concerning two different tooth faults in

helical gears: poor tooth surface quality and presence of tooth face bumps. The first fault condition concerns the presence of oxide residuals on the tooth surface due to the heat-treatment and the grinding process. The second one is caused by gear tooth impacts during gear conveyance before the heat treatment, see Fig. (9(b)). During the test campaign the faulty gears have been mounted on the first stage of a gear unit and the vibration signals have been acquired from the gearbox case.

Experimental results and discussion

Concerning fault detection, two statistical parameters, i.e. root-mean-square (RMS) and Kurtosis, extracted from faulty and sound TSA vibration signals have been evaluated in order to asses a reliable quality control strategy. The experimental apparatus (see Fig. (9(a)) consists of a base, including two induction motors controlled by inverters and a gear unit. The driving induction motor is controlled in feedback speed loop, whilst the loading motor is controlled in feedback torque loop. The gear unit contains two spur gear pairs, one having 18 and 71 teeth, the other one 12 and 55 teeth, giving a global speed reduction ratio of 18.1. More details concerning the test bench design can be found in [11].

Three kinds of test are performed:

- ✓ Test 1: all gears in sound condition;
- ✓ Test 2: the first stage gearbox pinion (18 teeth) exhibiting several oxide residuals on tooth faces, so poor tooth surface quality (distributed fault);
- ✓ Test 3: the first stage gearbox wheel (71 teeth) showing tooth face bumps (localized fault).

The results presented in this work have been obtained with a nominal driving motor speed of 3000 rpm (50 Hz) and a output shaft nominal torque of 36.6 Nm. The vibration signal is captured from the gearbox case by means of a Brüel & Kjær piezoelectric accelerometer mounted close to the bearing support of the first stage pinion in the radial direction.

The sample frequency was 32800 Hz, whilst the acquisition time was 60 s. In all the tests the TSA vibration signal is calculated over 80 revolutions for both first stage pinion and wheel, obtaining both pinion TSA and wheel TSA. Figure 10(a) and Figure **10**(b) plot the TSA of the first stage pinion and wheel for Test 1, which can be taken as a reference for the detection procedure. In particular, it is possible to notice that the main signal component is the meshing frequency and no signal alteration can be observed.

Figure (10(c)) shows the TSA of the first stage pinion for Test 2, concerning poor tooth surface quality. Comparing Figure 10(a)) and Fig. (10(c)) it is possible to notice that this type of fault gives rise to an increase of the mean amplitude vibration level without any local alteration. Therefore by the visual inspection of the TSA this type of fault can not be surely identified and so further analyses have to be performed, i.e. evaluation of statistical parameters of the TSA signal. Concerning Test 3, the TSA of the first stage wheel is depicted in Fig. (10(d)). It is possible to notice a clear local alteration of the vibration signal at about 230 degrees due to the engagement of the faulted tooth with bumps.

Here it is clearly evident that the TSA seems a pivotal tool in revealing local alterations, i.e. localized fault in gear, nevertheless this techniques is not enough to reveal distributed faults.

Table 3. RMS and Kurtosis values of the TSA for the three tests.

	Pinion TSA		Wheel TSA	
	RMS [g]	Kurtosis	RMS [g]	Kurtosis
Test 1 (pinion and wheel in sound condition)	**0.21**	**2.39**	**0.22**	**3.03**
Test 2 (pinion distributed fault)	**0.35**	3.15	0.31	3.16
Test 3 (wheel localized fault)	0.13	2.80	0.27	**35.68**

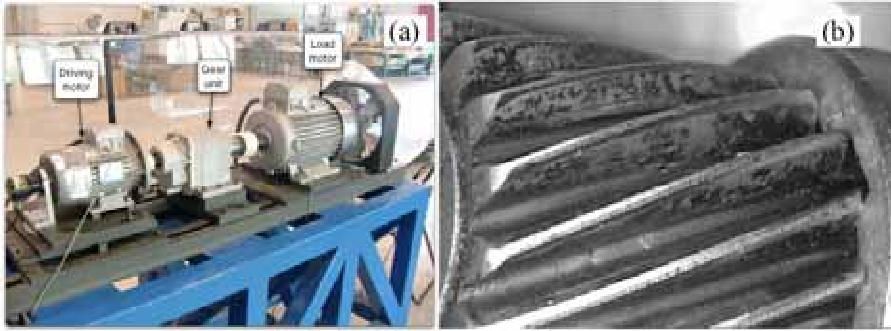


Figure 9. (a) Test bench for gear units and (b) example of a tested gear.

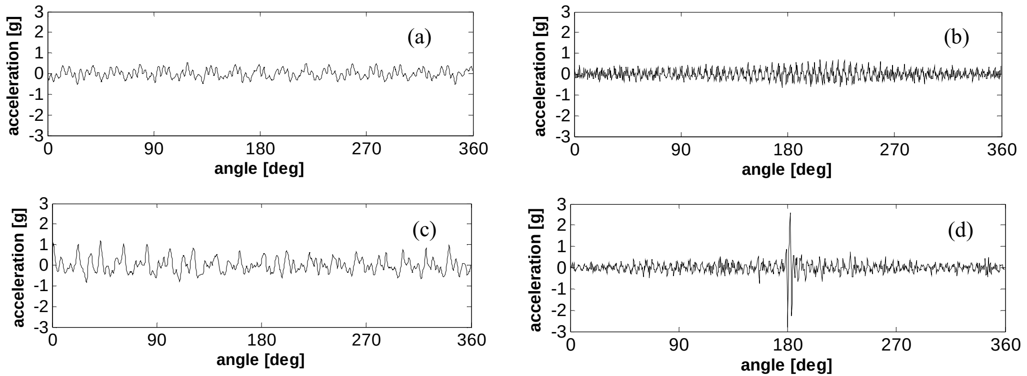


Figure 10. Time-synchronous averages for the three tests: (a) Test 1: pinion TSA in sound condition, (b) Test 1: wheel TSA in sound condition, (c) Test 2: pinion TSA with pinion distributed fault and (d) Test 3: wheel TSA with wheel localized fault.

Moreover, in order to assess the presence of a defect a visual inspection of the TSA is needed; thus such a technique is not suitable to be implemented in an automatic monitoring system at the end of the production line.

Ergo, for quality control purposes, we can link this achievement to the analysis of statistical parameters of the TSA signal, i.e. RMS and Kurtosis.

As a matter of fact these parameters are of simple interpretation and they are linked to different physical properties of the analyzed signal. In particular, RMS takes into account the energy conveyed by signals and so it can be considered as a useful tool in order to detect an increase of the mean signal amplitude (distributed faults). On the other hand Kurtosis is exceedingly sensitive to local signal alteration (localized faults). Table (3) summarises the RMS and the Kurtosis values for both pinion and wheel TSA of the three different tests.

It is well known that these statistical parameters evaluated on the TSA signal, have to be compared on the basis of the same mechanical component, i.e. pinion or wheel. As a matter of fact TSA in practice extracts from the signal the genuine portion containing only the components which are synchronous with the revolution of the specific gear in question. Therefore, the statistical parameters evaluated on the pinion TSA signal and on the wheel TSA signal, differ because they are evaluated on the basis of different signal components.

As reported in Tab. (3), there is an increase of the RMS value of the pinion TSA for Test 2 with respect to Test 1 (i.e. 0.35 g vs. 0.21 g), whilst the RMS of the wheel TSA does not show remarkable changes. Such an increase highlights the poor surface quality of the tooth pinion. Concerning Test 3 (wheel localized fault) the RMS of both pinion and wheel TSA's does not reveal the fault presence, in fact the energy conveyed by signal roughly remains the same (see Fig. (10(b)) and Fig. (10(d)) for the wheel TSA).

On the other hand, the Kurtosis of the wheel TSA for Test 3 shows a marked increase with respect to Test 1 (i.e. 17.34 vs. 2.52), highlighting the presence of a localized fault on the first stage wheel.

Concerning this second application, we can consider TSA as a pivotal starting point for on-line gear quality control. However this techniques has to be linked to proper statistical parameters, such as RMS value or Kurtosis coefficient, in order to detect poor tooth surface quality or localized gear tooth faults. In particular, because RMS value accounts for the energy conveyed by the signal, it is well suited for distributed fault localization, while Kurtosis coefficient, which is sensitive to local signal alterations, is a pivotal tool for the monitoring of localized faults.

4. CONCLUDING REMARKS

This paper describes some applications of vibration analyses for the quality control of mechanical devices at the end of the production line. The following conclusions can be achieved based on the presented results.

- ✓ Vibration signal is useful for quality control of the above-described applications, but it should be properly processed in order to obtain reliable information.
- ✓ In case of rotating machines, Time Synchronous Average can be considered as a powerful tool in detecting the presence of faults. It also permits the characterization of the source of alteration.
- ✓ The quality control at the end of assembly line requires the assessment of simple parameters that can be easily used for implementing a strategy of pass/fail decisions.
- ✓ Since the test conditions affect the robustness of the results it is recommended to select them in order to make the output vibration signal rich in informative characteristics.

Acknowledgements

This work has been developed within the laboratory of research and technology transfer InterMech (Division Acoustics and Vibrations - LAV) realized through the contribution of Regione Emilia Romagna, Assessorato Attività Produttive, Sviluppo Economico, Piano Telematico - PRRIITT Misura 3.4, Azione A.

REFERENCES

[1] Braun, S. J., 1986. *Mechanical Signature Analysis*. Academic Press, London.

[2] Collacot, R.A., 1979. *Vibration Monitoring and Diagnostic*. Wiley, New York.

[3] McFadden, P.D., 1986. "Examination of a technique for the early detection of failure in gears by signal processing of the time domain average of the meshing vibration". *Mechanical Systems and Signal Processing*, **1**(2), April, pp. 173–183.

[4] Randall, R.B., 1982. "A new method of modelling gear faults". *Journal of Mechanical Design*, **104**, pp. 259–267.

[5] El-Wardanay, T.I., Gao, D., Elbestawi, M.A., 1996. "Tool condition monitoring in drilling using vibration signature analysis". *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **36**(6), pp. 687-711.

[6] Jantunen, E., 2002. "A summary of methods applied to tool condition monitoring in drilling". *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **42**, pp. 997-1010.

[7] Dalpiaz, G., Rivola, A., Rubini, R., 2000. "Effectiveness and sensitivity of vibration techniques for local detection in gears". *Mechanical System and Signal Processing*, **14**(3), pp. 387-412.

[8] Delvecchio, S., Dalpiaz, G., Niculita, O., Rivola, A., 2007. "Condition monitoring in diesel engines for cold test applications. Part I: vibration analysis for pass/fail decision". In Proceedings of the 20th International Congress & Exhibition on Condition Monitoring and Diagnostic Engineering Management, Ana C.V. Veira et al., eds., Faro, Portugal, pp.197-206.

[9] Delvecchio, S., D'Elia, G., Dalpiaz, G., 2008. "Comparing Wigner Ville Distribution and Wavelet Transform for the vibration diagnosis of assembly faults in diesel engines". In Proceedings of the 21st International Congress & Exhibition on Condition Monitoring and Diagnostic Engineering Management 2008, Prague, Czech Republic, pp. 125-134.

[10] Malagò, M., Mucchi, E., Dalpiaz, G., 2009. "Condition monitoring and diagnosis in heavy-duty wheels: a first experimental approach". In Proceedings of the ASME 2009 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference IDETC/CIE 2009, San Diego, California, USA.

[11] Dalpiaz, G., D'Elia, G., Delvecchio, S., 2007. "Design of a test bench for the vibro-acoustical analysis and diagnostics of rotating machines". In Proceedings of the Second World Congress on Engineering Asset Management and the Fourth International Conference on Condition Monitoring 2007, Harrogate, UK.

RIDUZIONE DELLE VIBRAZIONI NEI MECCANISMI CON CAMME MEDIANTE CORREZIONE DELLA VELOCITÀ ANGOLARE

Alberto Maggiore
DIEM - Dipartimento di ingegneria delle costruzioni meccaniche, nucleari, aeronautiche e di metallurgia
Alma Mater Studiorum - Università di Bologna, Italia
E-mail: alberto.maggiore@unibo.it

Umberto Meneghetti
DIEM - Dipartimento di ingegneria delle costruzioni meccaniche, nucleari, aeronautiche e di metallurgia
Alma Mater Studiorum - Università di Bologna, Italia
E-mail: umberto.meneghetti@unibo.it

Sommario. *Uno dei più seri problemi dei meccanismi a camme è quello delle vibrazioni, che impongono un limite superiore alla velocità di funzionamento. Per contenere tale effetto nocivo sono stati proposti vari metodi, basati di solito sulla scelta della legge di moto. Le soluzioni sono generalmente ottenute in corrispondenza di un prefissato valore della velocità angolare della camma: al variare della velocità angolare varia anche la forma del profilo che rende minima la vibrazione del cedente.*
Il presente lavoro si propone di ridurre le vibrazioni di un sistema camma-cedente mantenendo invariata la forma del profilo della camma e variando, invece, la velocità angolare. Il vantaggio del metodo proposto consiste nel fatto che può essere applicato per diverse velocità angolari di regime della camma, senza dover procedere a modifiche materiali del profilo, ma semplicemente disponendo di azionamenti in grado di variare la velocità angolare secondo leggi prestabilite.

Parole chiave: *camme, vibrazioni, input shaping*

1. INTRODUZIONE

I meccanismi con camme sono largamente impiegati nell'industria meccanica per realizzare leggi di moto difficilmente ottenibili mediante sistemi articolati. Come esempi si possono citare i meccanismi di comando delle valvole nei motori endotermici e molti meccanismi di macchine automatiche di confezionamento.

Uno dei più seri problemi di tali meccanismi è quello delle vibrazioni [1-4], che impongono un limite superiore alla velocità di funzionamento. Le vibrazioni sono provocate principalmente dalle discontinuità dell'accelerazione e pertanto, ove possibile, si adottano leggi di moto con andamento regolare dell'accelerazione.

Per rendersi conto di quanto le discontinuità dell'accelerazione influenzino il comportamento vibratorio del meccanismo camma-punteria si può fare riferimento ad un modello della punteria a parametri concentrati (v. Fig. (1)), in cui si è indicato con m la massa

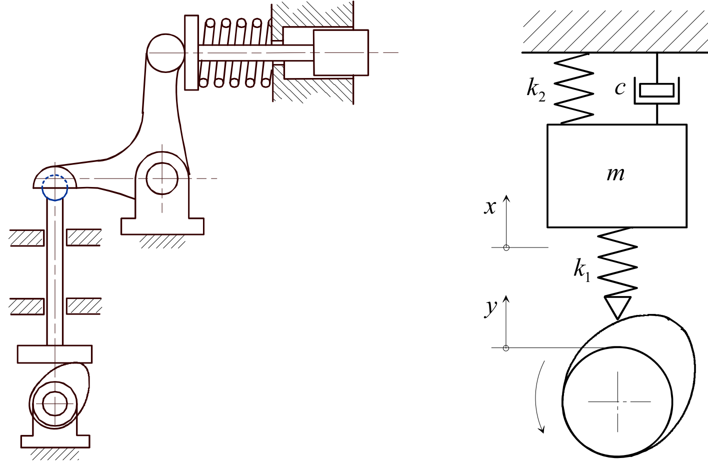


Figura 1. Modello del sistema camma – cedente

del cedente, con k_1 la rigidezza equivalente, con k_2 la rigidezza della molla di richiamo e con c il coefficiente di smorzamento. Negli esempi riportati nel seguito si è assunto $m = 5\,\mathrm{kg}$, $k_1 = 2 \times 10^7\,\mathrm{N/m}$, $k_2 = 2 \times 10^5\,\mathrm{N/m}$ e $c = 201\,\mathrm{N\,s/m}$.

Una legge di moto con discontinuità nell'accelerazione, come, ad esempio, la legge ad accelerazione costante rappresentata nella Fig. (2), produce vibrazioni non trascurabili della massa *m* (v. Fig. (3)). Per ridurre l'ampiezza delle vibrazioni si possono adottare leggi di moto prive di discontinuità nell'accelerazione, come, ad esempio, la legge cicloidale (v. Fig. (4)). Anche in questo caso, però, si notano vibrazioni, anche se di ampiezza più limitata (v. Fig. (5)).

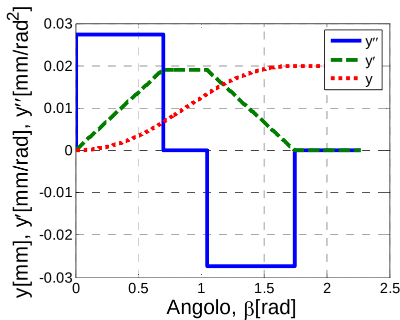


Figura 2. Legge di moto con accelerazione costante

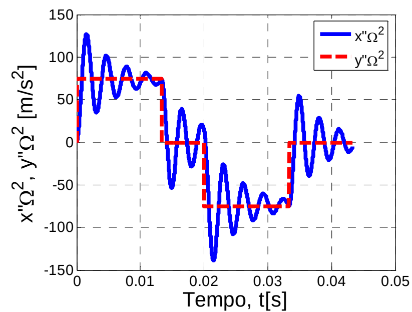


Figura 3. Accelerazione del cedente teorica (linea a tratti) ed effettiva (linea continua)

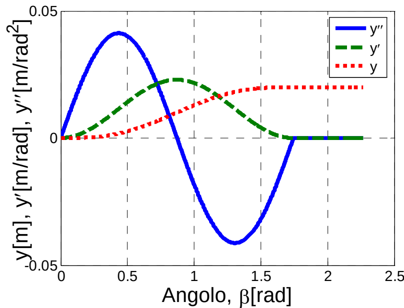


Figura 4. Legge di moto cicloidale

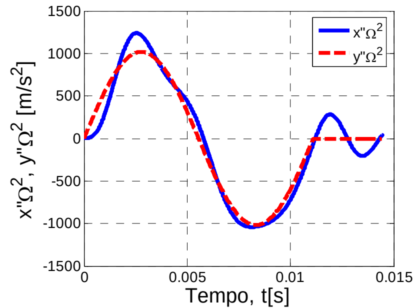


Figura 5. Accelerazione del cedente teorica (linea a tratti) ed effettiva (linea continua)

Per limitare le vibrazioni del sistema camma-cedente sono stati proposti vari metodi [5-10], basati generalmente sulla modifica del profilo della camma. Tali soluzioni sono di solito ottenute in corrispondenza di prefissati valori della velocità angolare della camma: al variare della velocità angolare varia anche la forma del profilo che rende minima la vibrazione.

Nel presente lavoro viene proposto un metodo per ridurre le vibrazioni di un sistema camma-cedente, mantenendo invariata la forma del profilo della camma e variandone, invece, la velocità angolare. A tale scopo, viene dapprima determinata la legge di moto modificata – ossia il profilo modificato – che ottimizza il comportamento vibratorio alla velocità angolare nominale costante e quindi viene ricavato l'andamento della velocità angolare che, in presenza del profilo non modificato, realizza la stessa legge di moto modificata.

Il vantaggio del metodo proposto consiste nel fatto che può essere applicato per diverse velocità angolari di regime della camma, senza dover procedere a modifiche materiali del profilo, ma semplicemente disponendo di azionamenti in grado di variare la velocità angolare secondo leggi prestabilite.

2. LA LEGGE DI MOTO MODIFICATA

Uno dei metodi più efficaci per modificare il profilo della camma, al fine di ridurre le vibrazioni indotte sul sistema, è quello che si basa sul cosiddetto "input shaping" [5], un metodo di controllo ad anello aperto fondato sulla creazione di una sequenza di impulsi che non eccita le vibrazioni del sistema.

Si consideri un sistema ideale – lineare e a parametri costanti – di cui sia nota la funzione di risposta all'impulso unitario $h(t)$ e la corrispondente funzione di risposta in frequenza $H(f)$. Indicate con $i(t)$ e $x(t)$ la sequenza di impulsi e la risposta del sistema, e con $I(f)$ e $X(f)$ le rispettive trasformate di Fourier, si ha:

$$X(f) = I(f)H(f) = 0\,. \tag{1}$$

Se $y(t)$ è l'eccitazione applicata al sistema – nel nostro caso la legge di moto della camma – ed $Y(f)$ è la sua trasformata di Fourier, la risposta del sistema è data da

$$X(f) = Y(f)H(f) \,. \tag{2}$$

Moltiplicando la trasformata della legge di moto per $I(f)$, per l'Eq. (1) si ottiene:

$$X(f) = Y(f)I(f)H(f) = 0 \,. \tag{3}$$

Per il Teorema della Convoluzione, se l'eccitazione è la convoluzione di $y(t)$, $i(t)$:

$$y_{conv}(t) = y(t) \otimes i(t) \tag{4}$$

la Trasformata di Fourier dell'eccitazione stessa è il prodotto $I(f)\,Y(f)$ delle due trasformate. In questo modo, per l'Eq. (3), la risposta vibratoria è nulla.

Consideriamo un sistema camma – cedente di tipo elementare, come quello rappresentato nella Fig. (1). La risposta del sistema ad un impulso di ampiezza A_1 è

$$x_1(t) = \frac{A_1}{m\omega_s} e^{-\zeta\omega_n t} \sin \omega_s t \,, \tag{5}$$

dove $\omega_n = \sqrt{\left(k_1 + k_2\right)/m}$ è la pulsazione propria del sistema non smorzato, $\zeta = c/2m\omega_n$ è il fattore di smorzamento e $\omega_s = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$ è la pulsazione del sistema. L'andamento di $x_1(t)$ è rappresentato con tratto continuo nella Fig. (6). Indicato con $T_s = \dfrac{2\pi}{\omega_s}$ il periodo dell'oscillazione, a partire dall'istante $t = 0.5\ T_s = \pi/\omega_s$ si applica al sistema un secondo impulso di ampiezza A_2, tale da annullare la vibrazione del sistema (v. Fig. (6)). Imponendo la condizione arbitraria che la somma degli impulsi sia uguale ad 1, condizione necessaria per escludere la soluzione ovvia con ampiezze $A_1 = A_2 = 0$, si ottiene

$$A_1 = \frac{1}{1+Q};\ A_2 = \frac{Q}{1+Q} \tag{6}$$

con $Q = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$.

Il treno di impulsi può essere rappresentato come

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t) = A_1\delta(t-0) + A_2\delta(t-0.5T_s) \tag{7}$$

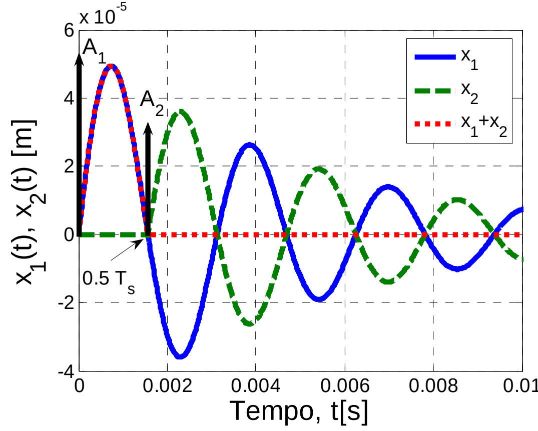


Figura 6. Risposta del sistema alla sequenza di impulsi

avendo indicato con $\delta(t-t_0)$ la funzione delta di Dirac, diversa da zero per $t=t_0$.

Pertanto, la convoluzione tra $i(t)$ e $y(t)$ è data da

$$\begin{aligned} y_{conv}(t) &= A_1\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(\tau-0)y(t-\tau)d\tau + A_2\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(\tau-0.5T_s)y(t-\tau)d\tau = \\ &= A_1 y(t) + A_2 y(t-0.5T_s), \end{aligned} \tag{8}$$

ossia è la somma di due versioni scalate della legge di moto, la seconda delle quali è traslata di $0.5T_s$ (v. Fig. (7)).

La convoluzione $y_{conv}(t)$ è definita in un intervallo di tempo che supera di $0.5T_s$ secondi quello relativo alla legge di moto originale. Pertanto, volendo rispettare il tempo di salita, è necessario partire da una legge di moto 'compressa' nel tempo così da risultare accorciata di $0.5T_s$ secondi (v. Fig. (8)).

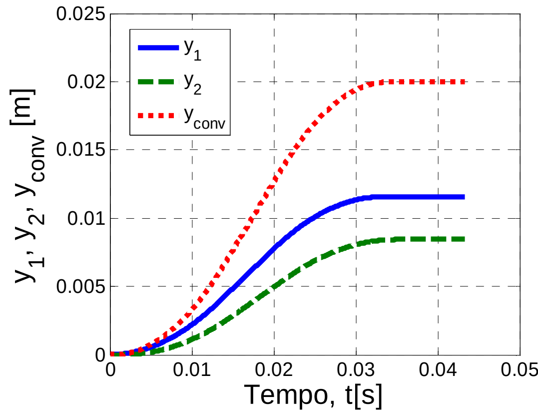


Figura 7. Convoluzione della legge di moto originale con la sequenza di impulsi

Se si suppone di mantenere costante la velocità angolare della camma, dall'Eq. (8) si ricava il profilo della stessa in funzione dell'angolo di rotazione. La legge di moto modificata $y_{conv}(t)$ determina un moto del cedente privo di vibrazioni, come si può vedere dalle figure (9), (10) e (11) che mostrano gli andamenti di accelerazione, velocità e spostamento del cedente ottenuti con profilo originale e con profilo modificato.

3. LA VELOCITÀ ANGOLARE MODIFICATA

La legge di moto modificata, $y_{conv}(t)$, ottenuta supponendo che la velocità angolare resti costante, richiede che il profilo della camma venga modificato in modo tale che sia verificata la relazione

$$\hat{y}_{conv}(\beta) = \frac{\dot{y}_{conv}(t)}{\Omega}, \qquad (9)$$

dove $\hat{y}_{conv}(\beta)$ è la velocità geometrica del cedente e Ω è la velocità angolare costante della camma.

Dall'Eq. (9) appare evidente che il profilo della camma deve essere modificato sia se varia la velocità angolare, sia se variano le caratteristiche dinamiche del sistema camma – cedente. Ciò richiede l'esecuzione di una nuova camma ogni volta che i due fattori sopra indicati vengono modificati. Può essere, allora, più conveniente mantenere inalterato il profilo originale della camma ed agire sulla velocità angolare, determinandone l'andamento che genera la legge di moto $y_{conv}(t)$ in grado di annullare le oscillazioni del sistema.

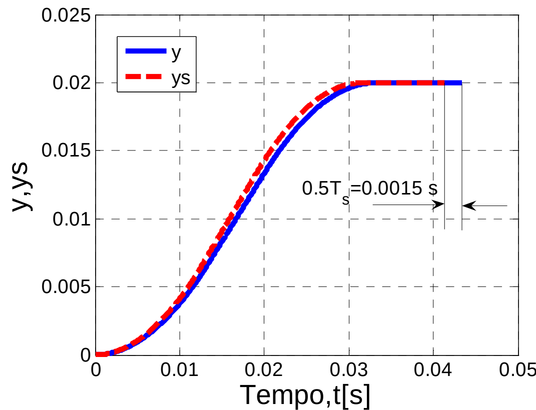


Figura 8. Legge di moto originale, y; legge di moto compressa, ys.

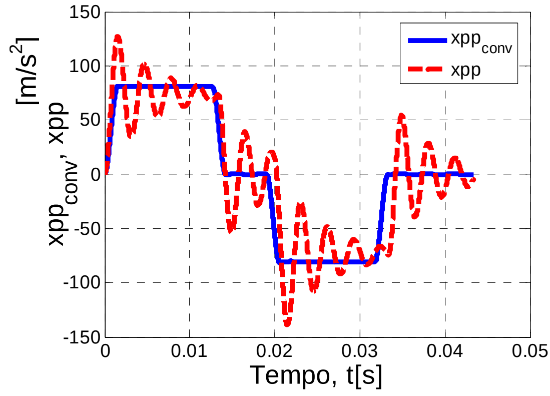


Figura 9. Accelerazione del cedente: profilo normale, xpp; profilo modificato, xpp_{conv}

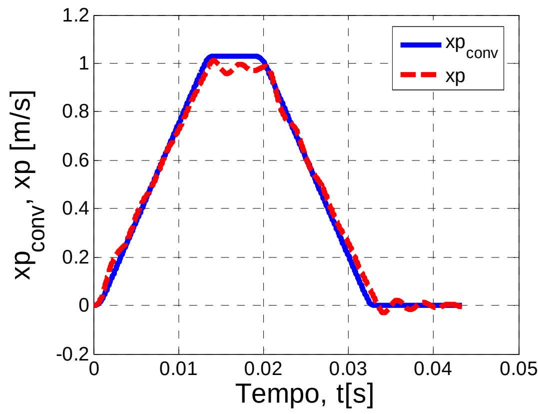


Figura 10. Velocità del cedente: profilo normale, xp; profilo; profilo modificato, xp_{conv}

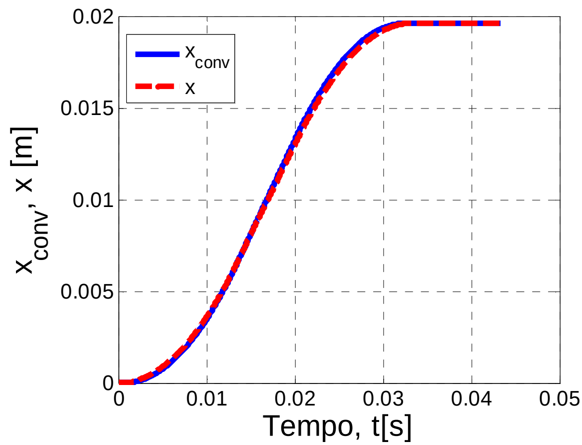


Figura 11. Spostamento del cedente: profilo normale, x; profilo modificato, x_{conv}

Il procedimento seguito si sviluppa per passi successivi, calcolando la velocità angolare Ω a partire dal valore iniziale $\Omega_0 = \Omega_{in}$, in corrispondenza dell'istante iniziale $t_0 = 0$ e dell'angolo di rotazione iniziale $\beta_0 = 0$, e determinando negli istanti successivi

$$t_i = t_{i-1} + dt \tag{10}$$

il valore dell'angolo

$$\beta_i = \beta_{i-1} + \Omega_{i-1} dt \tag{11}$$

e della velocità geometrica

$$\hat{y}_{conv}(\beta_i) = \frac{\dot{y}_{conv}(t_i)}{\Omega_{i-1}} . \tag{12}$$

Il nuovo valore della velocità angolare è dato da

$$\Omega_i = \frac{\dot{y}_{conv}(t_i)}{\hat{y}_{conv}(\beta_i)} . \tag{13}$$

La Fig. (12) mostra l'andamento della velocità angolare, ricavato per una legge di moto ad accelerazione costante. La Fig. (13) mostra, per lo stesso caso, l'andamento dell'accelerazione angolare.

Le discontinuità presenti nell'andamento della velocità angolare sono dovute al procedimento numerico utilizzato. Per ovviare a questo inconveniente si possono applicare procedimenti di 'smoothing' più o meno accentuati, verificandone l'effetto finale sul com-

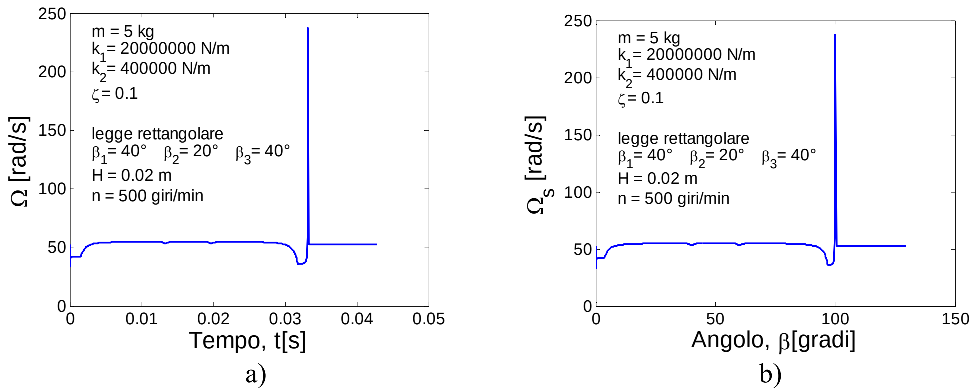


Figura 12. Andamento della velocità angolare modificata (β_1 angolo di accelerazione positiva, β_2 angolo di accelerazione nulla, β_3 angolo di accelerazione negativa): a) in funzione del tempo; b) in funzione dell'angolo di rotazione della camma

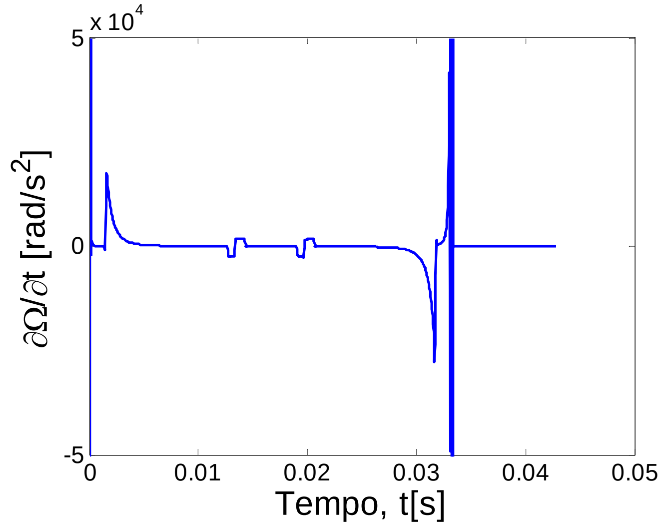


Figura 13. Accelerazione angolare modificata

portamento vibratorio del cedente. Si consideri, ad esempio, la curva ottenuta attraverso l'utilizzo del metodo dei minimi quadrati basato su polinomi quadratici (v. Fig. (14)).

Le corrispondenti accelerazioni angolari sono riportate nella Fig. (15).

Applicando tale andamento di velocità angolare alla camma, le vibrazioni del cedente risultano essere quelle riportate nella Fig. (16), dove sono poste a confronto con quelle risultanti dall'applicazione della velocità angolare modificata, ma non smussata, e della velocità angolare costante.

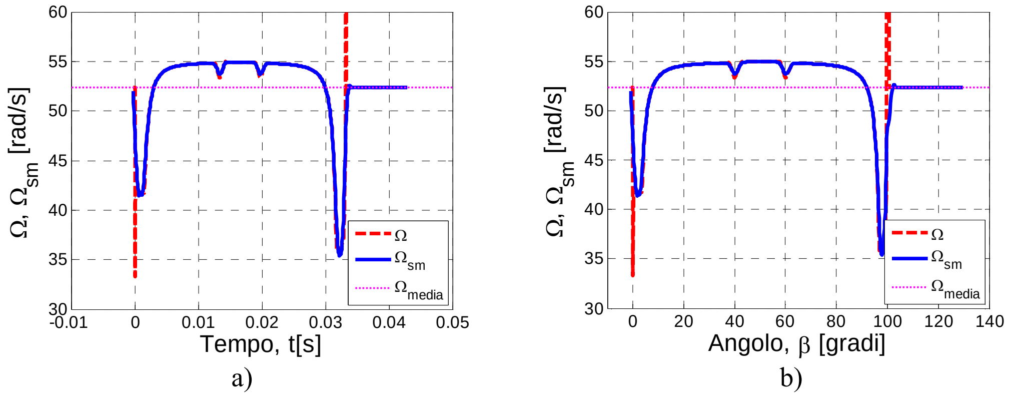


Figura 14. Andamenti di Ω e Ω_{sm}: a) in funzione del tempo; b) in funzione dell'angolo di rotazione della camma

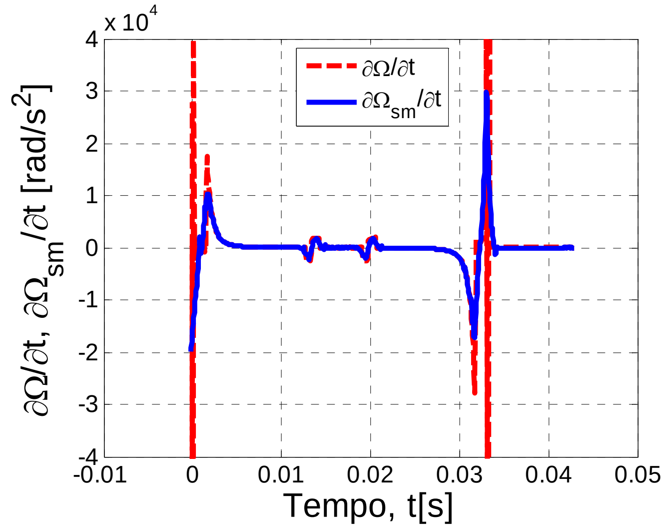


Figura 15. Accelerazioni angolari della camma

Gli effetti della velocità angolare media sull'andamento della velocità angolare modificata si possono osservare nella Fig. (17), mentre la Fig. (18) riporta gli analoghi andamenti per la velocità angolare modificata e smussata.

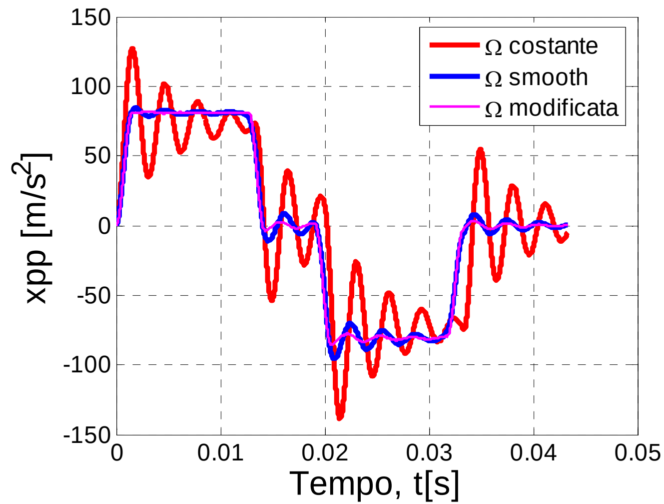


Figura 16. Vibrazioni del cedente per diversi andamenti della velocità angolare della camma (legge ad accelerazione costante)

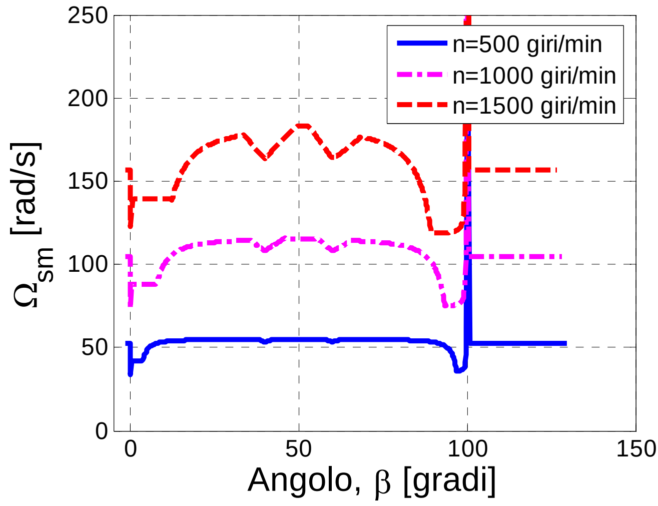


Figura 17. Andamenti della velocità angolare modificata Ω_{sm} per diversi valori della velocità angolare media

Gli esempi finora riportati fanno riferimento ad una legge ad accelerazione costante. Nel caso di una legge cicloidale, come quella illustrata dalla Fig. (19), l'andamento della velocità angolare modificata è riportato nella Fig. (20).

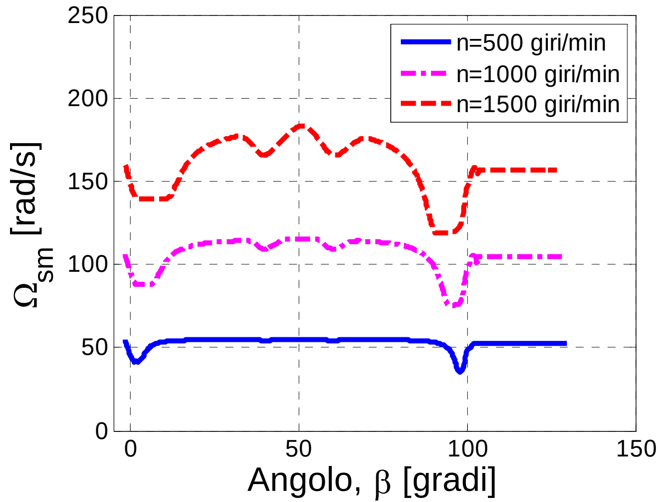


Figura 18 . Andamenti della velocità angolare modificata e smussata Ω_{sm} per diversi valori della velocità angolare media

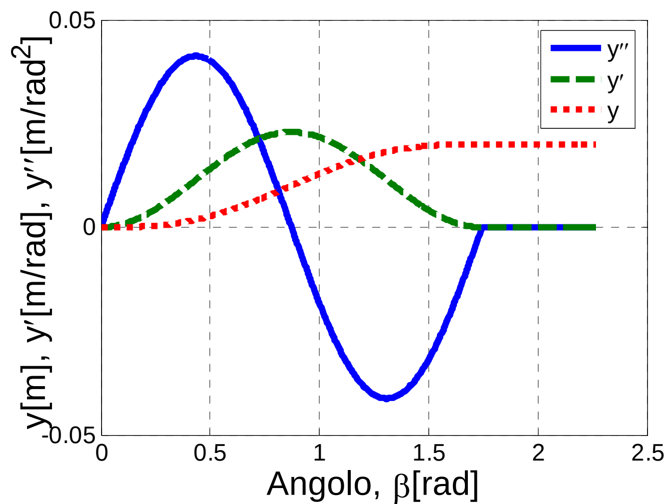


Figura 19. Legge di moto cicloidale

Applicando lo "smoothing" alla velocità angolare modificata si ottiene l'andamento mostrato nella Fig. (21) e, successivamente, si ricava il comportamento vibratorio illustrato dalla Fig. (22).

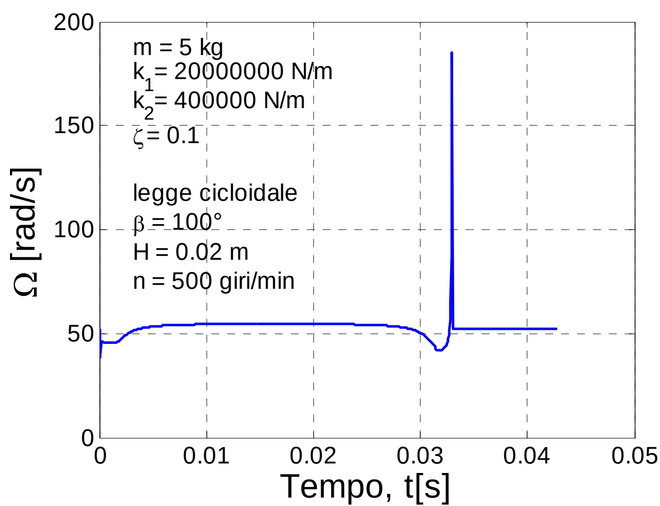


Figura 20. Andamento della velocità angolare per una legge di moto cicloidale

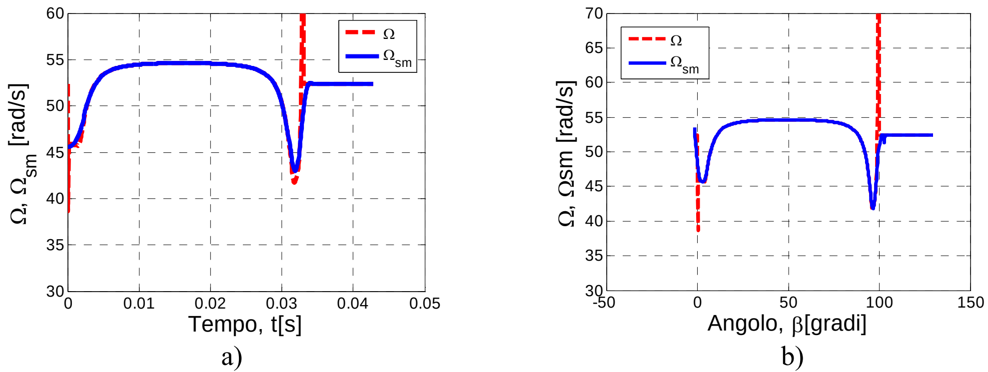


Figura 21. Andamenti di Ω e Ω_{sm}: a) in funzione del tempo;b) in funzione dell'angolo.

4. CONCLUSIONI

Il metodo proposto per la riduzione delle vibrazioni nei sistemi camma-cedente si basa sulla modifica del profilo della camma mediante un procedimento di "input shaping". Il profilo così ottenuto è però dipendente dalla velocità angolare del movente. Il medesimo risultato può essere raggiunto, senza cambiare il profilo della camma, partendo dal profilo della stessa, ottimizzato per la riduzione delle vibrazioni ad una prefissata velocità angolare costante, e determinando l'andamento che deve avere la velocità angolare in modo da ottenere in ogni caso la richiesta legge di moto.

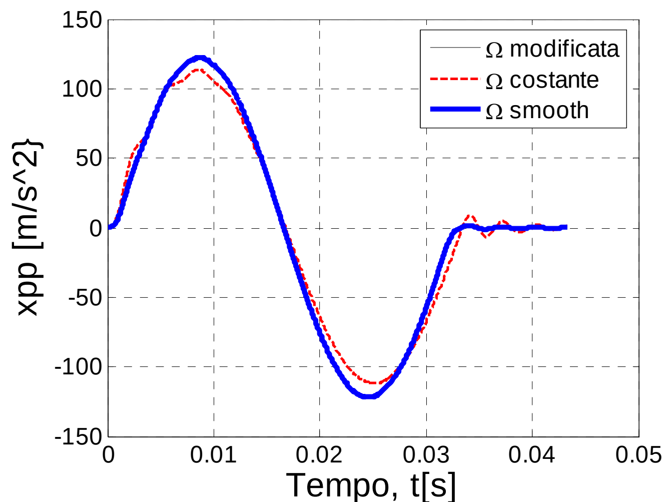


Figura 22. Vibrazioni del cedente per diversi andamenti della velocità angolare della camma (legge cicloidale)

Il metodo, a fronte della necessità di poter variare la velocità angolare – ad esempio mediante opportuni azionamenti elettrici – presenta il vantaggio di non dover procedere materialmente a modifiche del profilo della camma.

BIBLIOGRAFIA

[1] M. P. Koster, 1974. *Vibrations of Cam Mechanisms*. MacMillan, SBN 333 17732 0.

[2] F. Y. Chen, 1982. *Mechanics and Design of Cam Mechanisms*. Pergamon Press.

[3] Midha, A. and Turcic, D. A., 1980, "On the periodic response of cam mechanism with flexible follower and camshaft", *J. Dynamic Syst., Measmt. and Control - Trans. ASME* 102, pp. 255-264.

[4] Hamidzadeh H. R. and Dehghani M., 1999, "Dynamic stability of flexible cam follower systems", *Proc. Instn. Mech. Engnrs,* 213*,* Part K*,* pp. 45-52.

[5] Singer N. C., Seering W. P., 1990, "Preshaping Command Inputs to Reduce System Vibration", *J.of Dynamic Systems, Measurement, and Control – Trans. ASME* **112**, pp. 76 – 82

[6] Singhose W., Seering W., Singer N., 1994, "Residual Vibration Reduction Using Vector Diagrams to Generate Shaped Inputs", *J. of Mechanical Design – Trans. ASME* **116**, pp. 654 – 659

[7] Singhose W., Singer N., 1994, "Initial Investigations into the Effects of Input Shaping on Trajectory Following", *Proc. Of the 1994 American Control Conference*

[8] Chew M., Chuang C. H., 1995, "Minimizing Residual Vibrations in High-Speed Cam-Follower Systems Over a Range of Speeds", *J. of Mechanical Design – Trans. ASME* **117**, pp.166 -172

[9] Sahinkaya M. N., 2001, "Input shaping for vibration-free positioning of flexible systems", *Proc. Instn. Mech. Engnrs.* **215**, part I, pp. 476 – 481

[10] Andresen U., Singhose W., 2004, "A Simple Procedure for Modifying High-Speed Cam Profiles for Vibration Reduction", *J. of Mechanical Design* **126**, pp. 1105 - 1108

[11] Felszeghy S. F., 2005, "Steady-State Residual Vibrations in High-Speed, Dwell-Type, Rotating Disk Cam-Follower Systems", *J. of Vibration and Acoustics* **127**, pp. 12- 17

[12] Gatti G., Mundo D., 2009, "On the direct control of follower vibrations in cam-follower mechanisms", *Mechanism and Machine Theory* **45**, pp. 23-35

METODI DI VISIONE ARTIFICIALE IN SISTEMI ROBOTIZZATI PER IL SETTORE AUTOMOTIVE

Angelo O. Andrisano
Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Civile,
Università di Modena e Reggio Emilia, Italia
E-mail: angelo.andrisano@unimore.it

Marcello Pellicciari,
Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Civile,
Università di Modena e Reggio Emilia, Italia
E-mail: marcello.pellicciari@unimore.it

Francesco Leali,
Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Civile,
Università di Modena e Reggio Emilia, Italia
E-mail: francesco.leali@unimore.it

Alberto Vergnano,
Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Civile,
Università di Modena e Reggio Emilia, Italia
E-mail: alberto.vergnano@unimore.it

Fabio Pini,
Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Civile,
Università di Modena e Reggio Emilia, Italia
E-mail: fabio.pini@unimore.it

Francesco Gherardini,
Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Civile,
Università di Modena e Reggio Emilia, Italia
E-mail: francesco.gherardini@unimore.it

Marco Faretra
Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Civile,
Università di Modena e Reggio Emilia, Italia
E-mail: marco.faretra@unimore.it

***Sommario**. Il presente articolo descrive un nuovo approccio di programmazione e guida robot capace di generare, automaticamente e in tempo reale, percorsi di lavorazione ottimizzati in funzione di singoli componenti. Tale metodo è stato validato sperimentalmente applicandolo al processo di sbavatura di una piccola serie di testate per motori a elevate prestazioni. Infatti i moderni sistemi robotizzati di produzione sono spesso impiegati in operazioni complesse su componenti che sono caratterizzati, specialmente nel*

settore automotive, da profili e geometrie multiformi, che variano radicalmente da un lotto produttivo a un altro e, nel caso di tecnologie che generano bave e difetti superficiali, anche all'interno di uno stesso lotto. Per ottenere l'elevata qualità richiesta dall'Industria, tali sistemi, molto ripetibili ma intrinsecamente poco precisi rispetto ai tradizionali centri CNC, richiedono la definizione di percorsi utensile composti da migliaia di punti e da articolati programmi robot, all'interno dei quali i parametri cinematici, dinamici e di lavoro vengono continuamente modificati. L'impiego di sistemi di guida robot a elevate prestazioni assume, dunque, un'importanza strategica nel processo di generazione del percorso utensile, specialmente all'interno di settori industriali nei quali è ancora largamente diffusa la pratica di generare manualmente, in autoapprendimento, le istruzioni di movimento dei robot e nei quali l'impiego di sistemi di programmazione offline CAD/CAE stenta ancora a trovare vasta applicazione. Di conseguenza, la fase di programmazione robot e il tempo a essa dedicato, rappresenta un aspetto che incide profondamente sulla reale flessibilità e produttività dei sistemi robotizzati.

Parole chiave: *sistemi di visione artificiale, elaborazione d'immagine, robotic manufacturing, generazione automatica di codice robot*

1. INTRODUZIONE

L'impiego di robot antropomorfi in sistemi industriali di produzione è una pratica ormai diffusa da molti anni a livello industriale, grazie alle buone prestazioni offerte in termini di affidabilità, produttività e flessibilità operativa. Quest'ultima è particolarmente importante nell'esecuzione di lavorazioni complesse su prodotti dalle caratteristiche eterogenee e nella gestione dei cambi lotto, la cui numerosità dipende dalla generale riduzione dei volumi di vendita e dalla tendenza del mercato a frammentare l'offerta per consentire una radicale personalizzazione dei prodotti. Robot antropomorfi sono diffusamente utilizzati all'interno di celle robotizzate e di linee di produzione in operazioni di manipolazione, verniciatura, giunzione (incollaggio, rivettatura, saldatura, etc.) di prodotti e componenti, e sono impiegati nell'asservimento di macchine utensili o centri di lavoro e in compiti di assemblaggio [1].

Approcci progettuali mirati alla produzione di sistemi robotizzati "intelligenti", come quello identificato dagli autori con il termine di Robofacturing (Robotic Manufacturing) [2], e l'impiego di tecnologie abilitanti, hanno portato i sistemi robotizzati ad aumentare progressivamente la propria flessibilità operativa e le proprie prestazioni in termini di precisione assoluta, così da poter essere sempre più utilizzati nell'esecuzione di operazioni d'importanza strategica per il processo produttivo.

La visione artificiale rappresenta una delle principali risorse tecnologiche di supporto all'impiego di robot antropomorfi in ambito industriale, specialmente in settori complessi come quello automotive, grazie allo sviluppo di raffinate strategie di guida robot e avanzati algoritmi di elaborazione delle immagini [3-5].

Altre soluzioni adottate su larga scala sono rappresentate dagli strumenti CAD/CAE poiché gli ambienti virtuali da essi generati permettono di studiare in tempi ridotti e in modo accurato nuove soluzioni progettuali, sviluppando efficacemente strategie di controllo adattativo [6-9] e logiche oloniche [10].

Lo sviluppo di sistemi robotizzati dotati di capacità di auto-regolamentazione rappresenta un obiettivo industriale di grande interesse scientifico e primaria importanza

industriale ma richiede ancora notevole impegno, anche nella gestione della fase di definizione del percorso utensile e di generazione del codice robot.

Infatti, soprattutto quando utilizzati in operazioni di finitura meccanica su grezzi, i robot devono raggiungere elevati standard di qualità su forme complesse, caratterizzate da differenti geometrie e peculiarità superficiali. La necessità industriale di garantire elevata produttività impone la riduzione del tempo ciclo e la minimizzazione del tempo di fermo macchina al cambio lotto. Poiché ogni componente richiede, generalmente più lavorazioni e più utensili e poiché ognuno di questi comporta la definizione di un percorso utensile composto di centinaia o, spesso, migliaia di punti definiti nello spazio 3D, i programmi robot più complessi si compongono di decine di migliaia di istruzioni, cosicché il sistema di controllo del robot si trova a processare grandi moli di dati e a dover risolvere esplicitamente tutti i vincoli legati alla dimensione e alla forma degli utensili [11].

È evidente che adottando un approccio alla generazione del percorso utensile di tipo tradizionale, basato sull'autoapprendimento dei punti e privo di qualsiasi possibilità di adattamento automatico alla variazione dimensionale e geometrica degli elementi, si ottengono risultati accettabili solo attraverso lunghi tempi di elaborazione e, conseguentemente, a costi molto elevati, senza, tra l'altro, poter garantire una qualità della produzione costante. A questo si aggiungono lunghi periodi di fermo-macchina, necessari per la modifica di ogni percorso utensile, che comportano un abbassamento rilevante dell'efficienza produttiva.

Dall'analisi della letteratura tecnica e scientifica emergono, tuttavia, numerose proposte a parziale soluzione di tale problema. Alcuni autori, ad esempio, propongono di generare percorsi utensile robot attraverso simulazioni virtuali in ambiente CAD 3D [12-14], mentre altri preferiscono acquisire forme e feature sfruttando tecniche di visione artificiale per riallineare percorsi già esistenti [14]; altri ancora utilizzano digitalizzatori manuali per generare offline i percorsi utensile, a partire da pezzi già lavorati. Tali strategie garantiscono buoni risultati, soprattutto quando possono essere adottate e integrate con tecnologie e sistemi di compensazione adattativa, ma richiedono delicate e onerose operazioni di messa a punto, necessarie per allineare il modello matematico del sistema con la struttura reale [13-14].

Il presente lavoro di ricerca tratta la generazione automatica real-time di un percorso utensile per ogni feature rilevante del grezzo in lavorazione, da ottenere mediante l'impiego di sistemi di visione artificiale allo stato dell'arte, in modo da minimizzare l'intervento dell'operatore e contenere i costi. Tale progetto è stato realizzato in collaborazione con SIR SpA, azienda italiana leader nello sviluppo di soluzioni robotizzate per l'industria manifatturiera e l'assemblaggio in ambito automotive.

2. DEFINIZIONE E SVILUPPO DEL METODO

Il lavoro si pone, dunque, l'obiettivo di sviluppare un metodo per l'acquisizione automatica dei profili delle feature rilevanti di ogni componente e di generare i percorsi utensile attraverso l'impiego di tecniche di elaborazione d'immagine basate su fotocamere ad alta risoluzione. Tale strategia operativa mira a creare in tempo reale quei moduli del programma robot necessari all'esecuzione delle lavorazioni da parte del robot, garantendo l'adattamento del codice alle peculiarità geometriche di ogni singolo elemento.

Tale approccio implica, innanzitutto, la costruzione di un'architettura modulare per il programma robot, che contenga blocchi adattabili alle variazioni geometriche e

dimensionali rilevate sugli elementi grezzi e che siano parametrizzati in funzione dell'impiego di utensili e parametri di lavoro definibili dall'operatore.

L'applicazione industriale di tale metodo impone, per essere efficace, la definizione di una sequenza di operazioni ben formalizzata, composta di stadi definiti, logicamente separati e facilmente controllabili dall'operatore attraverso pochi parametri chiave di configurazione. La scelta di tali criteri porta alla costruzione di un'architettura facilmente traducibile in un applicativo software, da integrare all'interno del sistema di controllo dei sistemi robotizzati attraverso l'interfacciamento con PC commerciali.

Il metodo è principalmente orientato al miglioramento della precisione e della qualità finale della produzione, alla riduzione della complessità operativa e del tempo necessario alla definizione dei percorsi robot, minimizzando, conseguentemente, i tempi di fermo macchina al cambio lotto.

Architettura metodologica

La sequenza delle fasi che compongono il metodo proposto è riportata in Fig. (1). La struttura parametrica data al metodo comporta che l'intervento dell'operatore sia necessario solo durante il primo ciclo di lavoro. Infatti, determinati i valori dei parametri il sistema è in grado di adattare autonomamente il percorso utensile al profilo di ogni singolo elemento.

Acquisizione immagine. La fase di acquisizione delle immagini è strutturata in modo che, calcolati un campo di vista (FOV, Field of View) e una profondità di vista (DOV, Deep of View) ottimali, attraverso la scelta opportuna dell'hardware (fotocamera e obiettivo), si possano ottenere immagini ad alta definizione anche su parti le cui dimensioni varino notevolmente e/o eccedano il FOV stesso.

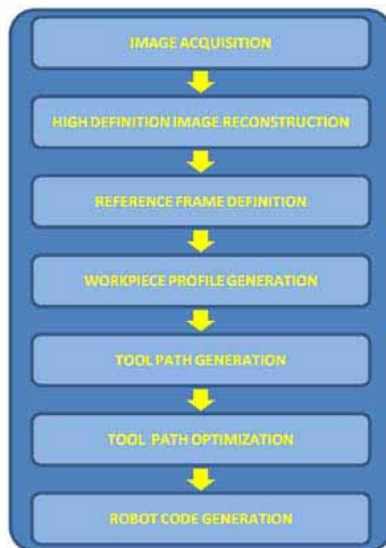


Figura 1. Metodo di generazione automatica del percorso utensile.

Il metodo di acquisizione dell'immagine si basa sulla possibilità di muovere la fotocamera sopra il piano di lavoro su cui è fissato il componente da lavorare. La fotocamera, mossa, ad esempio, da un robot, segue un percorso di scansione finalizzato all'identificazione dell'orientamento della parte, al calcolo della giacitura dei piani delle feature da analizzare e alla localizzazione dei dettagli concernenti i profili da lavorare sui singoli piani. La strategia di scansione, opportunamente parametrizzata, assume validità generale e può essere applicata a elementi con geometrie differenti, purché le feature di interesse, o almeno parti di esse, siano disposte su superfici planari, tra loro parallele o inclinate. La fotocamera è mossa secondo uno schema matriciale composto di un numero di righe e colonne definibili dall'operatore in funzione delle dimensioni del componente e della risoluzione necessaria a identificare tutti i dettagli delle immagini. Ogni cella della matrice, detta "matrice di vista" rappresenta un'immagine ad alta risoluzione di una parte del elemento e delle relative feature. Le immagini devono poi essere montate per generare una vista unica di ciascuna delle feature d'interesse. La distanza lineare tra il centro di un'immagine ed il centro di quella successiva ("distanza di base"), anch'essa dipendente da un parametro definibile dall'operatore, limita l'entità della sovrapposizione tra le immagini, valendo la generica relazione per cui maggiore è il numero d'immagini acquisite, maggiore può essere la risoluzione dell'immagine finale, a parità di altri parametri. Le singole immagini e le informazioni che si riferiscono alla matrice di scansione, opportunamente sincronizzate, sono temporaneamente allocate in uno spazio di memoria temporaneo e trasmesse al calcolatore per il lancio delle successive operazioni di elaborazione d'immagine.

Ricostruzione dell'immagine ad alta definizione. Si ottiene un'immagine ad alta risoluzione delle feature d'interesse, la cui ricostruzione, come anticipato, dipende dalle dimensioni della matrice e dalla distanza di base. Il sistema identifica il centro di ciascuna vista e sfrutta la parte sovrapposta delle immagini per allinearle, eliminando le informazioni ridondanti. Tale strategia comporta l'uso della sola regione centrale di ogni vista della matrice, cioè dell'area dell'immagine meno distorta dall'ottica dell'obiettivo. Infatti, per garantire un'elevata precisione nelle successive fasi di generazione dei profili e dei percorsi utensile, è necessario che siano rispettate le dimensioni reali dell'elemento ovvero che non siano applicate deformazioni causate dall'elaborazione, quali, ad esempio, rimozioni prospettiche o omografie.

Definizione della terna di riferimento. Per consentire la sincronizzazione tra le informazioni ottenute dal sistema di visione e il sistema robotizzato ad esse associato, l'immagine viene riferita ad una terna di coordinate cartesiane che costituiscono un sistema di riferimento coerente con quello del robot. La posizione della terna nello spazio immagine dipende dalle effettive caratteristiche geometriche della parte e richiede l'intervento dell'operatore. A seguito di tale imposizione è possibile generare una relazione biunivoca tra le coordinate di ciascun punto dell'immagine in pixel e le dimensioni della parte, data dal processo di calibrazione della telecamera. A causa dell'impiego di fotocamere tradizionali e dell'esigenza di elevata precisione sulla ricostruzione dei profili, il presente metodo propone la generazione di percorsi esclusivamente giacenti su superfici planari. È evidente, tuttavia, che il metodo può essere applicabile anche nel caso in cui le feature possano essere descritte attraverso l'unione di più piani o nel caso in cui paini diversi siano tra loro paralleli o inclinati di un angolo costante. Il riferimento cartesiano Z può quindi

essere impostato dall'operatore e rimane fisso per tutti i punti dell'immagine stessa, come in Fig. (2).

Generazione del profilo. A partire dall'analisi dell'immagine ad alta definizione di una o più feature dell'elemento, è necessario individuare il loro esatto profilo, al fine di poterlo memorizzare come insieme di punti nello spazio reale. Un algoritmo di tipo convenzionale esegue una ricerca puntuale all'interno di un'area definita, come mostrato in Fig. (3) secondo direzioni note, in modo da identificare con precisione sub-pixel i punti di massimo gradiente di luminosità. L'operatore può intervenire sulla ricerca determinando la dimensione dell'area di ricerca e la sua posizione iniziale e stabilendo gli opportuni valori di soglia necessari per discriminare la luminosità della frazione d'immagine analizzata. L'algoritmo restituisce le coordinate dei punti che compongono il profilo di gradiente massimo e la direzione normale ad esso. Tale informazione è fondamentale per il successivo calcolo del percorso utensile. Un secondo algoritmo esegue lo spostamento dell'area di ricerca in senso orario o antiorario lungo la direzione ortogonale al gradiente, in modo da seguire il profilo della feature. Nel caso di improvvise variazioni nella curvatura del profilo e del conseguente fallimento della ricerca del gradiente di luminosità, come mostrato in Fig. (4), l'algoritmo ruota di 90° l'area di ricerca e riesegue la comparazione dei modelli. I punti che compongono ogni profilo sono memorizzati come un insieme di coordinate spaziali date dal processo di calibrazione e dal valore lungo l'asse Z.

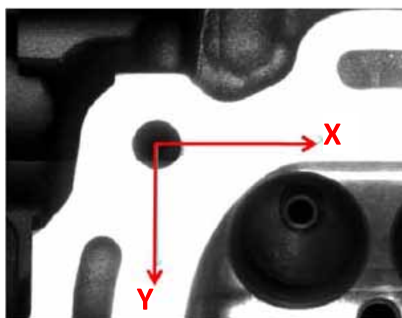


Figura 2. Definizione del sistema di riferimento.

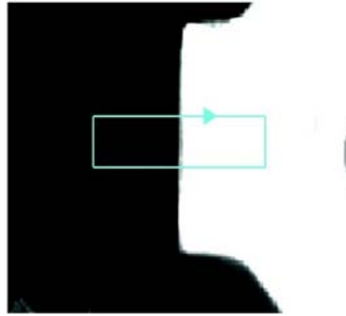


Figura 3. Generazione dei profili.

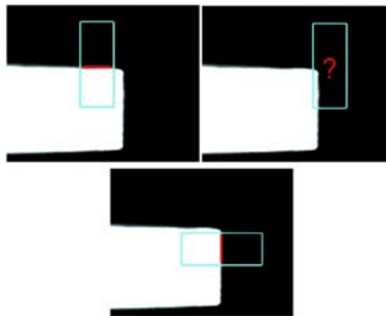


Figura 4. Orientamento dell'area di ricerca.

Generazione del percorso utensile. Il percorso utensile è definito in funzione del profilo della feature calcolato alla fase precedente. Il percorso è legato alla posizione del centro dell'utensile, Tool Center Point (TCP), rispetto al profilo del componente e dipende da alcuni parametri impostabili dall'operatore o definibili automaticamente dal sistema stesso in funzione di una base di conoscenza opportunamente predisposta: raggio dell'utensile, distanza tra punti successivi, numero massimo di punti e verso del percorso (orario o antiorario). In Fig. (5) viene mostrata la generazione del percorso. Il centro dell'utensile è calcolato creando un offset pari al raggio dell'utensile lungo la direzione normale al profilo, determinata al passo precedente come direzione di massima variazione del gradiente di luminosità. Il sistema memorizza eventuali punti anomali per i quali non sia stato possibile calcolare la posizione del TCP. Ad ogni centro viene associata anche una terna cartesiana, necessaria per l'esecuzione del percorso da parte di un robot.

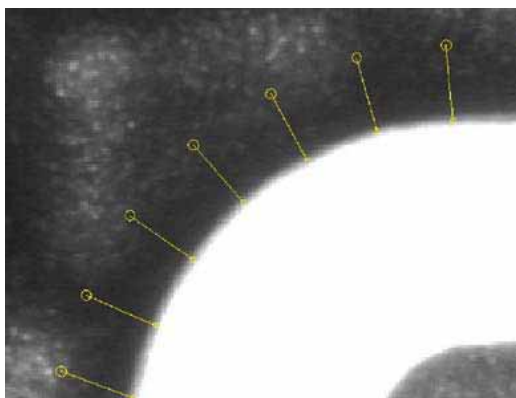


Figura 5. Definizione del centro fresa.

Ottimizzazione del percorso utensile. Poiché i punti sono memorizzati all'interno di una tabella indicizzata che riporta le coordinate spaziali e l'orientamento della normale alla direzione del profilo, è possibile realizzare alcuni controlli attivi che consentono, ad esempio, di verificare la chiusura del percorso utensile, di eliminare punti anomali o punti di scarso interesse, o semplicemente di ridurre o l'aumentare in automatico il numero di punti che descrive il percorso. Durante tale fase l'operatore può agire sul percorso applicando, a singoli punti, localmente a gruppi di punti o globalmente, opportune roto-traslazioni rispetto ad un dato sistema di riferimento. Inoltre, noto il raggio dell'utensile, il sistema riconosce le zone del percorso, ad esempio in corrispondenza di gole profonde, per le quali si generano intersezioni che provocherebbero indietreggiamento o arresto istantaneo dell'utensile, eliminando in automatico i punti in eccesso. Ogni modifica registrata durante l'ottimizzazione del profilo viene mostrata in sequenza all'operatore, in modo che sia possibile procedere alla generazione del codice robot. Un confronto diretto tra il percorso originale e quello modificato consente un rigido controllo su ogni passaggio del processo di ottimizzazione.

Definizione del codice robot. L'ultimo passo del metodo sviluppato affronta la generazione dei moduli di programma necessari all'istruzione del robot. Questa fase assume caratteristiche anche profondamente diverse in dipendenza del linguaggio di programmazione e dei protocolli di comunicazione che ogni produttore di robot sviluppa. Il codice, almeno dal punto di vista generale, contiene la dichiarazione di variabili persistenti utilizzate per memorizzare tutti i punti che compongono il percorso utensile e una semplice procedura per richiamare le istruzioni usate del robot durante l'esecuzione delle lavorazioni. La tipologia di moto, lineare o circolare, del robot associata alle singole istruzioni di movimento, o a gruppi di esse, può essere definita dall'utente o scelta in automatico dal sistema in funzione delle caratteristiche del profilo stesso. Anche la velocità, l'accelerazione ed i parametri di accuratezza del robot rispetto al passaggio per il punto nominale possono essere gestiti e modificati in tale fase di lavoro, a seconda della strategia adottata. Il modulo creato include l'utilizzo di un protocollo FTP per la connessione diretta tra il sistema di visione e il robot, in modo che non siano necessarie successive operazioni.

Implementazione del metodo.

Il metodo sviluppato è implementato all'interno di un'architettura software da impiegare in ambito industriale. L'applicativo che ne deriva guida l'operatore lungo il processo di generazione di un percorso utensile parametrizzato che, una volta completamente definito, si adatta automaticamente alle variazioni di geometria e dimensioni dei singoli pezzi analizzati, generando opportunamente il codice robot e trasferendolo al sistema di controllo, pronto per l'esecuzione in tempo reale.

Grande attenzione è rivolta alla creazione dell'interfaccia grafica: il numero di finestre aperte durante l'esecuzione del metodo descritto è minimo, ed è data enfasi alla visualizzazione del profilo, mantenuta attiva durante tutto il processo, per consentire agli operatori di controllare l'evoluzione del profilo originale e valutare le singole modifiche apportate. Gli elementi grafici sono disposti secondo uno schema coerente con lo sviluppo logico del metodo e la posizione di ogni icona è definita in funzione della frequenza con cui deve essere utilizzata dall'operatore.

Al fine di mantenere la massima compatibilità tra l'applicativo che realizza il metodo descritto rispetto alle numerose librerie di visione artificiale, cuore del sistema, i componenti dell'interfaccia grafica sono nettamente distinti da quelli di elaborazione. Inoltre, per garantire la massima modularità e scalabilità al sistema, la struttura deriva dalla sostanziale adozione di un paradigma ad oggetti che limita fortemente il ricorso a variabili e procedure globali.

Le singole schermate dell'applicativo hanno il solo compito di richiamare alcuni metodi di classi specializzate, alle quali è demandato il compito di gestire le diverse fasi dell'elaborazione. Ciascun oggetto, inoltre, espone agli altri componenti solo il numero minimo di interfacce, rendendo le operazioni più trasparenti. Il codice risulta, dunque, suddiviso in blocchi logici separati, garantendo una maggiore leggibilità, facilità di modifica e riutilizzo.

Grazie a tale approccio, ad esempio, è possibile demandare ad un modulo separato, posto a valle dell'applicativo, la traduzione delle istruzioni di movimento relative al percorso utensile. Risulta possibile, dunque, svincolare la parte di elaborazione da quella di post-processing. Il risultato è la possibilità di adottare il metodo proposto con qualsiasi robot industriale, a patto di conoscere, ovviamente, le regole sintattiche del linguaggio e di predisporre un opportuno post-processor, operazione sicuramente poco onerosa dal punto di vista della programmazione.

3. STRUMENTI

Strumenti di sviluppo dell'applicativo

Per lo sviluppo del codice applicativo è stato utilizzato un linguaggio di alto livello che assicura un'implementazione rapida ed efficace e che è molto diffuso a livello industriale, in modo da favorire la scalabilità del codice: Visual Basic .NET.

Il linguaggio RAPID è stato invece scelto per la generazione del codice robot: RAPID è un linguaggio procedurale sviluppato da ABB per la programmazione dei suoi robot. Un'applicazione RAPID consiste in una procedura Main che contiene una serie di istruzioni e relative chiamate verso altre procedure, che regolano il flusso di esecuzione. Come altri linguaggi di programmazione di robot, il codice RAPID viene letto e interpretato in tempo reale e quindi non ha bisogno di compilazione. Come precedentemente sottolineato, tale

scelta, giustificabile in funzione della semplicità sintattica del linguaggio RAPID, non limita, di fatto, la gamma di robot industriali che possono essere utilizzati.

Un sistema di visione Cognex Corp. basato su libreria Vision Pro è stato adottato per l'elaborazione delle immagini. La libreria, molto robusta e diffusa in ambito industriale, permette una rapida implementazione in applicazioni robotiche. Inoltre, la condivisione della tecnologia .NET, la rende facilmente integrabile all'interno dell'applicativo.

Strumenti di validazione sperimentale

Il metodo è stato sviluppato e testato grazie alla collaborazione tra il Laboratorio di Progettazione Integrata e Simulazione di Sistemi Robotici (Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia) e la divisione di Ricerca&Sviluppo di SIR SpA.

I test sono stati eseguiti utilizzando una fotocamera monocromatica con una risoluzione di 1024x768 e un frame rate di 29 fotogrammi al secondo (Sony HR70). Il sistema è stato dotato di un illuminatore a LED di forma anulare. Durante la fase di debug dell'applicativo, entrambi i dispositivi sono stati montati su una base meccanica, dotata di un'interfaccia per l'innesto rapido sul polso di un robot industriale ABB IRB 140, caratterizzato da un ingombro ridotto, payload di 5kg, reach di 810mm e una ripetibilità di ±0,03mm (risultati test ISO), dotato di mandrino pneumatico a compensazione radiale.

La validazione industriale del metodo è stata realizzata procedendo alla finitura (eliminazione degli spigoli) del profilo esterno superiore di una serie di testate in lega d'alluminio per un motore ad alte prestazioni, impiegando un robot ABB IRB 4400 (payload 60kg, reach 1950mm e ripetibilità ±0,19mm, ISO test) e un elettromandrino a compensazione radiale, equipaggiato con una fresa conica a 45° con un diametro massimo di 4mm e dotato di interfaccia per l'innesto rapido sull'asse finale del robot, al fine di garantire un'ottimale copertura del campo di lavoro e una maggiore potenza di taglio rispetto alla soluzione con ABB IRB 140 e mandrino pneumatico. In generale il metodo ben si adatta all'esecuzione di operazioni di finitura e sbavature in ambito meccanico, dove, i percorsi hanno generalmente uno sviluppo planare. Tali applicazioni risultano particolarmente critiche in termini di tolleranze, con specifiche sulla dimensione orizzontale della traccia di finitura dell'ordine di 0,1mm. I parametri di lavoro sono stati forniti dal produttore del motore e non sono stati oggetto di studio.

Anche l'applicativo derivante dall'applicazione del metodo è stato sottoposto ad una severa attività di validazione mirata a verificare il corretto funzionamento di ciascun componente grafico e degli algoritmi di elaborazione, attraverso intense sessioni di prove di interfacciamento con il robot.

4. RISULTATI

Il processo di esecuzione del metodo è basato sull'interazione tra un programma generico, attuato dal controllo del robot, e l'applicazione software sviluppata, eseguita su PC: l'operatore lancia il programma di generazione del codice e, al tempo stesso, sceglie la modalità di connessione (seriale o ethernet) con il robot. Il software di visione è strutturato in modo da operare in modalità slave, attendendo dal robot, l'elemento master, il comando di avvio della scansione.

Quando la strategia è applicata interamente ovvero quando si esegue la lavorazione di un nuovo codice prodotto, l'operatore imposta il numero di immagini da acquisire su un prodotto pilota, opportunamente disposto e bloccato all'interno dell'area di lavoro del

robot, e specifica il numero di righe e di colonne della “matrice di vista”, definendo, infine, la “distanza di base”.

Il robot esegue quindi il ciclo di apprendimento, che generalmente inizia con la presa della telecamera da magazzino utensile e la scansione del componente. Durante tale fase il robot si arresta in corrispondenza delle coordinate spaziali riportate all’interno di ogni cella della “matrice di vista” e, dopo un certo tempo di assestamento, acquisisce l’immagine e la alloca all’interno di uno spazio di memoria dedicato per poi trasferirlo al PC. Al termine di tale fase il robot deposita la telecamera nel magazzino utensili e resta in attesa di un nuovo comando.

Il sistema procede all’elaborazione delle viste in modo da ricostruire un’immagine ad elevata definizione della testa motore, come mostrato in Fig. (6).

Quando il codice prodotto sia già presente nel database del sistema, invece, l’operatore può semplicemente richiamare l’esecuzione del programma già memorizzato nel controller del robot, caricando tutto lo storico ed i parametri di calibrazione del sistema di visione e di lavoro.

Il sistema di coordinate di riferimento è poi generato all’interno di una finestra di configurazione dedicata, come già mostrato in Fig. (2).

Vengono poi scelte la posizione e le dimensioni dell’area di ricerca necessaria alla fase di ricostruzione del profilo, come mostrato in Fig. (7).

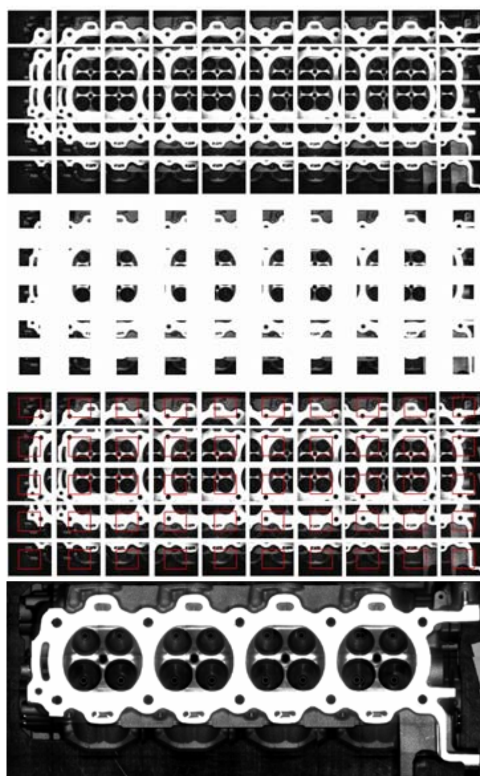


Figura 6. Ricostruzione dell’immagine ad alta risoluzione.

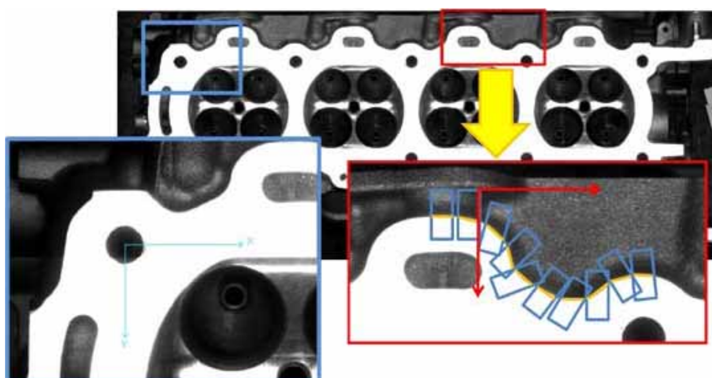


Figura 7. Ricostruzione del profilo.

L'operatore definisce, successivamente, i parametri necessari alla ricostruzione del profilo, come il massimo numero di punti utilizzabili per la campionatura o la distanza interpunto. Ogni curva che definisce il profilo risulta quindi generata da un numero variabile di punti.

In seguito viene calcolata la posizione di riferimento del centro dell'utensile rispetto ad ogni punto che definisce il profilo. Un algoritmo applica l'offset corrispondente al raggio utensile nella direzione normale al profilo nel punto considerato, come mostrato in Fig. (8), associando ad esso anche le informazioni relative alla velocità di taglio, alla velocità di avanzamento, dipendente dai parametri cinematici e dinamici del robot, ed il grado di approssimazione con cui il robot dovrà raggiungere i singoli punti.

Grazie alla visualizzazione sullo schermo del profilo e dei punti acquisiti, l'operatore è in grado di eseguire in automatico l'ottimizzazione del percorso o di verificare la posizione dei punti e l'orientamento delle terne cartesiane ad essi associati e, se necessario, di modificarli singolarmente, per gruppi locali o globalmente. Nel caso specifico della sbavatura è possibile aggiungere punti di svincolamento dell'utensile all'apertura e alla chiusura del percorso utensile. Infine, nel caso in cui fosse previsto l'impiego da parte del robot di utensili a compensazione monodirezionale si potrebbe adattare automaticamente l'orientamento delle terne associate ai punti del profilo.

Dopo la conferma delle modifiche apportate al percorso, il sistema genera il codice robot per il profilo, contenente le necessarie istruzioni in linguaggio RAPID, e lo invia al robot tramite protocollo FTP. Il robot a questo punto è in grado di eseguire la lavorazione programmata.

Lo stesso processo può essere eseguito senza alcun intervento dell'operatore, semplicemente impostando i parametri iniziali e configurando opportunamente la comunicazione tra i dispositivi coinvolti. Alcune procedure di controllo, infine, assicurano la corretta esecuzione delle operazioni.

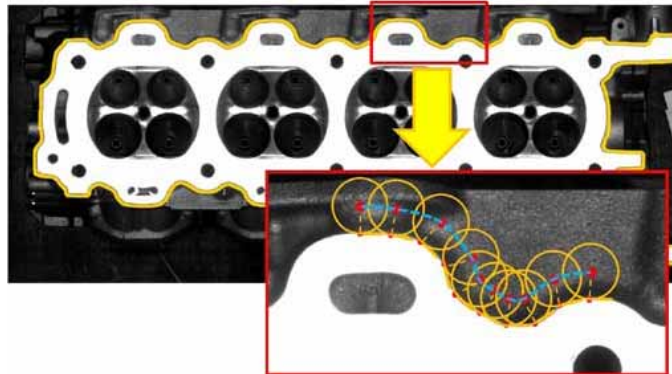


Figura 8. Generazione del percorso utensile.

Interfaccia grafica

L'interfaccia grafica mette a disposizione tutti i parametri e le impostazioni necessarie all'esecuzione del processo descritto: consiste di una finestra principale e altre quattro finestre operative. Queste sono dedicate ai parametri per l'elaborazione delle immagini, la gestione dei parametri generali, la modifica del profilo ed la visualizzazione grafica dei punti modificati. La barra dei comandi, mostrata in Fig. (9), è comune a tutte le finestre.

La finestra principale consente l'accesso a tutte le altre e permette l'accesso diretto ad alcune operazioni generali legate alla gestione dei file, alla generazione del profilo ed alla comunicazione con il robot. Alcune icone accessorie sulla finestra principale consentono la generazione automatica del programma in codice RAPID, l'impostazione dei parametri di luminosità e contrasto, la ricostruzione dell'immagine ad alta definizione e la preparazione di maschere per supportare il riconoscimento delle feature.

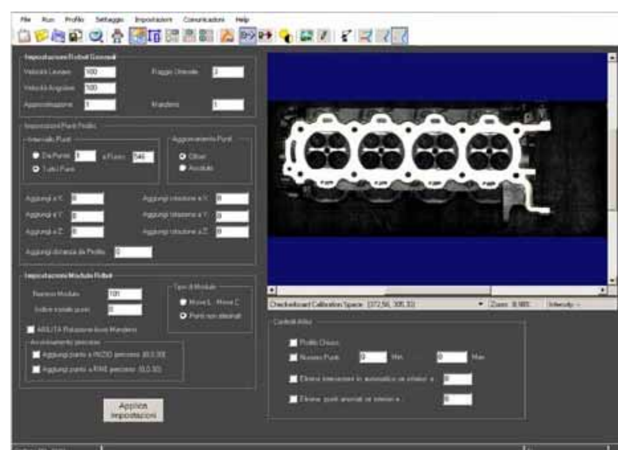


Figura 9. Interfaccia grafica con barra dei comandi.

5. CONCLUSIONI

Le prove realizzate hanno evidenziato alcuni aspetti critici dal punto di vista dell'applicativo software che implementa il metodo sviluppato. Nella gestione di file di grandi dimensioni contenenti molte centinaia di punti, è necessario scegliere accuratamente le funzioni della piattaforma .NET da utilizzare. È stato, infatti, necessario modificare la struttura dei dati utilizzata per memorizzare le informazioni grafiche e numeriche sulle coordinate dei punti del percorso, al fine di evitare lunghi tempi di attesa ed elaborazione.

Dal punto di vista delle procedure software, è stato ottimizzato l'algoritmo di ricerca dei profili per risolvere alcuni errori ed imprecisioni puntuali, verificatesi nel caso di curvature elevate o spigoli associati distanze tra i punti del profilo troppo ampie rispetto al raggio di curvatura. In questa particolare situazione, infatti, l'algoritmo di rotazione dell'area di ricerca, come mostrato in Fig.4, falliva frequentemente anche a seguito della rotazione dell'area di ricerca. Il problema è stato risolto adottando un passo minimo costante per lo spostamento dell'area di ricerca, consentendo, tuttavia, la memorizzazione dei soli punti del profilo la cui distanza è coerente con quella impostata dall'operatore, al fine di contenere il numero totale dei punti acquisiti.

In conclusione i sistemi di visione hanno confermato l'elevato potenziale nel miglioramento della flessibilità dei sistemi robotizzati di produzione e nel rafforzamento dell'auto-adattabilità dei robot rispetto alla variabilità dell'ambiente di lavoro.

È stato sviluppato e implementato all'interno di un applicativo software un metodo originale di auto-programmazione dei robot per l'esecuzione di lavorazioni su componenti di forma complessa. Una semplice interfaccia grafica, in esecuzione su un PC dotato di frame grabber e di una libreria commerciale di visione, guida gli operatori durante l'applicazione del metodo e offre loro la possibilità di monitorare ogni fase del processo e di definire parametri specifici senza richiedere alcuna particolare abilità nella programmazione di robot.

Tale metodo è stato validato attraverso la realizzazione del percorso di sbavatura del profilo esterno superiore di teste motore in alluminio per motori a elevate prestazioni, fornendo errori di lavorazione compatibili con la precisione del sistema robotizzato.

I programmi robot ottenuti per il prodotto pilota possono essere usati lanciati direttamente per ognuno dei pezzi successivi, riducendo drasticamente, rispetto a un approccio di programmazione per autoapprendimento, il tempo necessario per preparare il percorso utensile. Tale vantaggio è particolarmente evidente quando il numero di punti che compongono il percorso robot è molto alto, come nella finitura e sbavatura di forme complesse. Se invece si considera un approccio di programmazione online basato su modelli CAD 3D e su interfaccia RRS (Realistic Robot Simulation), il metodo sviluppato permette di semplificare il processo di allineamento tra il mondo della simulazione virtuale e l'ambiente reale e ben si adatta all'applicazione in settori industriali all'interno dei quali, in molti casi, è poco diffusa la pratica di archiviare modelli CAD 3D dei componenti o dove la variabilità dei componenti è tale da rendere inefficace l'impiego di modelli nominali, come, ad esempio, il settore della fonderia in ambito automotive o aeronautico.

Inoltre, il processo di generazione del percorso utensile può essere realizzato off-line, grazie all'impiego di semplici componenti commerciali: il tempo di riconfigurazione al cambio del lotto può dunque essere ulteriormente ridotto, con un importante guadagno in termini di produttività e di flessibilità.

Il campo naturale di applicazione della strategia proposta è rappresentato dal settore dell'automazione dei processi produttivi in ambito automotive ma può essere adottata

proficuamente anche in piccole-medie imprese meccaniche dove i sistemi robotici sono tenuti a fornire un'elevata qualità su prodotti diversi a fronte di ridotti tempi di programmazione (e di riprogrammazione).

La principale limitazione del metodo è dovuta alla planarità dei profili dell'elemento, legata all'impiego di sistemi di visione tradizionali. Tuttavia è opinione degli autori che questo approccio consenta di coprire un'ampia gamma di operazioni di interesse per l'industria automobilistica e meccanica.

Ringraziamenti

Gli autori vogliono ringraziare il presidente ing. Luciano Passoni ed il direttore generale Lino Ferrari dell'azienda SIR SpA, per il sostegno al presente progetto e vogliono sottolineare il fondamentale ed originale contributo tecnico dato al presente lavoro dagli ingg. Davide Passoni, Marco Suaci e Jacopo Canese Nobili Spinetti. Infine gli autori ringraziano la struttura del laboratorio SIMECH-INTERMECH per la "Progettazione Integrata e la Simulazione" del Distretto per l'Alta Meccanica della regione Emilia Romagna per il prezioso supporto alle attività di ricerca.

BIBLIOGRAFIA

[1] In book, Hagele M., Nilsson K., Pires J. N., 2008, "Industrial Robotics". In *Springer handbook of robotics*, Siciliano B., Khatib O. (ed.), Springer-Verlag Berlin Heidelberg, p.963-986.

[2] In Proceedings, Andrisano A. O. et al., 2006, "Digital engineering methods for enhanced flexibility of robofacturing (robotic manufacturing) applications". In International Conference on Automation, Control and Instrumentation - IADAT aci2006 (Valencia, Spain 5-7 July).

[3] Steger C., Ulrich M., Wiedemann C., 2008, "Machine Vision Algorithms and Applications", *Wiley-VCH*, p.370, ISBN: 9783527407347.

[4] Shafi A., 2004, "Machine vision in automotive manufacturing". *Sensor Review*, vol.24, n.4, p.337-342.

[5] Scott C., 2002, "Vision guided robotics is revolutionizing automotive manufacturing competiveness", Technical Paper – Society of Manufacturing Engineers. is. 257 pp.1-24.

[6] In Proceedings, Bernhardt R. et al., 2002, "Realistic Robot Simulation in Concurrent Engineering of Manufacturing Lines in Automotive Industries". In 8th ISPE International conference on concurrent engineering: research and applications (Anaheim, California USA, July 29 – August 01).

[7] Orady E. A., Osman T. A., Bailo C.P., 1997, "Virtual reality software for robotics and manufacturing cell simulation". *Computer & industrial engineering*, vol.33, n.1-2, p.87-90.

[8] In Proceedings, Hu X., Ganapathy N., Zeigler B.P., 2005, "Robots in the loop: supporting an incremental simulation-based design process". In 2005 IEEE Conference on Systems, man, & Cybernetics (Waikoloa, USA, 10-12 October).

[9] Lee H. S., Chang S. L., 2003, "Development of a CAD/CAE/CAM system for a robot manipulator". *Journal of materials processing technology*, vol.140, is.1-3, p.100-104.

[10] Wang L., 2001, "Integrated design-to-control approach for holonic manufacturing systems". *Robotics and computer integrated manufacturing*, vol.17, is.1-2, p.159-167.

[11] Mitsi S. et al., 2005, "Off-line programming of an industrial robot for manufacturing". *International journal of advanced manufacturing technology*, vol.26, n.3, p.262-267.

[12] In Proceedings, Adler A., 2001, “Robotics workcell design, simulation and off-line programming”. In 1986 IEEE Conference on Systems, man, & Cybernetics (Atlanta, USA 14-17 October).

[13] Roos E., Behrens A., 1997, “Off-line programming of industrial robots – Adaptation of simulated user programs to the real environment”. *Computer in industry*, vol.33, is.1, p.139-150.

[14] Nash M., 2004, “Simulation systems: bridging the gap”, *Manufacturing Computer Solutions*, vol.10, n.2, p.50-53.

[15] In Proceedings, Yeasin M., Chaudhuri S., 1998, “Automatic generation of robot program code”. In 6th IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV) (Bombay, India, 4-7 January).

PROGETTAZIONE DI PRODOTTI *EASY-ASSEMBLING*

Gianluca Medri
Dipartimento di Ingegneria Industriale,
Università di Parma
E-mail: gianluca.medri@unipr.it

Sommario. *Si presentano considerazioni e design drivers sulla progettazione di prodotti destinati a situazioni caratteristiche in sede di montaggio (o smontaggio) del manufatto per la messa in funzione. In particolare, si trattano i prodotti che sono usualmente montati (o smontati) fuori del controllo del produttore: a) manufatti che sono consegnati montati/smontati e che devono essere montati, smontati e rimontati frequentemente in servizio, b) manufatti che sono smontati e rimontati dal cliente/utente per spostamenti e riposizionamenti, c) manufatti in scatola di montaggio.*

Keywords*: Progettazione per il montaggio, Assembly kit.*

1. INTRODUZIONE

Le fasi finali della fabbricazione di un prodotto sono il montaggio delle parti a formare i componenti, l'**assemblaggio** dei componenti in gruppi e sottogruppi, la realizzazione del prodotto completo e i controlli di qualità/funzionalità. Di regola, il costo e la qualità di un prodotto dipendono sensibilmente dal tipo e dal numero di operazioni di assemblaggio e dalla loro esecuzione. Questi, a loro volta, derivano direttamente dal progetto complessivo del prodotto, dal tipo di produzione (singoli pezzi o lotti) e dai metodi di collegamento usati. Le caratteristiche del prodotto relative al montaggio e allo smontaggio, però, non sono definite solamente con riferimento alla fabbricazione in senso generico, perché interessano direttamente il funzionamento del prodotto stesso (per i correlati problemi di manutenzione, trasporto e dismissione) e sono, di conseguenza, generalmente oggetto di valutazione del cliente/utente in sede d'acquisto.

Ne consegue che il progettista, nello sviluppo del progetto, deve dedicare molta attenzione ai problemi di montaggio; l'attenzione va rivolta anche al percorso "esterno" alla fabbrica (fino all'utente finale!), che richiede la valutazione dei mezzi di trasporto esterni e del *packaging* necessario a contenere e proteggere il prodotto.

In questa sede si esaminano le problematiche relative ad una categoria, composita e diversificata, di prodotti il cui montaggio finale (e susseguente messa in funzione, oltre eventualmente allo smontaggio) non è eseguito (o controllato direttamente) dalla Ditta che ha progettato e fabbricato i componenti; questa situazione introduce problemi più complessi (rispetto alla progettazione tradizionale) per il progettista riguardo alle fasi della genopersistenza che seguono la fabbricazione dei singoli componenti. Le considerazioni sviluppate permettono di definire *design drivers* (indirizzi generali) e linee guida (indicazioni più specifiche) per la progettazione di questi prodotti, che possono essere definiti (in modo estensivo, come si vedrà) **assembly kits**.

2. OTTIMIZZAZIONE DELLE OPERAZIONI DI MONTAGGIO

Le scelte progettuali devono essere orientate in modo da favorire sia le specifiche operazioni sia il complesso delle operazioni di montaggio. Pahl e Beitz (1984) hanno codificato regole per l'ottimizzazione del montaggio che oramai sono consolidate. Come prima regola generale, occorre curare la **standardizzazione delle operazioni di montaggio** limitando al minimo indispensabile il numero delle tecniche d'assemblaggio. Una seconda regola generale è la ricerca di **operazioni di montaggio semplici**, che di conseguenza sono economiche. In generale, la riduzione delle operazioni di montaggio si ottiene:

- diminuendo il numero di componenti uguali (eventualmente variando configurazioni e/o dimensioni per garantire la funzionalità),
- combinando più funzioni in un componente,
- usando gruppi pre-assemblati acquistati sul mercato,
- combinando più operazioni di montaggio (in contemporanea) con un adatto posizionamento di superfici di contatto e di elementi di collegamento.

La terza regola generale è prevedere **configurazioni che facilitino le operazioni di controllo**. La sequenza delle operazioni di montaggio deve essere studiata e stabilita dal progettista durante la progettazione: si deve cercare di definire una sequenza logica che eviti possibili errori e faciliti le riparazioni e la manutenzione (applicando le tecniche *Poka Yoke* e *Maintenance Prevention*).

Le indicazioni progettuali specifiche per facilitare l'ottimizzazione delle singole fasi del montaggio sono (secondo le indicazioni di Andresen, Stoferle *et alii*, Warnecke *et alii*, DIN 8593 e della VDI 3239 integrate e riportate da Pahl e Beitz, 1984):

1. **immagazzinare** in maniera sistematica le parti da assemblare;
2. predisporre sistemi di **maneggio** di parti e componenti, che effettuino:
   - **identificazione** dei pezzi;
   - **sollevamento** dei pezzi;
   - **spostamento** dei pezzi fino al punto di montaggio;
3. adottare forme che inducano corretto **posizionamento** verso la sede finale;
4. prevedere mezzi adeguati funzionalmente e strutturalmente per il **collegamento** delle parti;
5. prevedere accoppiamenti e tolleranze che non richiedano **aggiustaggi** manuali;
6. **bloccare** le parti assemblate per evitare movimenti indesiderati o scollegamenti sotto i carichi di esercizio.

Il **progetto per il montaggio** (**Design for Assembly**, **DFA** o **DXA**) integra le indicazioni riportate all'interno dei *design requirements*. La progettazione, in questo modo, tiene fortemente conto delle condizioni che possono favorire il montaggio e ridurne i costi.

In questa ottica non si opera una semplice ottimizzazione delle operazioni di montaggio, ma una riconversione mirata di parte degli obiettivi della progettazione che arriva alla modifica del prodotto in relazione alla suddivisione in componenti e alla loro configurazione [1]. Impiegando strumenti di controllo del costo delle sequenze di montaggio alternative (che rappresentano un ulteriore fattore di variabilità delle varianti progettuali) si può ottimizzare il DFA anche dal punto di vista economico. A tale scopo, si possono costruire grafi delle sequenze e, con matrici di costo "standard" delle singole operazioni, si possono ricavare i costi presunti. Inoltre, occorre ricordare che a qualsiasi livello della progressione del montaggio (e dello smontaggio) deve essere garantita la stabilità, la resistenza strutturale e la sicurezza del manufatto e dei suoi sottogruppi e

componenti.

Simmetricamente, si evidenzia la necessità della predisposizione di adeguate soluzioni tecniche per facilitare lo **smontaggio** del prodotto allo scopo di rendere più agevole la manutenzione o il trasporto/spostamento, la dismissione del prodotto e il **riciclaggio dei componenti**. In questo caso le tecniche di ottimizzazione si richiamano ad una progettazione per lo smontaggio (**Design for Disassembly**, **DFD** o **DXD**). In generale queste tecniche impiegano gli stessi principi della progettazione per il DFA, tenendo però conto del fatto che la sequenza di smontaggio può essere diversa da quella di montaggio, in ragione delle diverse esigenze finali e anche dei diversi costi delle singole operazioni. Infatti, non sempre lo smontaggio è "simmetrico" rispetto al montaggio, inoltre se nella maggior parte dei casi quest'ultimo è più complesso, in altri può accadere l'inverso! Anche in questo caso conviene costruire grafi che rappresentano le sequenze di smontaggio alternative e determinare il costo totale presunto con l'uso delle matrici di costo delle singole operazioni.

3. PRODOTTI COMMERCIALIZZATI SMONTATI

In linea di principio, quanto in precedenza riportato è riferito a situazioni industriali convenzionali, vale a dire ad un prodotto montato, **in configurazione definitiva**, in fabbrica o presso il cliente da montatori (gestiti o controllati dal produttore) appositamente addestrati e specializzati, per il quale non si prevedono frequenti **smontaggi/rimontaggi per servizio**, se non quelli per la manutenzione e la dismissione finale.

Vi sono, però, situazioni diverse di servizio (o di fornitura) del manufatto che richiedono un'attenzione particolare nella progettazione, riguardo al montaggio e allo smontaggio, e *design drivers* alternativi e/o aggiuntivi rispetto a quelli già presentati. In questa sede si prendono in considerazione i manufatti i cui componenti sono forniti, dal produttore, pronti per il montaggio senza necessità di ulteriori lavorazioni, a parte eventuali verniciature o aggiustaggi specifici per situazioni inconsuete. In casi molto particolari (ma tuttavia non trascurabili, sia qualitativamente sia quantitativamente, dal punto di vista delle richieste di mercato), il cliente costruisce manufatti da componenti, materie prime o da semilavorati, forniti dal produttore o reperiti sul mercato.

I casi principali sono tre:

a) manufatti consegnati smontati, semi-montati o montati all'utente finale, destinati ad un uso che richiede frequenti montaggi e smontaggi completi o parziali (da parte di personale specializzato o almeno addestrato); esempi classici sono impalcature, gru da edilizia, edifici *etc.*

b) manufatti, consegnati montati o semi-montati all'utente finale, che nella vita di servizio saranno soggetti a parziali smontaggi e rimontaggi (più o meno frequenti) da parte di personale specializzato o non specializzato, in occasione di trasporto o riposizionamento, aggiunta di accessori e *upgrading*; esempi classici sono mobili, attrezzature varie e strumenti **take-down**.

c) prodotti venduti completamente o parzialmente smontati (a vari livelli della catena commerciale), che devono essere montati per la messa in servizio (**prodotto in scatola di montaggio** o *assembly kit*); questi manufatti sono generalmente di non elevata complessità (ma sono disponibili sul mercato anche complete case per abitazione!) e non sempre sono soggetti a frequenti smontaggi/rimontaggi nella vita di servizio. Il montaggio può avvenire:

1) all’interno della catena commerciale, da parte di personale specializzato o almeno addestrato, prima della consegna all’utente finale,
2) alla consegna all’utente, da parte di installatori specializzati e/o autorizzati,
3) da parte dell’utente finale dopo l’acquisto.

In tutti i casi sopra citati, generalmente finalizzati alla riduzione dei costi di trasporto e commercializzazione o a necessità specifiche funzionali e/o gestionali, va soddisfatta la necessità della standardizzazione del *packaging* come struttura e come dimensioni (in particolare in relazione alle dimensioni dei *pallets standard*), che può comportare condizionamenti sensibili (ed inevitabili, a pena di ricadute negative su appetibilità commerciale e *customer satisfaction*) sull’architettura e sulla suddivisione in componenti del prodotto. Inoltre, un fondamentale *design driver* prescrive il **pre-assemblaggio di tutti i componenti di sicurezza** e della maggior parte possibile dei componenti vitali complessi, da parte del produttore. Questo *design driver* discende dalla necessità di un’elevata garanzia di precisione di montaggio riguardo all’affidabilità richiesta in esercizio ai suddetti componenti.

Al Manuale d’Uso e Manutenzione (MUM) deve essere aggiunto un Manuale di Istruzioni per il Montaggio (MIM) del prodotto (che costituisce parte integrante del Fascicolo Tecnico). Nel MIM, che nel caso c2) è usualmente definito “Manuale per l’installatore”, vanno inserite tutte le istruzioni necessarie (redatte in modo da essere comprensibili ai montatori in possesso della formazione tecnica stabilita) per montare il prodotto in modo da garantire funzionalità, sicurezza e la durata di servizio programmata.

Incidentalmente, alcune di queste problematiche progettuali sono affrontate anche nel Design For Supportability con riferimento alla sostituzione di parti in manutenzione.

4. MANUFATTI SOGGETTI A SMONTAGGI PRESSO L’UTENTE

Nei casi a) e b) la progettazione deve tenere conto dell’esigenza di eseguire facilmente e **senza effetti negativi su funzionalità e sicurezza** frequenti montaggi e smontaggi, da parte di personale specializzato o addestrato (o comunque in possesso di cultura tecnica, strumentazione e manualità adeguate), usualmente non appartenente alla ditta produttrice, e quindi l’applicazione dei principi DFA/DFD è fondamentale. L’architettura del prodotto e le soluzioni tecniche possono risultare più massicce (e più costose) rispetto al prodotto consegnato completamente montato e destinato ad essere smontato solo in caso di manutenzione; il prezzo di vendita può risultare inferiore a quello del prodotto consegnato montato per la mancanza dei costi d’assemblaggio (ma il *Life Cycle Cost* tiene conto anche di questi ultimi, ovviamente). Ottime soluzioni si possono ottenere con la Progettazione Modulare, quando i moduli siano definiti anche con riferimento alle esigenze di montaggio/smontaggio, applicando i principi *Poka Yoke* a questo proposito. Gli elementi di collegamento tra i moduli, obbligatoriamente del tipo scioglibile per le parti soggette a smontaggio, devono presentare elevata affidabilità, rigidezza e resistenza sotto i ripetuti montaggi e smontaggi (che danneggiano **sempre**, sia pure in quantità ridotte, la precisione di posizionamento e la tenuta!).

Il produttore deve comunque eseguire collaudi del prodotto e prove di smontaggio/rimontaggio: **per ogni esemplare** se i prodotti/componenti sono “di sicurezza” o “vitali” ovvero sono molto costosi e almeno **a campione** per prodotti/componenti di tipo “essenziale” o “secondario”. Queste prove devono accertare sia la gestibilità delle operazioni di montaggio/smontaggio sia il livello della riduzione d’efficienza/funzionalità

dei collegamenti (e le conseguenze su funzionalità e sicurezza del manufatto) a fronte di ripetuti montaggi/smontaggi.

Soluzioni particolari per casi specifici fanno riferimento alla **ripiegabilità**, come alternativa alla scomposizione in parti separate (*take down*), per ottenere configurazioni più compatte e più maneggiabili per il trasporto.

Un manufatto ripiegabile è dotato di **elementi cerniera** (a soluzione generalmente di tipo cinematico) che aggiungono i desiderati gradi di libertà alla struttura in specifici nodi della struttura, rendendola deformabile rigidamente (labile) fino alla configurazione non operativa con facilità e in modo perfettamente reversibile (nel senso di preciso, funzionale e sicuro indipendentemente dal numero delle operazioni e dalla situazione ambientale: *Robust Design*). In pratica il prodotto è progettato come un cinematismo con due configurazioni di riferimento: quella operativa (fruibile operativamente, per le attività funzionali) e quella non operativa (destinata alle situazioni di trasporto e magazzinaggio). La ripiegabilità può essere riferita alla compattazione del manufatto ottenuta con movimenti delle parti della struttura (di per sé labile e resa rigida da elementi di blocco) che ne minimizzano il volume per l'accostamento dei componenti (*e.g.* ombrello) oppure può riguardare effettive operazioni di piegatura di componenti che in servizio sono configurati rigidamente (e.g. letto ripiegabile, *folding stock* per fucile d'assalto).

La progettazione comprende quindi l'individuazione della configurazione ripiegata (che si deve potere ottenere senza un numero eccessivo di piegature/movimenti), il posizionamento delle linee di piegatura, la scelta e dimensionamento degli elementi cerniera e degli **elementi di blocco**; per strutture pesanti o ingombranti può essere necessario inserire attuatori per aiutare la variazione di configurazione, con adeguati accorgimenti per garantire la sicurezza degli operatori (troppi incidenti – anche mortali - avvengono durante queste operazioni!). Gli elementi di blocco (di tipo scioglibile, e che partecipano anche al posizionamento) sono quelli necessari per

- stabilizzare il prodotto ripiegato,
- fissare la configurazione di servizio,

le due categorie di elementi di blocco non sono coincidenti in linea di principio, ma una progettazione ottimizzata tende ad unificare il più possibile le due funzioni in un unico elemento per ogni nodo (Principio di Semplicità) o addirittura per ogni linea di piegatura. Per ottenere un'elevata sicurezza di funzionamento, gli elementi di blocco dovrebbero

- basarsi sul principio del **bloccaggio di forma**,
- essere a **bloccaggio automatico** e **sbloccaggio comandato**.

Quando il numero prevedibile di ripiegamenti sia ridotto e/o a piccolo angolo, si può ricorrere ad elementi nodali che sfruttano la deformabilità di elementi elastici; il prodotto cambia configurazione mantenendo rigide le parti strutturali principali e deformando punti critici della struttura. In questa situazione, nella progettazione si devono affrontare severi problemi di Fatica e Meccanica della Frattura dei Materiali, oltre alla necessità di avere materiali a bassa isteresi. In queste soluzioni tecniche cambia la prospettiva riguardo agli elementi di blocco che in generale devono farsi carico completamente della funzione di posizionamento.

Infine, soluzioni interessanti per la compattazione di manufatti in condizione non operativa, in sostituzione del *take down*, si possono ottenere impiegando elementi espandibili a scorrimento (**telescopici**), libero o a fluido (gas o liquido), da dotare sempre di blocco meccanico di sicurezza.

Si citano, in questa sede, anche gli elementi strutturali gonfiabili e gli elementi realizzati con materiali a memoria di forma (metallici o plastici), come soluzioni avanzate e innovative.

5. DESIGN DRIVERS PER ASSEMBLY KITS

Nei casi c) un fattore critico progettuale è il montaggio per la messa in funzione, che è eseguito in situazione difficilmente controllabile dal produttore, sia dal punto di vista del personale sia dal punto di vista delle attrezzature impiegate per l'operazione sia, infine, dal punto di vista del collaudo funzionale (che spesso è eseguito dal produttore medio solo su pochi esemplari del primo lotto produttivo). La progettazione deve, quindi, mirare ad ottenere un'affidabilità elevatissima nelle operazioni di montaggio, che devono essere accuratamente pianificate e descritte con estrema chiarezza nelle istruzioni (vedi Fig. 1), e non devono presentare possibilità d'errore (impiegare, a questo proposito, le tecniche *Poka Yoke*).

I collegamenti possono essere sia scioglibili sia non scioglibili ma, in ogni caso, devono essere **semplici da mettere in opera e sicuri in servizio** (condizioni genericamente sempre consigliabili per qualsiasi manufatto ma importantissime in questo caso!). Inoltre, occorre inserire nel MIM lo schema di semplici ma efficienti procedure di controllo funzionali e di sicurezza che il montatore deve eseguire sul prodotto a fine montaggio prima dell'uso in servizio a piena funzionalità.

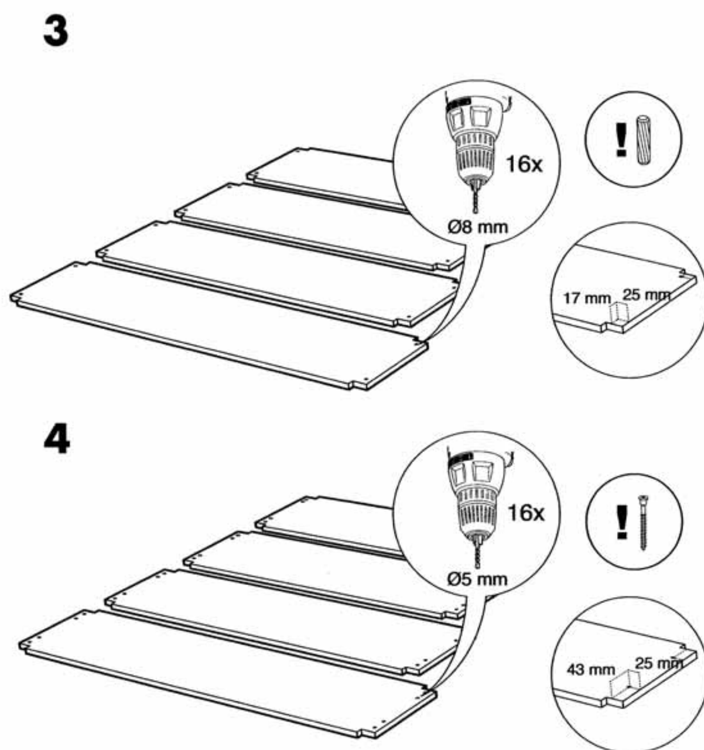


Figura 1. Esempio di istruzioni per il montaggio.
(immagine concessa da erasmuskit.wordpress.com)

E’ buona regola, infine, predisporre corsi di addestramento (e di aggiornamento) per gli installatori autorizzati e per i montatori dei casi c1) e c2), quando i prodotti da montare siano di una certa complessità e/o possano presentare rischi negli eventuali malfunzionamenti (*e.g.* condizionatori, cucine a gas, impianti termici *etc.*).

Categorie particolari, e molto importanti, sono quelle dei pezzi/componenti di ricambio (detti anche **ricambi**) per parti soggette a consumo/degrado/obsolescenza e degli **accessori** *after-market* per un certo manufatto (prodotti dalla stessa ditta o, più spesso, da ditte diverse), per il miglioramento qualitativo, potenziamento quantitativo o l’aggiornamento tecnico (*upgrade*). In questi casi, la ditta “proprietaria” deve adottare le tecniche della Progettazione Modulare e della Progettazione per la Disponibilità riguardo ai propri ricambi o accessori per l’*upgrade* o per la personalizzazione. Una problematica progettuale molto più complessa è affrontata dagli altri produttori, che devono rendere il pezzo di ricambio o accessorio perfettamente adattabile ad un prodotto (o a più prodotti, se il pezzo di ricambio o accessorio è progettato come “universale”) di cui non hanno il controllo nel presente (*lead time*!) e nel futuro. Anche con riferimento a questa situazione, secondo l’Autore, una moderna deontologia produttiva richiede l’applicazione del principio di standardizzazione, con gli ovvi limiti relativi alle situazioni industriali, a tutte le progettazioni e a tutti i manufatti. Gli atti d’egoismo aziendale (*e.g.* l’inibizione con artifici tecnici – o con protezioni brevettali - dell’uso di ricambi o accessori “non proprietari”, anche se di elevata qualità tecnica) possono essere profittevoli nel breve periodo, ma alla lunga non pagano perché

a) deprimono la creatività tecnologica di un settore merceologico,
b) riducono la possibilità per il cliente/utente di governare il mercato in senso virtuoso (scegliendo i prodotti a maggior *value*),
c) rendono meno appetibile il prodotto “principale” per la carenza di alternative/disponibilità;

il risultato è un danno oggettivo diretto e indiretto per il prodotto “principale”.

Nei casi c3), come già detto, il montatore è l’utente finale (“uomo della strada”) e la situazione è particolarmente critica; per questo sono necessarie architetture e procedure *foolproof,* oltre che *mistakeproof*, soprattutto se il prodotto può presentare problemi di sicurezza. Alcuni semplici accorgimenti sono:

- inserire nel manufatto semplici indicatori di corretto montaggio: questi possono essere visivi (riferimenti sui pezzi, colorazioni *etc.*) o “sensibili” in senso lato (rilevazione con il tatto di protuberanze, scalini o rugosità, oppure percezione di “scatti” che identificano il corretto posizionamento o bloccaggio, *etc.*),
- evitare procedure di montaggio che richiedano misurazioni da parte dell’utente (che generalmente ha scarse nozioni di metrologia),
- fornire nella scatola di montaggio un *set* di attrezzi specifici per avere (almeno) il controllo delle attrezzature usate.

Si deve considerare che, nella maggior parte dei casi, il cliente/utente ha scarsa esperienza di montaggio in generale e spesso **monta il manufatto per la prima volta**; quindi difficilmente egli

- ha la certezza che il risultato finale sia quello previsto: una cosa è l’esperienza personale sull’oggetto e relativa verifica di corretto (?) funzionamento, altra cosa sono le indicazioni del MIM, scritte e/o pittografiche,

– riesce a governare e controllare pienamente le singole specifiche di collegamento delle varie parti (serraggio viti, battute di posizionamento, giochi di montaggio *etc.*).

Un efficace *design driver* (valido, peraltro, in ogni situazione di montaggio) prescrive la separazione del posizionamento (da rendere semplice e facilmente verificabile) dal bloccaggio. Per quest'ultimo vanno ridotti al minimo necessario i collegamenti di tipo non scioglibile per permettere la correzione di eventuali manovre errate o posizionamenti imprecisi; un'eccezione è costituita dagli incollaggi con adesivi che permettono il riposizionamento degli aderendi (ma entro tempi usualmente ridotti: fino a qualche minuto).

In chiusura, si segnala che la responsabilità di prodotto in caso di malfunzionamento o incidente è generalmente diversa nei tre casi c):

– nel caso c1): ricade sostanzialmente sul rivenditore, che potrà scaricarla sul produttore solo se si riscontrassero difetti occulti dei componenti e dell'architettura del prodotto o evidenti carenze nel MIM/MUM (che però dovrebbero essere comunque controllati dal montatore), perché non è il produttore ad aver eseguito il montaggio finale e il collaudo del singolo manufatto;
– nel caso c2): come c1) se l'installatore è un dipendente del rivenditore, altrimenti si ha una responsabilità dell'installatore come persona giuridica, eventualmente attenuata dai difetti occulti sopra citati;
– nel caso c3): la responsabilità del rivenditore è limitata ai difetti di integrità (in senso quantitativo e/o qualitativo) del contenuto della scatola di montaggio, perché c'è l'obbligo di controllo del materiale venduto, mentre il produttore si assume l'onere principale in caso di malfunzionamenti o danni in servizio; errati montaggi da parte dell'utente, se non dovuti a dolo o colpa grave (nell'accezione giuridico-tecnica dei termini), sono da imputare in linea di principio a carenze della progettazione e/o del MIM/MUM. Il valore giuridico delle non assunzioni di responsabilità del fabbricante [o del rivenditore] in presenza di errori di montaggio, a volte riportate nei MIM, è scarso (anche in presenza di un'eventuale accettazione scritta da parte del cliente che, peraltro, in sede legale potrebbe essere facilmente impugnata per disinformazione-subornazione-incomprensione) mentre è **assolutamente nullo quello etico**.

Inoltre, la mancata evidenziazione nel MIM/MUM di tutte le situazioni pericolose, sia nel montaggio/smontaggio sia nel funzionamento, che possano verificarsi per effetto di manovre errate durante il montaggio/smontaggio può assumere la veste giuridica del **dolo eventuale**.

BIBLIOGRAFIA

[1] Medri, G., 2008. Cenni di Progettazione di Prodotto, Liguori Ed., Napoli.

DEVELOPMENT OF A FLEXIBLE MULTIBODY MODEL OF A MOTORCYCLE ENGINE CRANKTRAIN

Stefano Ricci
Department of Mechanical and Aeronautical Engineering,
University of Bologna, Italy
E-mail: s.ricci@unibo.it

Marco Troncossi
Department of Mechanical and Aeronautical Engineering,
University of Bologna, Italy
E-mail: marco.troncossi@unibo.it

Alessandro Rivola
Department of Mechanical and Aeronautical Engineering,
University of Bologna, Italy
E-mail: alessandro.rivola@unibo.it

Abstract. *This paper addresses the development of an elastodynamic model of a motorcycle engine cranktrain, aimed at accurately evaluating the interactions between the crankshaft and the engine block, thus allowing an improved structural design.*
Starting from the CAD geometry of the components, a rigid multibody model is first implemented and simulated by means of a commercial software package; only kinematic joints are involved at this stage, leading to a statically determinate assembly of the mechanism.
Such a modelling approach prevents the loads at certain interface locations to be evaluated; furthermore, high frequency dynamic effects cannot be predicted. These drawbacks can be removed by introducing bushing-like elements and/or modelling component flexibility.
In this work, this latter aspect is the objective of the investigation; in particular, a finite element model of the crankshaft is implemented as a replacement for the corresponding rigid member. The well-established Craig-Bampton model reduction technique is used to represent the elastodynamic behaviour of the component with a limited number of coordinates. The mode selection procedure is emphasized here: a measure of modal dynamic importance, namely the effective interface mass fraction, is used to rank fixed-interface normal modes based upon their contribution to loads at the substructure interface; choosing the modal base according to such ranking leads to a minimal yet accurate representation.

Keywords: *engine cranktrain, flexible multibody modelling, model reduction, effective interface mass*

1. INTRODUCTION

Modern powertrain design is facing increasingly strict requirements in terms of emissions, fuel consumption, noise and vibration levels. In recent years, this trend is extending towards the motorcycle industry, in which competitive design focused on achieving a high power-to-weight ratio calls for optimized engine components. This in turn requires the adoption of a multi-disciplinary approach early in the conception phase, and the use of advanced simulation tools which might help the analyst in gaining a deeper insight into the physical phenomena associated with the engine operation. Concerning powertrain dynamics, modern analysis techniques involve the use of multibody simulation tools, which allow an accurate prediction of the operational loads acting on the engine components, leading to an optimal structural design.

Several approaches are described in literature dealing with multibody modelling of internal combustion (i.c.) engine powertrains. Some papers deal with the construction of fully coupled cranktrain models through the use of commercial multibody dynamics codes, which provide a general modelling platform for mechanical systems, see e.g. [1-2]; the equations of motion are in this case implicitly produced by the software kernel, and solved by means of some standard integration scheme. As an alternative, some studies describe the development of specialized modelling codes, see [3-4]; the system equations of motion are retrieved analytically, converted to computational code and solved numerically.

In this work the former approach has been followed, the model being developed by means of ADAMS multibody simulation software; this package offers standard performance in terms of results accuracy versus simulation time, also allowing for integration with other simulation tools, e.g. Finite Element codes, and a straightforward procedure in defining customized subroutines. These aspects play an important role in the perspective of developing an integrated, multi-disciplinary i.c. engine simulation platform, which is the ultimate goal of the research framework this work is part of.

In the context of multibody modelling, the definition of a system made up of rigid links connected to each other via kinematic joints typically represents the first step in the process: in fact, commercial multibody software platforms offer both CAD interfaces and joint libraries, permitting the analyst to set up a basic dynamic model with small time and effort. Clearly, this modelling approach is affected by some important limitations: first of all, the adoption of rigid bodies in combination with kinematic joints prevents some interface loads to be evaluated whenever the mechanism under study exhibits some static indeterminacy; furthermore, any structural dynamic effect, which might contribute significantly to the actual loads, is evidently lost. These shortcomings can be eliminated by embracing a refined modelling methodology, based upon the introduction of non-ideal joints at interface locations, e.g. bushings, and the inclusion of component flexibility. The latter in particular is a necessary task if one wants to capture dynamic effects which arise in high-speed applications, and is the main concern of this paper.

In flexible multibody dynamics, the *floating frame of reference* formulation is the most widely used method to account for component flexibility [5]; according to such approach, the motion of each flexible body is subdivided into a reference motion, which can be described according to rigid multibody formalism, and a deformation. The Finite Element Method is used to describe such a deformation; since small displacements and rotations are assumed to occur about the floating frame, linear methods borrowed from structural dynamics can be exploited, such as modal superposition techniques. These techniques are used to reduce the number of coordinates required to describe the component deformation;

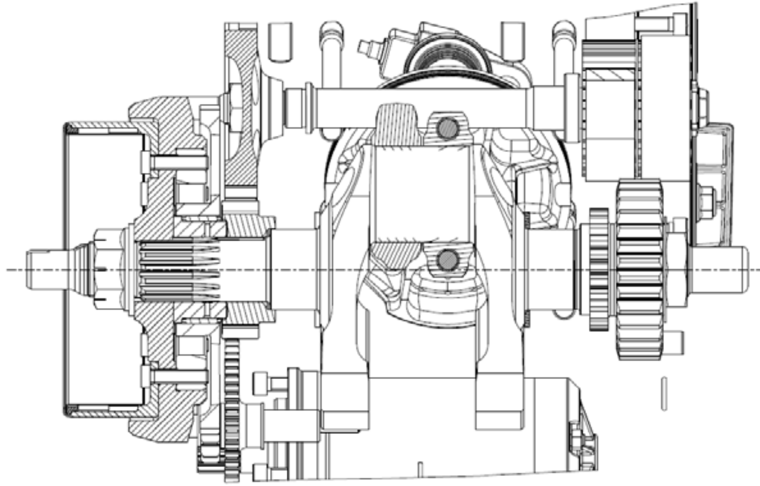


Figure 1. Drawing of the cranktrain under study.

this is accomplished by means of some coordinate transformation, which normally involves the definition of proper component mode shapes. Several Component Mode Synthesis methods have been proposed in the past [6-9], the Craig-Bampton approach being the most popular amongst the multibody dynamics community. The coordinate transformation matrix is build up in this case starting from the computation of *constraint modes* and fixed-interface *normal modes*; proper selection of the latter is a non-trivial task, and several papers exist on the subject, see e.g. [10]. In this work the selection procedure is carried out in accordance with a modal ordering scheme based on the Effective Interface Mass measure of dynamic importance [11-12], which ranks modes based upon their contribution to loads at component interface.

This paper discusses the first steps in the development of a multibody model of a Ducati L-twin, four strokes engine cranktrain. The ultimate purpose of such model is the accurate prediction of the loads acting on the main components in the system, with special regard to the engine block; this will eventually enable a refined structural design, resulting in a weight reduction combined with improved overall performances. After a brief description of the system under study (Section 2), the modelling process will be reviewed: in Section 3 a rigid multibody model is presented, and inherent limitations are highlighted; Section 4 depicts the flexible multibody implementation, mainly focusing on the adopted methodology. Some concluding remarks and future research directions are eventually given in Section 5.

2. SYSTEM DESCRIPTION

As mentioned, this study deals with the cranktrain of a motorcycle i.c. engine. Figure (1) shows a schematic of the mechanism: the main component in the system is a single throw crankshaft on four main journals; the shaft carries a flywheel and two pinions, transmitting power to the valvetrain and the clutch. Two connecting rods, arranged in a 90° V configuration, act on the crankpin through hydrodynamically lubricated journal bearings; wrist pins connect the two pistons to the respective conrods.

3. RIGID MULTIBODY MODELLING

The first step in the modelling process was the definition of a multi-rigid-body model of the system. Starting from 3D CAD models of the components, these were imported into the multibody environment and assembled by means of kinematic joints. Great care was taken here to build a single degree-of-freedom (DOF) system: joints and joint primitives were arranged with such purpose, preventing the software to automatically detect, and remove, any redundant constraints.

Model inputs are the combustion forces acting on both pistons, resulting from an experimental test campaign, and torques driving the valvetrain and the geartrain; the former were estimated by the manufacturer by means of some analytic model, while the latter were obtained by simply enforcing periodic speed oscillations over the engine cycle.

Estimates of the loads acting on both the connecting rod and the crankshaft were retrieved as a result of this first dynamic model; comparable results might be obtained by means of analytic models (as those currently used in the design phase by the manufacturer) based on classic formulations, see e.g. [13].

The described model shows some evident limitations: firstly, loads at two out of four main bearing locations cannot be evaluated, since static indeterminacy of the assembly cannot be treated with a purely kinematic approach; secondly, the elastodynamic effects, which might have a major impact on the estimated loads provided the high rotational speed of the engine (10000 rpm), are completely neglected. These drawbacks can be removed by introducing non-ideal joints at the main interface locations, and by modelling component flexibility. Both procedures concur towards the definition of a more realistic model, which should be capable of predicting the interactions between the crankshaft and the engine block with improved accuracy. Only the latter has been considered thus far, and will be presented in the next section.

4. FLEXIBLE MULTIBODY MODELLING

The development of a flexible multibody model usually requires a pre-processing stage in which a Finite Element (FE) model of the designated component is produced. Whenever the FE discretization results in a large model order, which is often the case when dealing with solid meshes, some reduction procedure is needed to reduce the number of coordinates required to describe component flexibility; this can then be accounted for in nonlinear dynamic simulations at acceptable computational cost. The assumption here is that the deformation of the flexible body keeps small with respect to a body local reference frame, which in turn undergoes large, nonlinear motion relative to an inertial global reference frame; linear elastic theory is used to describe such deformation, which is approximated as a linear combination of a number of shape vectors:

$$\mathbf{u} = \mathbf{T}\mathbf{v} \tag{1}$$

where $\mathbf{u}$ is a vector of physical coordinates, i.e. translations (and rotations, if any) of the FE nodes, $\mathbf{T}$ is a matrix holding the shape vectors as columns, and $\mathbf{v}$ is a vector of generalized coordinates. Usually, the dynamic behaviour of the FE component in a certain frequency range of interest can be captured using a much smaller number of generalized coordinates compared with the original number of physical coordinates: there lies the model reduction.

Several model reduction methods were proposed in the past [6-8] which rely on a coordinate transformation as the one defined by Eqn. (1); they basically differ from each other in the selection of the mode set used to build the transformation matrix **T**, which can include normal modes, constraint modes, and attachment modes. A comprehensive overview of those techniques, which are referred to as Component Mode Synthesis (CMS) or substructuring techniques, can be found in [9].

Craig-Bampton model reduction

In this study the Craig-Bampton (CB) approach has been used and will be briefly reviewed here. The equilibrium equation for the free-free, undamped structure holds:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f} \tag{2}$$

where **M** and **K** are the FE mass and stiffness matrices, respectively, and **f** is the external force vector. The physical DOFs are partitioned into two complementary sets, the interface DOFs (subscript *a*, "active") and the interior DOFs (subscript *o*, "omitted"):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{aa} & \mathbf{M}_{ao} \\ \mathbf{M}_{oa} & \mathbf{M}_{oo} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_a \\ \ddot{\mathbf{u}}_o \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{aa} & \mathbf{K}_{ao} \\ \mathbf{K}_{oa} & \mathbf{K}_{oo} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_a \\ \mathbf{u}_o \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_a \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \tag{3}$$

where it has been assumed that external loads, i.e. external forces/torques, are applied only at the interface DOFs; clearly this requires a proper *a*-set definition. The following coordinate transformation is then introduced:

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{u}_a \\ \mathbf{u}_o \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{\Psi} & \mathbf{\Phi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_a \\ \mathbf{q} \end{Bmatrix} \tag{4}$$

in which $\mathbf{\Psi}$ is a matrix of shapes obtained considering the lower partition of the static portion of Eqn. (3) and solving for the *o*-set displacements

$$\mathbf{u}_o = -\mathbf{K}_{oo}^{-1}\mathbf{K}_{oa}\mathbf{u}_a = \mathbf{\Psi}\mathbf{u}_a \tag{5}$$

while $\mathbf{\Phi}$ is a matrix of shape vectors satisfying the *o*-set eigenproblem

$$\mathbf{K}_{oo}\mathbf{\Phi} = \mathbf{M}_{oo}\mathbf{\Phi}\mathbf{\Omega} \tag{6}$$

The first N_a columns of the transformation matrix in Eqn. (4) represent the static deformation shapes of the component when subjected to unit displacements at each of the *a*-set DOFs, the other being restrained; these are termed *constraint modes* in literature. The last N_o columns are fixed-interface *normal modes*, i.e. eigenvectors, representing the dynamics of the substructure interior relative to the interface; the corresponding eigenvalues are collected in the diagonal matrix $\mathbf{\Omega}$. As one might notice, the generalized coordinate vector comprises both physical displacements, $\mathbf{u}_a$, and modal displacements, $\mathbf{q}$; the fact that interface DOFs are retained in the reduced representation greatly facilitates component coupling, this being probably a major reason for the success of the CB method.

Introducing the transformation in Eqn. (4) into Eqn. (3), and pre-multiplying by the transpose of the transformation matrix, the CB substructure representation is obtained:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_\mathbf{s} & \mathbf{-P}^\mathrm{T} \\ \mathbf{-P} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_a \\ \ddot{\mathbf{q}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_\mathbf{s} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{\Omega} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_a \\ \mathbf{q} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_a \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \tag{7}$$

where the fixed-interface modes have been normalized with respect to the *o*-set mass matrix. In Eqn. (7) the following positions hold:

$$\mathbf{M}_\mathbf{s} = \mathbf{M}_{aa} + \mathbf{M}_{ao}\boldsymbol{\Psi} + \boldsymbol{\Psi}^\mathrm{T}\mathbf{M}_{oa} + \boldsymbol{\Psi}^\mathrm{T}\mathbf{M}_{oo}\boldsymbol{\Psi} \tag{8}$$

$$\mathbf{K}_\mathbf{s} = \mathbf{K}_{aa} + \mathbf{K}_{ao}\boldsymbol{\Psi} \tag{9}$$

$$\mathbf{P} = -\boldsymbol{\Phi}^\mathrm{T}\left(\mathbf{M}_{oo}\boldsymbol{\Psi} + \mathbf{M}_{oa}\right) \tag{10}$$

being $\mathbf{M}_\mathbf{s}$ and $\mathbf{K}_\mathbf{s}$ the statically reduced mass and stiffness matrices, respectively; the matrix $\mathbf{P}$ is called the *modal participation factor* matrix, and contains the multiplication factors for the acceleration inputs at the interface DOFs governing the response of the fixed interface modal coordinates:

$$\ddot{\mathbf{q}} + \boldsymbol{\Omega}\mathbf{q} = \mathbf{P}\ddot{\mathbf{u}}_a \tag{11}$$

A modal selection problem arises at this point. Clearly, the two most important aspects of such a problem are model order and model accuracy: an optimal reduction would result in the minimal set of component modes which ensures acceptable accuracy in the simulation results. Concerning the CB mode set, the definition of the constraint modes directly come from the coordinate partitioning process, which in turn is dependent upon the choice of interface DOFs; usually, these are selected based upon the knowledge of constraint and applied load locations. On the other hand, the choice of fixed-interface normal modes to retain in the reduced representation is somewhat arbitrary. In this work the normal mode selection is carried out in accordance with a modal ordering scheme based on the Effective Interface Mass (EIM) measure of dynamic importance, which constitutes a generalization of the effective mass concept that has been traditionally used by structural dynamicists to assess the completeness of a reduced mode set. The EIM approach was introduced by Kammer et al. [11-12] already in the mid-nineties, with main goals being pure structural dynamics and control-structure interaction applications; here the authors propose a possible extension towards multibody dynamics, which is the main novelty character of this paper.

Modal selection procedure

The EIM measure was developed by considering Eqn. (11), from which the time-domain response of the i-th fixed-interface mode to the *a*-set inputs can be computed as:

$$q_i = \int_0^t \mathbf{P}_i\ddot{\mathbf{u}}_a\left(\tau\right)\omega_i^{-1}\sin\left[\omega_i\left(t-\tau\right)\right]d\tau \tag{12}$$

being ω_i the mode eigenfrequency. Denoting the convolution integral as $\mathbf{V}_i$, the previous can be expressed in a more compact form as:

$$q_i = \omega_i^{-1}\mathbf{P}_i\mathbf{V}_i \tag{13}$$

from which the corresponding modal acceleration results:

$$\ddot{q}_i = \omega_i^{-1}\mathbf{P}_i\ddot{\mathbf{V}}_i \tag{14}$$

Once again considering Eqn. (7), its upper partition holds:

$$\mathbf{M_s}\ddot{\mathbf{u}}_a + \mathbf{K_s}\mathbf{u}_a = \mathbf{f}_a + \mathbf{f}_q \tag{15}$$

in which the product $\mathbf{P}^{\mathrm{T}}\ddot{\mathbf{q}}$ has been designated as $\mathbf{f}_q$, representing the portion of the load at the interface due to the response of the fixed interface modes. Using Eqn. (14), this can be expressed as:

$$\mathbf{f}_q = \mathbf{P}^{\mathrm{T}}\ddot{\mathbf{q}} = \sum_{i=1}^{No}\mathbf{P}_i^{\mathrm{T}}\ddot{q}_i = \sum_{i=1}^{No}\omega_i^{-1}\mathbf{P}_i^{\mathrm{T}}\mathbf{P}_i\ddot{\mathbf{V}}_i = \sum_{i=1}^{No}\omega_i^{-1}\bar{\mathbf{M}}_i\ddot{\mathbf{V}}_i \tag{16}$$

The norm of the matrix $\bar{\mathbf{M}}_i$ gives thus a relative measure of the contribution of the i-th fixed interface mode to the loads at the interface; summing all the contributions produces the so-called Reduced Interior Mass (RIM) matrix:

$$\bar{\mathbf{M}} = \sum_{i=1}^{No}\bar{\mathbf{M}}_i = \sum_{i=1}^{No}\mathbf{P}_i^{\mathrm{T}}\mathbf{P}_i = \mathbf{P}^{\mathrm{T}}\mathbf{P} \tag{17}$$

Substituting Eqn. (10) into Eqn. (17) and bearing in mind that, as mentioned, normal modes are mass normalized, gives after some simple manipulation:

$$\bar{\mathbf{M}} = \mathbf{M}_{ao}\mathbf{\Psi} + \mathbf{\Psi}^{\mathrm{T}}\mathbf{M}_{oa} + \mathbf{\Psi}^{\mathrm{T}}\mathbf{M}_{oo}\mathbf{\Psi} + \mathbf{M}_{ao}\mathbf{M}_{oo}^{-1}\mathbf{M}_{oa} \tag{18}$$

It is worth noting that such expression can be computed based solely upon the partitioned FE mass and stiffness matrices, and is thus totally independent of any eigenvalue solution. By using some appropriate matrix norm, e.g. the trace norm, it can be used as an absolute reference with respect to which the dynamic importance of each mode shape can be computed. The EIM value of the i-th fixed interface mode is then introduced:

$$\bar{\mathrm{E}}_i = \mathrm{tr}\left(\bar{\mathbf{M}}_i\right)/\mathrm{tr}\left(\bar{\mathbf{M}}\right) \tag{19}$$

By using an analogous expression, a measure of dynamic completeness of a reduced representation in which N_k normal modes are retained is given by:

$$\bar{\mathrm{E}}_k = \mathrm{tr}\left(\bar{\mathbf{M}}_k\right)/\mathrm{tr}\left(\bar{\mathbf{M}}\right) \tag{20}$$

where $\bar{\mathbf{M}}_k$ is obtained by simply extending the summation in Eqn. (17) to the *k*-set modes.

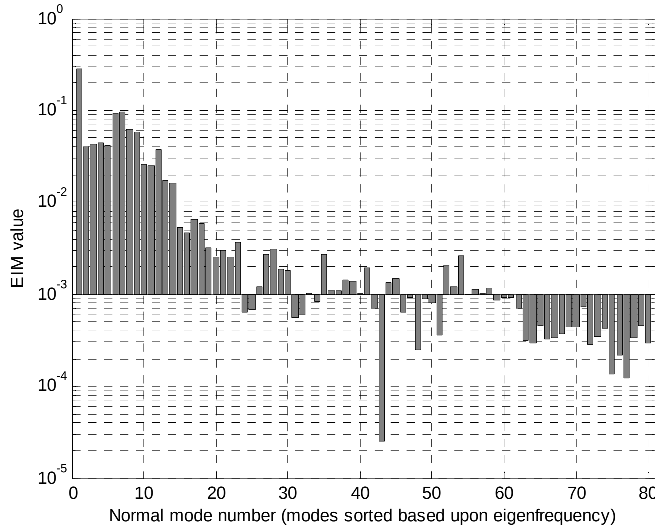


Figure 2. EIM values of fixed interface normal modes.

Though representing $\overline{\mathrm{E}}_k$ a cumulative sum of the *k*-set EIM values, it can be computed independently from the specific criterion used for modal selection, and can thus be used as a general modal completeness indicator whether the EIM approach is adopted or not.

Application to crankshaft modelling

A FE model of the crankshaft was produced first: the CAD geometry was simplified by removing all those features, as small fillets, which do not contribute significantly to the dynamic behaviour of the component, in order to simplify the meshing phase. This latter process was accomplished in the perspective of limiting the total number of elements, at the same time controlling their distribution around interface areas. The two pinions and the flywheel were modelled as point elements (with properly defined inertial properties), connected to solid mesh nodes by means of rigid spiders.

The discussed model reduction and modal selection methodologies were implemented as following:

- interface nodes were defined at main bearing and crankpin journals, as well as at clamping locations of the two pinions, for a total of 48 interface DOFs (*a*-set);
- a CB solution including 80 normal modes was computed trough Nastran FE solver;
- the RIM matrix was computed starting from component FE matrices, by implementing an *ad hoc* Nastran DMAP alter;
- the EIM values were computed in Matlab starting from CB and RIM matrices exported from Nastran in the previous steps. Slightly different expressions with respect to those in Eqn. (19), (20) were used in order to properly weight translational and rotational DOFs; for further details see [11].

Figure (2) shows the computed EIM values for all 80 normal modes (those having an EIM value above 0.001 are highlighted): as one might have expected, in this case the low

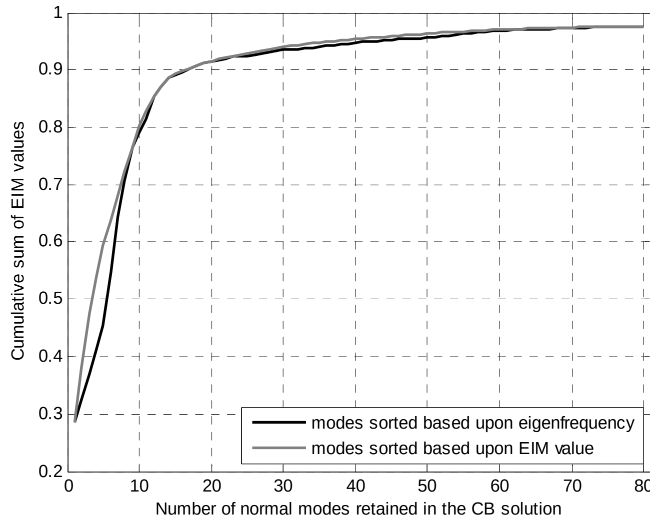


Figure 3. Cumulative EIM sum according to different modal ordering schemes.

frequency modes give a major contribution to forces at the substructure interface; however, clearly there can be some high frequency mode contributing as much as some lower frequency one. Figure (3) shows the EIM cumulative sum for modal ordering schemes based upon eigenfrequency (black line) and EIM values (grey line): curves are very close in this case, both approaching quite quickly the maximum value of 1 (corresponding to the unreduced case $N_k = N_o$). Of course, for any given number of retained modes, the line related to the modal selection scheme based upon eigenfrequency is lower than, or equals, the one related to the EIM-based approach: it is evident that the mode set chosen based upon EIM values constitutes the minimal set providing any specified dynamic completeness expressed in terms of EIM cumulative sum.

In this study a threshold of EIM cumulative sum was fixed at 0.9, i.e. 90% of dynamic completeness in terms of $\bar{\mathrm{E}}_k$, corresponding to 18 normal modes, see Fig. (3): in this particular case the selected normal mode set results independent of the specific modal ordering scheme, since the 18 lowest frequency eigenmodes are also those having the highest EIM values, see Fig. (2). The selection procedure was then easily implemented using Nastran standard functions.

Nonlinear dynamic simulations

At this point, the rigid crankshaft within the multibody model was replaced by its corresponding flexible component. Dynamic simulations were performed, comparing the results obtained by using in one case the discussed CB reduction and mode selection procedure, in the other a standard practice consisting in truncating the CB reduced solution at twice the maximum frequency of interest. Reaction forces acting on central main bearing journals are shown in Fig. (4): some clear differences appear between the two approaches, being in this case the EIM one capable of capturing higher frequency dynamic effects.

Despite comparable simulation times, the EIM-based reduced solution seems to lead to a more realistic prediction of the loads acting at the crankshaft-engine block interface: of course interpreting such numerical results constitutes a very difficult task, and some validation would be needed; however, this is outside the scope of the present paper and will be the objective of further investigation.

5. CONCLUSIONS

The development of a flexible multibody model of a motorcycle engine cranktrain has been presented. A rigid-body model was firstly implemented, providing quite similar results as those obtained using some analytical approach by the manufacturer. The main limitations

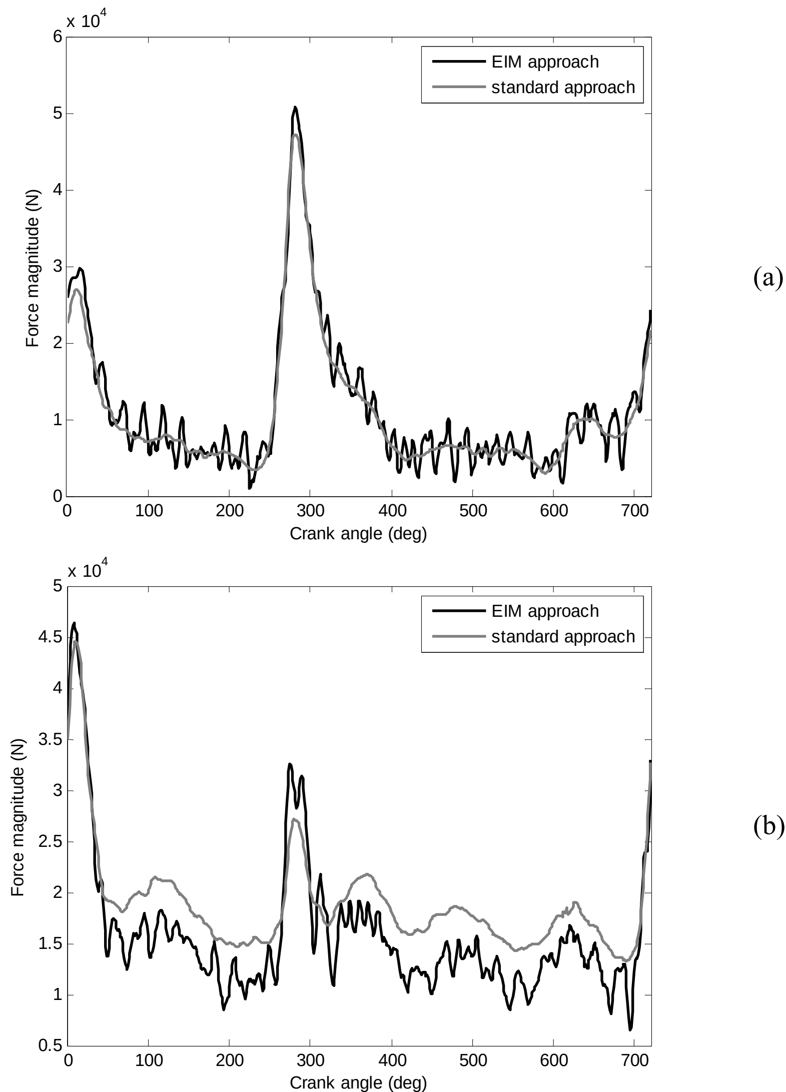


Figure 4. Forces on main bearing journals: (a) clutch side and (b) flywheel side.

of such model have been discussed, which require the adoption of a refined modelling approach. In particular, the inclusion of a flexible model of the crankshaft has been reviewed in this paper, with an emphasis on the model reduction methodology: a procedure based on EIM values has been employed to select the normal mode set used to construct a CB reduced representation of the component, leading to an improved load prediction and optimal simulation times.

Further developments involve the integration of bearing models into the multibody system, and the implementation of flexible models for the connecting rods and, mainly, for the engine block: in this case the described model reduction and modal selection procedures might lead to significant benefits in terms of result accuracy versus computational cost. Nonlinear dynamic simulations of the resulting model will definitely allow a more accurate constraint reaction prediction, which will constitute the basis for the subsequent stress evaluation and design optimization process.

Acknowledgements

The research has been performed in the framework of the FIRB project N. RBIP068WAA titled "Definition of an integrated platform for the design of engine components of motorvehicles characterized by a low weight/power ratio and reduced environmental impact, by means of novel modelling methods and by carrying out research on innovative materials and process technologies, also transferable to other vehicle components". The support of the Italian Ministry of Education, University and Research is gratefully acknowledged.

REFERENCES

[1] Du, H.Y.I., 1999. "Simulation of flexible rotating crankshaft with flexible engine block and hydrodynamic bearings for a V6 engine". *SAE 1999-01-1752*.

[2] Mayer, L., Zeischka, J., Scherens, M., and Maessen, F., 1995. "Analysis of flexible rotating crankshaft with flexible engine block using MSC/NASTRAN and DADS". In Proceedings of 1995 MSC World User's Conference, University City, CA, pp. 1–15.

[3] Ma, Z.-D., and Perkins, N.C., 2003. "An efficient multibody dynamics model for internal combustion engine systems". *Multibody System Dynamics*, **10**(4), November, pp. 363–391.

[4] Mourelatos, Z.P., 2001. "A crankshaft system model for structural dynamic analysis of internal combustion engines". *Computers & Structures*, **79**(20-21), August, pp. 2009–2027.

[5] Shabana, A.A., 2005. *Dynamics of multibody systems*, 3*rd* ed., Cambridge University Press, New York.

[6] Craig, R.R., and Bampton, M.C.C., 1968. "Coupling of substructures for dynamic analyses". *AIAA Journal*, **6**(7), July, pp. 1313–1319.

[7] MacNeal, R.H., 1971. "A hybrid method of component mode synthesis". *Computers & Structures*, **1**(4), December, pp. 581–601.

[8] Rubin, S., 1975. "Improved component-mode representation for structural dynamic analysis". AIAA Journal, **13**(8), August, pp. 995–1006.

[9] Craig, R.R., 2000. "Coupling of substructures for dynamic analysis: an overview". In Proceedings of 41st AIAA/ASMA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Material Conference, Atlanta, AIAA-2000-1573.

[10] Spanos, J.T., and Tsuha, W.S., 1991. "Selection of component modes for flexible multibody simulation". *AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, **14**(2), March-April, pp. 278–286.

[11] Kammer, D.C., and Triller, M.J., 1994. "Ranking the dynamic importance of fixed interface modes using a generalization of effective mass". *International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, **9**(2), April, pp. 77–98.

[12] Kammer, D.C., and Triller, M.J., 1996. "Selection of component modes for Craig-Bampton substructure representations". *ASME Journal of Vibration and Acoustics*, **118**(2), April, pp. 264–270.

[13] Bocchi, G., 1987. *Motori a quattro tempi*, Hoepli, Milano (in Italian).

PRELIMINARY INVESTIGATION ON CREEP-FATIGUE REGIME IN EXTRUSION DIES

Barbara Reggiani
Department of Mechanical and Aeronautical Engineering,
University of Bologna, Italy
E-mail: barbara.reggiani@mail.ing.unibo.it

Lorenzo Donati
Department of Mechanical and Aeronautical Engineering,
University of Bologna, Italy
E-mail: l.donati@unibo.it

Jie Zhou
Department of Materials Science and Engineering,
2Delft University of Technology, Delft, The Netherlands
E-mail: dzhou@tudelft.nl

Luca Tomesani
Department of Mechanical and Aeronautical Engineering,
University of Bologna, Italy
E-mail: luca.tomesani@unibo.it

Abstract. *Aim of this work was to investigate the effect of process parameters on the creep-fatigue behaviour of a hot-work tool steel for aluminium extrusion die. To this aim, a technological test in which the specimen geometry resembled the mandrel of a hollow extrusion die was developed. Tests were performed on a Gleeble thermomechanical simulator by heating up the specimen using joule's effect and by applying cyclic loading up to 6.30 h or till specimen failure. During the tests performed at 380°C, 490°C, 540°C and 580°C and under the average stresses of 400, 600 and 800 MPa the displacements of the mandrel were determined. A dwell time of 3 min was introduced in the fatigue cycle to simulate the time required to extrude a single billet and to understand the creep behaviour. The results proved the capability of the test to physically simulate the loading conditions acting on hollow dies during extrusion and revealed the main mechanisms of creep-fatigue interaction.*

Keywords: *creep, fatigue, creep-fatigue interaction; AISI H11 tool steel; extrusion die.*

1. INTRODUCTION

Die is subjected to severe and complex state of stress during aluminium hot extrusion. The load is produced by the ram that forces aluminium to flow through the die at a temperature in a range of 400°C – 580°C. Loading and unloading cycles correspond to repetitive ram strokes at a frequency of 1 to 5 billets every 10 min [1]. Depending on the batch size and

die lifetime, up to hundred billets may be consecutively extruded, thus placing the die in the typical low-cycle fatigue regime. The amplitude of the mechanical load on the die is large, varying from zero to a peak value at the beginning of each ram stroke. When a thermal balance of the press is attained after a small number of ram strokes, the die temperature remains fairly stable [2]. Thus, for simplification purpose, the thermal oscillations of the die may be neglected. In addition, the total loading/unloading time for the whole batch and the temperature that the die is exposed to are high enough to consider the creep behaviour of the die, particularly for hollow dies. In a hollow die, thin bridges supporting the mandrel, i.e. the part of the die defining the internal shape of the profile, are the most stressed and vulnerable in the die assembly, as these are exposed to the highest process temperature and stress. Hence, the combination of dynamic, heavy loading and high temperature sets a hostile working condition for the mandrel. Premature failure may occur after a certain number of loading/unloading cycles as a result of creep-fatigue interaction.

A number of investigations have been carried out to analyze the creep-fatigue regime [3-5]. In parallel to experimental investigations, numerical simulations through finite element (FE) calculations have been performed to predict the levels of stress and strain as well as the lifetime of the tools during the extrusion process [6-9]. The common effort of these studies was to the optimization of the mechanical performances of tools, related both to design and material. However, on one side, the experimental investigation were mainly based on standard specimen, thus not accounting for the real stress and strain gradient and distribution and superficial roughness present in industrial extrusion dies. On the other side, complex analytical models have been proved to be required in order to correctly describe most of the experimentally observed effects under monotonic or cyclic loadings. Indeed, these models are nowadays only partially available within the main commercial FE codes.

The new technologies developed for aluminium extrusion aim to minimize the tool system-material flow interference and optimize the mechanical performance of the die that is related both to design and tool steel. The design step requires methods capable of fast analysis in order to verify the possible solutions found and, in this direction, FE codes are powerful instrument for this type of analysis. Specific models for die lifetime prediction are needed in order to obtain an accurate FEM analysis, and have to be validated with experimental tests. In addition, die maker are interested to evaluate for example modified steel compositions, or different heat treatment cycles for lifetime improvement in typical loading conditions to which the die is subjected during and extrusion process.

Aim of this paper is to present an innovative test in which the specimens were designed with a shape close to that of the die bridges and tested using a thermomechanical simulator (Gleeble). The test is therefore able to replicate the creep-fatigue loading scheme typical of an extrusion die and to estimate the level of the achieved deformation, but accounting for realistic stress and strain distributions and superficial roughness. The test has also the potentiality to quantify the efficiency of different tool steel chemical composition or of the heat treatment parameters in term of die life expectations. The experimental campaign consisted of different temperatures and stress levels, allowing the analysis of the correlation between the die deformation and the process parameters in the creep-fatigue regime.

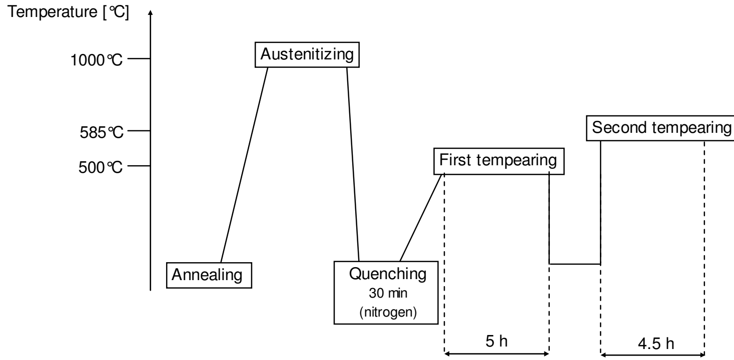


Figure 1. Heat treatment applied to the AISI H11 steel.

Table 1. Chemical composition of the AISI H11 steel used in the present study (in wt. %).

C	Si	Mn	P	S	Al	Cr	Mo	Ni	Cu	V
0.380	1.060	0.450	0.016	0.002	0.005	4.960	1.210	0.220	0.070	0.310

2. MATERIALS AND METHOD

The hot-work tool steel AISI H11 (X37CrMoV5-1) with a tempered martensitic structure was investigated in this work. Its chemical composition is presented in Tab. (1).

In order to define the final specimen geometry and the testing conditions, the step procedure in Fig. (2) was used. Two porthole dies with different bridges shape were included in the 3D simulation of the extrusion process performed by means of DEFORM 3D ™, as shown in Fig. (3). Setting the appropriate initial process parameters, the output of these simulations were the pressure and the force components acting on the dies as exerted by the deforming billet.

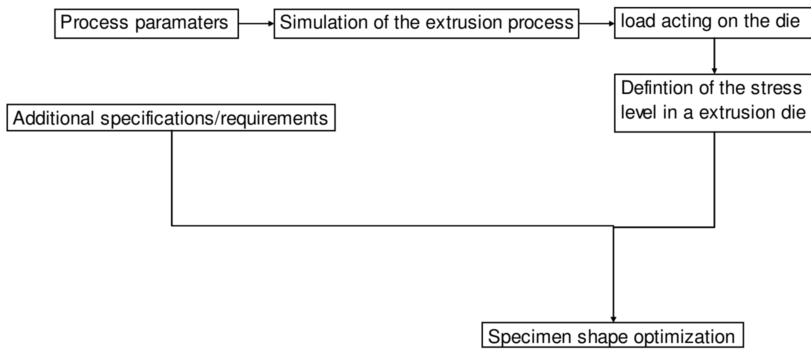


Figure 2. Step procedure used to define the specimen design.

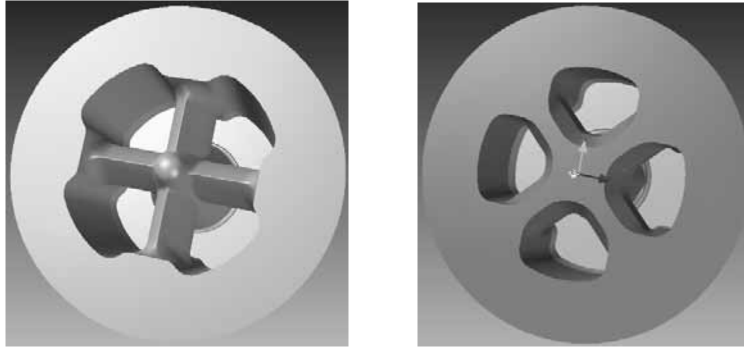


Figure 3. Geometry of the dies used in the 3D simulation of the extrusion process.

These information were transferred to an FE code purposely dedicated to structural analyses in order to provide a more accurate and reliable assessment of the stress level of the dies. Av average number of 600000 10-noded tetrahedral solid elements were used for the two die geometries and a linear elastic material model was assumed (E= 210000 MPa, ν=0.3). The FE models were constrained according to the setting of the die in a real process. A macro has been purposely wrote to transfer the load form DEFORM 3D to the structural code. In Fig. (4) is shown the average Von Mises stresses in the bridges sections. The average Von Mises stress was computed in a number of spatial intervals in which the cross-section of the bridge for the two dies has been divided, as shown in Fig. (4).

As can be observed in Fig. (4), the Von Mises stress in the bridges was in the range of 400MPa to 800MPa. Thus, three levels of stress were chosen to test the specimens with the Gleeble system: 400, 600 and 800 MPa. In order to investigate the widest range of temperatures achievable in any kind of extrusion processes, four levels of temperatures were tested: 380°C that represents the extrusion of very soft alloys, 490°C and 540°C that is the typical temperature range for processing medium-high strength aluminium alloys, and 580°C (very near to the second tempering temperature) that usually represent the maximum temperature achievable on the surface of an extruded profile.

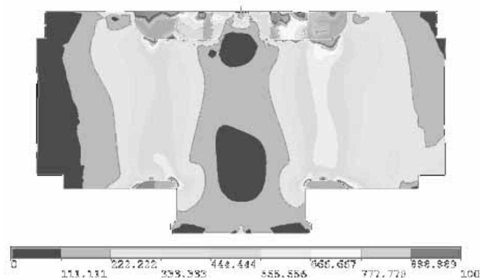
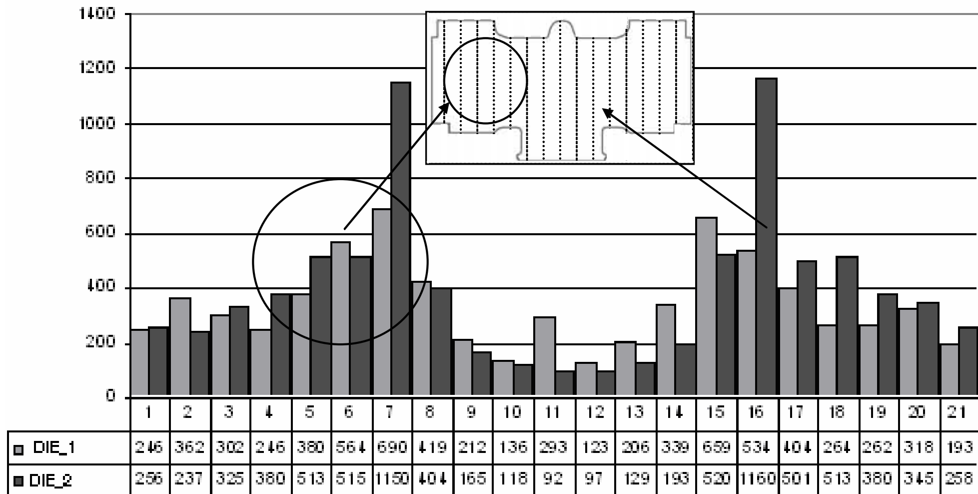


Figure 3. Average Von Mises stress (MPa) in one of the two analyzed dies.



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
DIE_1	246	362	302	246	380	564	690	419	212	136	293	123	206	339	659	534	404	264	262	318	193
DIE_2	256	237	325	380	513	515	1150	404	165	118	92	97	129	193	520	1160	501	513	380	345	258

Figure 4. Average Von Mises stress comparison between the two dies.

A number of specifications/requirements were taken into account in order to define the final specimen design. A double fixed end beam loaded in the middle was used as the basic scheme to reproduce the loading conditions acting on the mandrel as well as the same stress distribution, as shown in Fig. (5).

FE analysis of the tool-specimen contact and specimen deformation was performed to optimize the specimen geometry and dimensions and to select the load intensities in order to achieve specific average values of stress on the specimen legs (400, 600 and 800 MPa). Additional requirements were due to the thermo-mechanical simulator Gleeble. In particular, the peak force/load in compression had not to exceed 80 kN and the force measurement accuracy was +/- 1% of full scale (+/- 0,8 kN). Moreover, the specimen had to be workable by means of the same working scheme of industrial dies in order to replicate the same roughness and surface characteristics. Several shapes were investigated. In Fig. (6) are reported some examples.

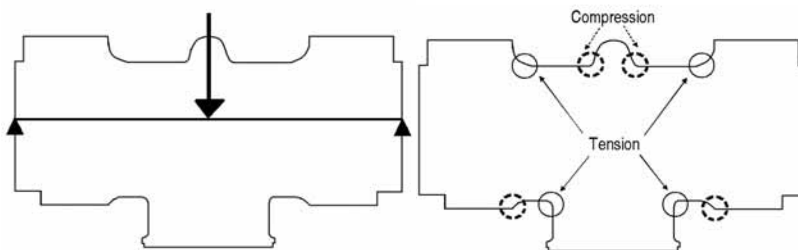


Figure 5. Loading and stress distribution scheme in a cross-section of a porthole die.

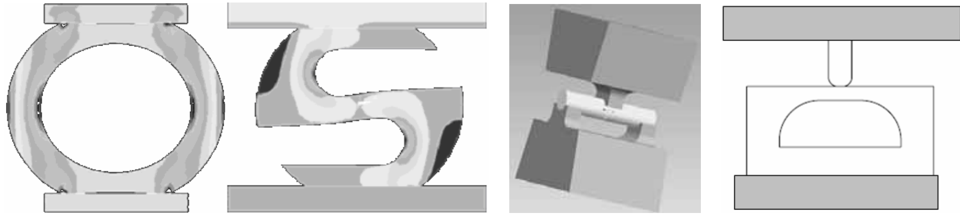


Figure 5. Examples of the investigated specimen shapes.

The final shape of the specimen, showed in Fig. (6), met the most severe constrains and requirements. The specimen replicated the geometry of the die mandrel on a smaller scale, this contained a core support and two bridges. This geometry included all the characteristic elements of a hollow die, including fillet radius, the height and width of the bridges. This shape permitted to perform the tests by means of two flat tools made of AISI H-13 steel with an hardness of 55 HRC, easily workable and not damageable.

Figure 7 shows an average stress of 400 MPa at the specimen legs reached under a particular loading condition.

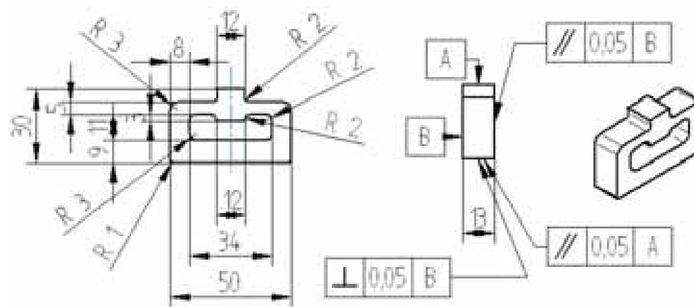


Figure 6. Geometry and dimensions of the specimen.

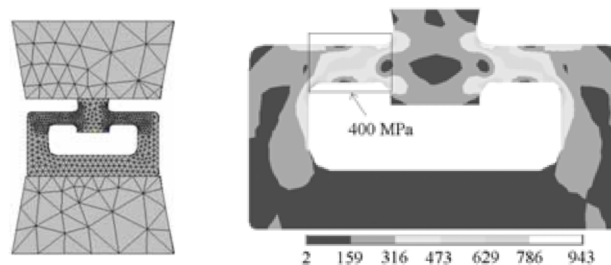


Figure 7. (left) FE model of the tool-specimen contact and (right) Von Mises stress distribution in the specimen (400 MPa being the average value of the stress in the bridge of the specimen).

During the test, a fully compressive cyclic load was applied to the specimen mandrel and transferred to the bridges, resulting in mostly shear stresses. In order to replicate the loading conditions that occur to the die during the extrusion process, a dwell time (DT) of 3 min was included in the stress-controlled fatigue loops. The time-history of mechanical waveforms and thermal load is schematically shown in Fig. (8).

The first 600 s were given to allow the specimen to reach the temperature set, while thermal expansion of the specimen occurred. A minimum compressive load of 2 kN was maintained during the test in order to keep the specimen on hold between the tools. The tools were made of the same steel as the specimen and had a hardness value of 55 HRC. The four levels of temperatures (380, 490, 540 and 580 °C) and three levels of stress (400, 600 and 800 MPa which were the average values of the Von Mises stress at the bridge area of the specimen) chosen were applied to cover the thermo-mechanical conditions that the mandrel of a hollow die may encounter in extrusion practice.

As previously reported, a servo-hydraulic thermo-mechanical simulator, Gleeble-1500D, showed in Fig. (9), was used for the tests. The specimen was heated up using the Joule's effect, with a close-loop feedback signal enabling precise control of the heat input throughout the test. Two thermocouples were spot-welded on the surface of the specimen, one for regulating heating in order to maintain the preset temperature during the test and another for additional monitoring. The displacements of the tools were registered throughout the test. All the tests were terminated after 6.30 h, corresponding to 106 loading cycles, unless the specimen broke prematurely. After unloading and cooling down to room temperature, the final height of the specimen was measured to obtain the data of its final permanent deformation.

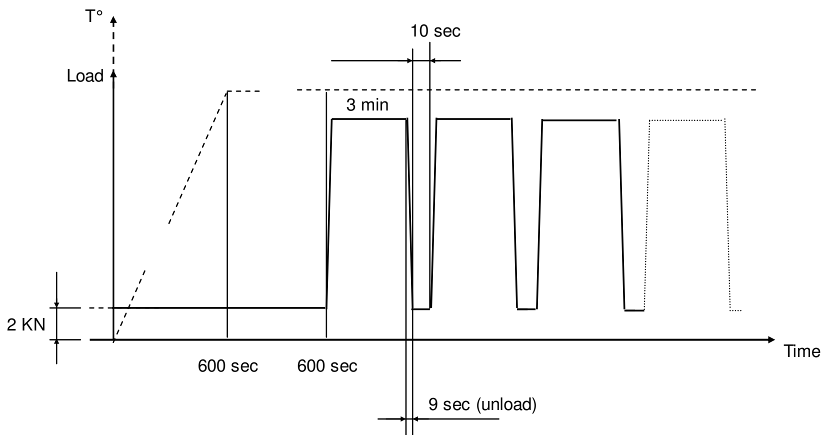


Figure 8. Mechanical waveforms and thermal load as a function of time.

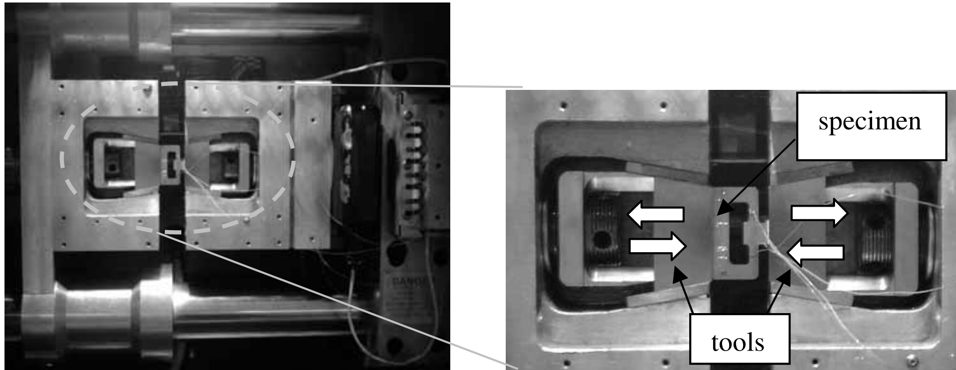


Figure 9. Specimen placed in the Gleeble 1500D thermo-mechanical simulator.

To ascertain the thermal stability of the specimen during the test and determine the temperature distribution, two additional tests were performed during which the temperatures at 15 points distributed all over the specimen surfaces were monitored.

The thermo-physical properties of the AISI H11 tool steel as a function of temperature are reported in [10]. Accurate determination of displacement during the test was considered very important. As the displacement transducer is located at the end of the loading system of the Gleeble machine, the measurement is the sum of various contributions including those from the specimen, the hydraulic loading system, anvils, etc. In order to quantify the yielding of the Gleeble system, a block of material, assumed to be rigid, was placed between the tools. The displacement under the static compressive loads corresponding to 400, 600 and 800 MPa in the bridges of the specimen was taken as that of the Gleeble system.

3. RESULTS AND DISCUSSION

The insertion of one or two copper plates between the tool and specimen was found to be a workable solution to the stabilization of the specimen temperature during the test. Figure 10a and 10c show the temperature distribution at the 15 measurement points on the specimen (Fig. 10a). The evolutions of these temperatures over a period of time are presented in Fig. 10b which clearly shows the stability of the temperatures after 600 s. The differences in temperature between the two sides of the specimen at the mirror points (2-12, 1-11 and 3-13) were noticed. The maximum difference was 33°C between points 2 and 12. This was attributed mainly to the imperfect contact at the specimen-copper plates-tool interfaces. The temperature non-uniformity was thought to be acceptable, considering the accuracy of the thermocouple measurements (± 6°C).

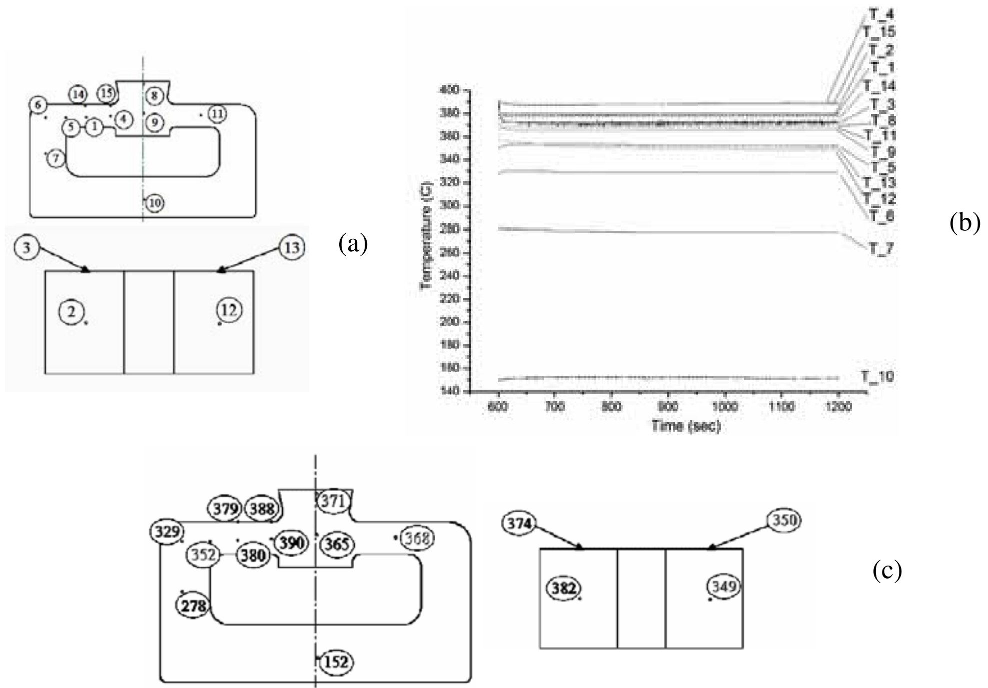


Figure 10. (a) Positions of the 15 measurement points on the specimen to check the temperature distribution, (b) evolution of the temperatures over time and (c) temperature distribution on the specimen at a set temperature of 380°C.

In Tab. (2), the results of the creep-fatigue tests performed are shown in the form of the time-displacement diagram. In Fig. (11) is reported a magnification of an output diagram. For all the testing conditions, the x and y-axes in Tab. (2) have the same full scale (x=25000 sec, y= -1.8 mm), except for the tests 540°C-800 MPa (x=-4.5 mm, y=7000 sec), 580°C-400MPa (x=-5 mm, y=20000 sec) and 580°C-800MPa (x=-5 mm, y=1500 sec). These measurements had an uncertainty of ±0.05 mm.

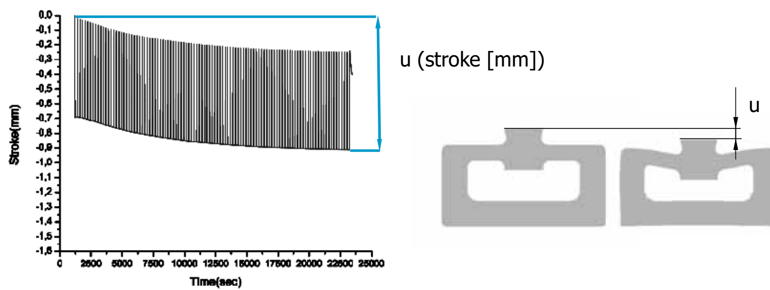


Figure 11. Explanation of the displacement values reported in Tab. (2).

The tests at 800 MPa and 540°C and those at 580°C were ended after 1.8 h and 0.5 h, respectively, due to the specimens failure. In Tab. (3), the values of the final permanent deformation of the specimens after 106 loading cycles and cooling, measured by means of a caliper, are reported.

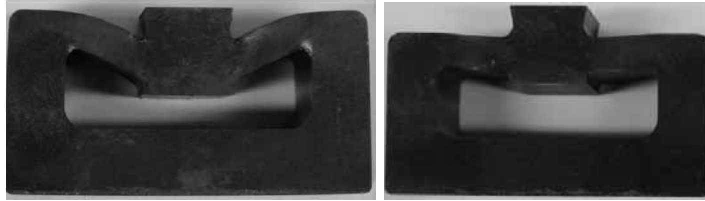


Figure 12. Specimen permanent deformation at the end of test.

Table 2. Experimental results obtained from the creep-fatigue tests at each of the temperatures and stresses (σ_{AVM}) in the form of the time (seconds-x axis)-stroke (mm–y axis) diagram. The diagrams have the same scale except those of the tests at (i) 490°C and 800 MPa, (ii) 540°C and 800 MPa, (iii) 580°C and 600 MPa and (iv) 580°C and 800 MPa.

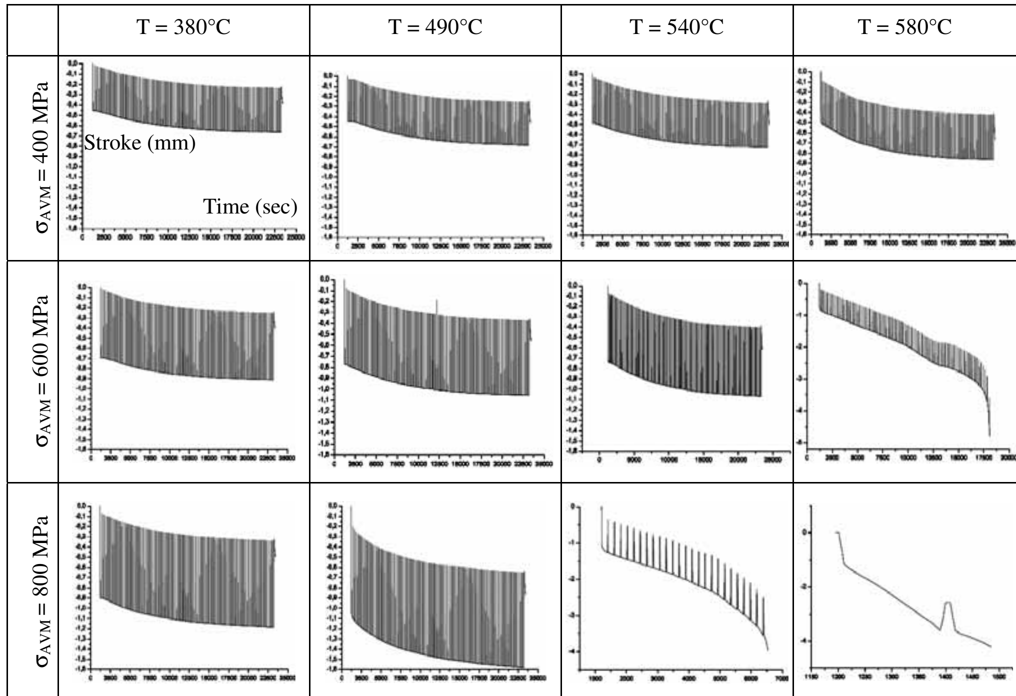


Table 3. Final permanent deformation of the specimens after unloading and at room temperature

	T= 380°C	T= 490°C	T= 540°C	T= 580°C
400 MPa	0.01	0.01	0.06	0.13
600 MPa	0.04	0.02	0.11	fracture (83rd cycle)
800 MPa	0.06	0.34	Fracture (25th cycle)	fracture(1st cycle)

Table 4. Displacements due to the Gleeble system yielding (mm)

	400 MPa	600 MPa	800 MPa
1 copper plate	-0.370	-0.560	-0.705
2 copper plate	-0.380	-0.570	-0.720

The yielding of the Gleeble system under the static compressive loads of 400, 600 and 800 MPa in the bridges of the specimen is reported in Tab. (4). It is indeed reasonable to assume a constant yielding of the system over the test duration, even when the deformation of the copper plates is taken into consideration. (Note the small thickness of the copper plates, equal to 0.5 mm, relative to the whole system.)

The displacements of the specimens at the first, tenth, sixtieth and hundredth cycle, after the effect of the Gleeble machine yielding has been accounted for, are reported in Tab. (5). The displacements during the dwell time (in the middle and at the end of the dwell time, i.e. 1.5DT and 3.0DT, respectively) are also reported in Tab. (5) to show the creep behaviour, as shown in Fig. (13). The displacement in the last row of Tab. (5) was registered at the last cycle (the 106th) with the load applied and at the corresponding temperature.

From Tab. (2) and (5), a progressive increment of the displacement rate from the first to the last cycle was observed. The increment became greater as the level of stress increased (e.g. from 0.702 mm to 0.977 mm at 380°) and as the temperature rose (e.g. from 0.702 mm to 1.260 mm at 400 MPa).

Table 5. Displacement of the specimen due to deformation during the creep-fatigue tests

	380°C			490°C			540°C			580°C		
cycle	400	600	800	400	600	800	400	600	800	400	600	800
1st (u_1)	-0.080	-0.125	-0.166	-0.063	-0.188	-0.283	-0.095	-0.136	-0.300	-0.105	-0.168	-0.407
1.5DT	-0.082	-0.129	-0.180	-0.070	-0.205	-0.362	-0.109	-0.169	-0.483	-0.140	-0.263	-1.593
3.0DT	-0.080	-0.125	-0.174	-0.067	-0.202	-0.374	-0.108	-0.170	-0.538	-0.146	-0.290	-2.894
10st	-0.113	-0.156	-0.224	-0.094	-0.246	-0.480	-0.137	-0.211	-0.986	-0.205	-0.497	
1.5DT	-0.121	-0.170	-0.239	-0.104	-0.267	-0.508	-0.153	-0.232	-1.045	-0.223	-0.536	
3.0DT	-0.121	-0.170	-0.235	-0.103	-0.268	-0.507	-0.155	-0.232	-1.072	-0.226	-0.547	
60st	-0.256	-0.308	-0.407	-0.257	-0.437	-0.763	-0.301	-0.434		-0.434	-1.880	
1.5DT	-0.257	-0.310	-0.408	-0.258	-0.438	-0.767	-0.302	-0.437		-0.437	-1.899	
3.0DT	-0.259	-0.310	-0.409	-0.259	-0.439	-0.765	-0.302	-0.436		-0.435	-1.906	
100st	-0.292	-0.347	-0.459	-0.298	-0.483	-0.843	-0.338	-0.489		-0.482		
1.5DT	-0.291	-0.349	-0.461	-0.299	-0.486	-0.855	-0.343	-0.493		-0.492		
3.0DT	-0.288	-0.347	-0.458	-0.296	-0.482	-0.852	-0.339	-0.487		-0.489		
Displacement*	-0.291	-0.346	-0.459	-0.299	-0.480	-0.843	-0.336	-0.489		-0.483		
*% e***	0.702	0.737	0.977	0.786	0.973	1.868	0.805	1.179	2.575	1.260	5.793	8.290

* measured with the load applied and at the corresponding temperature
** deformation in percentage calculated as the ratio of (u_f-u_1) to the specimen height (30 mm)

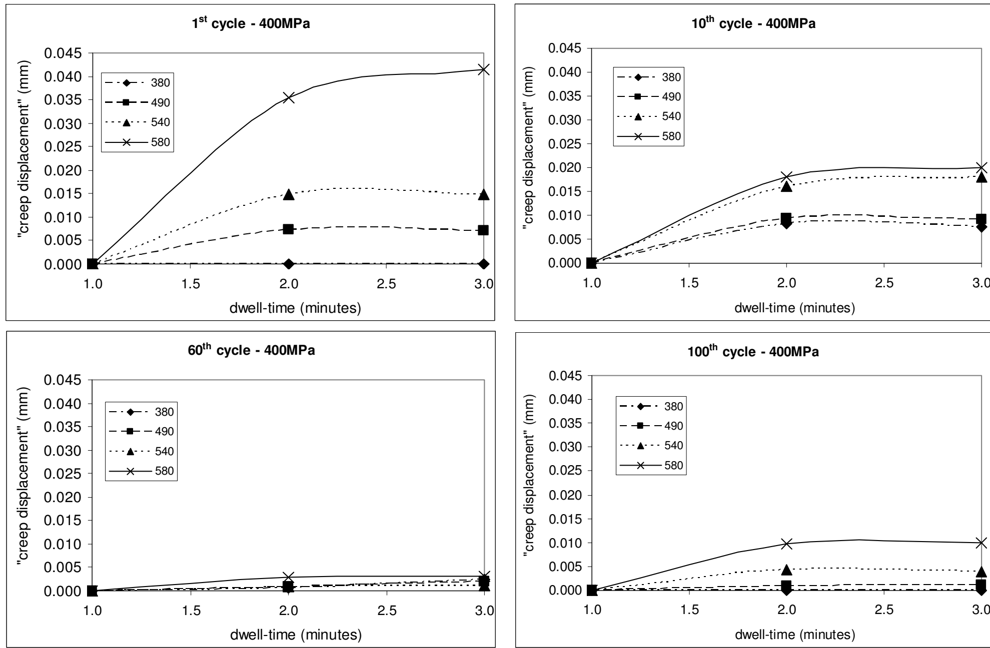


Figure 13. Displacements occurring during the dwell-time with a stress of 400 MPa released, at the four temperatures and at (a) first, (b) tenth, (c) sixtieth and (d) hundredth cycle

Velay, Bernhart et al. investigated the cyclic behavior of tempered martensitic hot-work tool steels with particular reference to the AISI H11 tool steel [10-12]. Cyclic softening of the material was observed, which could be divided into three stages: an initial strong softening followed by a slow steady softening that took the major part of the material life, and finally a drastic softening driven by crack propagation. In the present research, the first two stages of the cyclic softening were captured during almost all of the tests performed, as reported in Tab. (3) in which a change in the slope of the time-displacement history occurred. This behavior became more remarked at a higher level of stress and/or at a higher temperature (i.e., 800 MPa and 490°C, or 400 MPa and 580°C). Indeed, the rate of stress softening increased as the test temperature and stress intensity increased. The second and third stages of the cyclic softening were detected at the most critical test conditions of both parameters (600MPa/580°C, 800MPa/540°C, 800MPa/580°C) that lead to a premature failure of the specimens.

As can be seen in Fig. (13), the presence of a dwell-time of 3 min introduced a time-dependent effect on the specimen deformation. Such a time-dependent effect (material viscosity) produced an increased displacement, which could be explained by the additional inelastic strain, as described in [8]. Indeed, the viscoplastic strain had the time to develop, resulting in an enlarging hysteresis loop. The path of the displacement over the dwell time suggested that a primary as well as a secondary creep phase took place during this time. Moreover, the stabilization of the creep displacement during the dwell time from the first to

the sixtieth cycle, as shown in Fig. (13), confirmed the presence of slow steady stage of the softening.

4. CONCLUSIONS

Previous research has shown that creep plays a fundamental role in resulting in deformation even during short cycles. Thus, hot-work steels used for extrusion tools should be evaluated with respect not only to their hot strength but also to their time-dependant creep strength. The latter is also of importance in the creep-fatigue interaction regime. With this in mind, the present research was performed to investigate the performance of a hot-work tool steel H11 under the normal working conditions as applied to hollow extrusion dies in industrial practice. The purposely designed specimens were tested under creep-fatigue loading, e.g. low-cycle fatigue with a dwell-time at different levels of stress and at different temperatures. The resulting evolution of the displacements indicated a mixed time- and cycle-dependant damage mechanism; at a high temperature, the cycling loading led to the softening of the material which was accelerated by the superimposed creep.

The results of the present research confirmed the capabilities of the testing method to evaluate the effects of both the design (stress) and process (temperature) parameters in extrusion on the deformation and lifetime of the mandrel in the hollow die. The geometry of the specimen designed on the basis of FE analysis allowed the dedicated analysis of the regions affected by creep and fatigue. This made the test a powerful tool for the die designer.

REFERENCES

[1] Donati, L., Tomesani, L., 2005. "The effect of die design on the production and seam weld quality of extruded aluminium profiles", *Journal of Material Processing and Technology* **164-165**, pp. 1025-1031.

[2] Assaad, W. A., Geijselaers, H.J.M., Huetink, J., 2008. "3-D Numerical Simulation of Direct Aluminum Extrusion and Die Deformation". In the Proceeding of ET '08, May 13 - 16 Gaylord Palms Orlando, Florida USA.

[3] Sabour, M.H., Bhat, R.B., 2008: "Lifetime prediction in creep-fatigue environment". *Materials Science-Poland*, **26**(3).

[4] Rubesa, Domagoj. Lifetime prediction and constitutive modelling for creep-fatigue interaction, 1996. *Materialkundlich-Technische Reihe*, Band 13 ISBN 978-3-443-23015-9.

[5] Oudin, A., Lamesle, P., Penazzi, L., Le Roux, S., Rézaï-Aria, F., 2002. "Thermomechanical fatigue behaviour and life assessment of hot work tool steels" *European Structural Integrity Society* **29**, pp.195-201.

[6] Sommitsch, C., Sievert, R., 2007. "Modelling of creep-fatigue in containers during aluminium and copper extrusion". *Computational Materials Science* **39**. pp. 55-64.

[7] Donati, L., Tomesani, L., Schikorra, M., 2008. "Extrusion Workshop and 2nd Extrusion Benchmark in Bologna". *Light Metal Age* **66** (1), pp. 40 – 44.

[8] Xianghong, W., Guoqun, Z., Yiguo, L., Xinwu, M., 2006. "Numerical simulation and die structure optimization of an aluminium rectangular hollow pipe extrusion process". *Materials Science and Engineering A* **435–436**, pp. 266–274.

[9] Zhou, J., Li, L., Duszczyk, J., 2004. “Computer simulated and experimentally verified isothermal extrusion of 7075 aluminium through continuous ram speed variation”. *J. Mater. Proc. Technol.* **146**, 203-212.

[10] Ahmer, Z., Velay, V., Bernhart, G., Rezai-Aria, F., 2008. “Cyclic behaviour simulation of X38CRMOV5-47HRC (AISI H11)-tempered martensitic hot-work tool steel“, Int. J. Microstruct. Mater. Prop. 3, 326-335.

[11] Zhang, Z., Delagnes, D., Bernhart, G., 2002. ”Anisothermal cyclic plasticity modelling of martensitic steels”. International Journal of Fatigue 24, pp. 635-648.

[12] Velay, V., Bernhart, G., Delagnes, D., Penazzi, L., 2005. “A continuum damage model applied to high-temperature fatigue lifetime predicition of a martensitic tool steel”. Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. 28, pp. 1009-1023.

FATICA OLIGOCICLICA SU CAPPE E ROTORI DI TURBOALTERNATORI

Giorgio Olmi
Dip. di Ingegneria delle Costruzioni Meccaniche, Nucleari, Aeronautiche e di Metallurgia, Università degli Studi di Bologna, Italia
E-mail: giorgio.olmi@unibo.it

Alessandro Freddi
Dip. di Ingegneria delle Costruzioni Meccaniche, Nucleari, Aeronautiche e di Metallurgia, Università degli Studi di Bologna, Italia
E-mail: alessandro.freddi@unibo.it

***Abstract**. Dopo un'introduzione sulle principali caratteristiche delle cappe e dei rotori, sui materiali, sul ciclo di carico affaticante, viene illustrata la pianificazione sperimentale, per caratterizzare a fini progettuali due diversi tipi di acciai, tenendo conto anche della loro anisotropia. Particolare cura è dedicata al progetto concettuale e alla costruzione dell'attrezzatura di carico, appositamente studiata per ridurre al minimo i disassamenti dei provini nelle prove a trazione e compressione. La campagna sperimentale è stata divisa in due fasi. Nella prima ci si è accertati dell'effettiva corrispondenza dell'attrezzatura ai requisiti: per via estensimetrica si sono rilevate le entità dei disassamenti (dell'ordine del centesimo di mm) ed il rapporto fra contributi deformativi flessionali e dovuti a trazione e compressione (5-7%). Nella seconda si è intrapresa la caratterizzazione dei materiali del rotore e della cappa (direzione tangenziale di formatura), determinando le curve statica e ciclica e la curva di fatica in condizioni di ampiezza di deformazione imposta.*

***Keywords**: fatica oligociclica, cappe, rotori, turboalternatori, attrezzatura di prova*

1. INTRODUZIONE

La cappa è uno dei componenti maggiormente sollecitati in un turbogeneratore. La sua principale funzione è quella di reagire alle forze centrifughe alle estremità del rotore, dovute alle ingenti masse dei conduttori di rame costituenti gli avvolgimenti, degli isolanti e di altri elementi strutturali. Il rotore presenta delle cave longitudinali, fra loro equispaziate, che accolgono gli avvolgimenti in rame. Questi ultimi, che sono centralmente mantenuti in posizione da cunei metallici, emergono sulla superficie del rotore alle estremità, per permettere la chiusura in circuiti chiusi delle matasse. In assenza della cappa questo materiale sarebbe proiettato verso l'esterno. Secondo il tipico protocollo di progetto e montaggio di una cappa per turbogeneratore, questo componente è accoppiato per interferenza al corpo rotore sul lato interno ed ad un anello di centraggio su quello esterno. L'attrito nell'accoppiamento è legato ad una pressione di contatto, che impedisce lo scorrimento tangenziale della cappa rispetto al corpo del rotore. E' inoltre bloccato assialmente mediante innesti a baionetta, che prendono il nome di "locking keys". Gli innesti, presenti ad ambo le estremità del corpo rotore reagiscono alle forti spinte assiali che si generano nelle condizioni di lavoro, completando il bloccaggio della cappa rispetto al

rotore.

La distribuzione tensionale sulla cappa è allora dovuta alle forze centrifughe, che si sviluppano durante la rotazione e che la cappa è chiamata a contenere, alle pressioni di contatto dovute al forzamento sul rotore e sugli anelli di centraggio, e alle forze assiali agenti in corrispondenza dei locking keys. Si può osservare come i primi due contributi diano origine ad una sollecitazione di fatica tipicamente oligociclica: le forze centrifughe sono nulle a macchina ferma ed assumono un valore costante alla velocità di regime (mantenuta fissata al valore nominale di 3000 rpm). Di conseguenza, all'avvio della macchina le tensioni nel corpo centrale della cappa sono incrementate, mentre le pressioni di contatto dovute all'interferenza sono attenuate. La spinta verso l'esterno ad opera delle bobine in rame e dei relativi elementi connessi tende cioè a sollecitare maggiormente la cappa nella sua parte centrale ed a fare diminuire l'interferenza alle estremità (che non si può mai annullare per garantire la sicurezza nell'accoppiamento) in corrispondenza del rotore e dell'anello di centraggio. La sollecitazione risulta oligociclica, dal momento che a regime i carichi sono statici, ma un ciclo viene percorso ad ogni transitorio di avviamento e spegnimento della machina. Questo aspetto sta lentamente cambiando l'approccio alla progettazione dei grandi turbogeneratori. Fino al decennio scorso infatti, tali macchine erano concepite per funzionare quasi in continuo, limitando gli arresti solo ad irrinunciabili opere di manutenzione programmata o ad eventuali guasti. Oggigiorno invece si tende a fare funzionare tali dispositivi in maniera discontinua, spesso attivandoli nelle fasce orarie e giornaliere di maggiore richiesta e spegnendoli al calo della stessa. Questo fa sì che in un anno si abbiano mediamente 200 transitori (circa uno ogni due giorni). Riportando questo valore alla vita di tali macchine, prevista intorno a 50 anni (oltre ai quali sopravvengono problemi di obsolescenza, che ne consigliano la sostituzione), si arriva alla ragguardevole cifra di 10.000 transitori. A questi vanno aggiunti quelli dovuti alla manutenzione ed alla revisione degli organi rotanti. Tale valore è ampiamente entro il campo di azione della fatica oligociclica.

Per quanto riguarda il terzo contributo prima citato, ossia quello degli sforzi generati dallo scaricamento dei carichi assiali sui locking keys, un'indagine accurata viene condotta in [1]. Si evidenzia qui come forti concentrazioni di tensione si vengano a creare in funzione della conformazione del locking key. Vengono a proposito presentate configurazioni alternative, che permettano di semplificare il processo produttivo e di limitare i picchi degli sforzi, migliorando quindi il comportamento meccanico della cappa. Le indagini sulla distribuzione degli sforzi sono effettuate tramite modellazione agli elementi finiti in campo statico.

Le principali proprietà che sono richieste ai materiali per cappe possono essere così riassunte: innanzitutto la cappa deve essere amagnetica, per ridurre il più possibile le perdite di efficienza, inoltre sono auspicabili elevati coefficienti di conducibilità elettrica e termica, per permettere lo smaltimento calorico e ridurre i rischi di surriscaldamento. Anche un alto coefficiente di dilatazione termica è raccomandato: in tale caso, essendo l'accoppiamento fra rotore e cappa eseguito a caldo, è possibile ridurre la temperatura nominale di esecuzione. Una minore temperatura ha l'importante vantaggio di contenere l'eventuale danneggiamento degli avvolgimenti di rame e degli isolanti nel riscaldamento. Dal punto di vista strettamente meccanico, le principali proprietà riguardano l'elevata resistenza statica (limite allo snervamento superiore a 1000 MPa), l'elevata resistenza dinamica e la buona tenacità a frattura [2].

Diversi studi si sono concentrati sull'influenza degli ambienti corrosivi nello sviluppo e nella propagazione di cricche sui turbogeneratori, con particolare riferimento a quelli

raffreddati ad idrogeno. In [3] viene osservato che l'azione combinata dell'idrogeno e dell'umidità può comportare il danneggiamento e l'infragilimento anche di materiali ad alta resistenza. Il comportamento a fatica di due materiali, 18Mn18Cr (detto comunemente 18-18, per il contenuto del 18% di Cromo e del 18% di Manganese) e 8Mn8Ni4Cr, viene confrontato su base sperimentale: la compagna condotta ha mostrato come il primo denoti una maggiore resistenza all'infragilimento di idrogeno e una più elevata resistenza a fatica. Se nel primo caso non si osserva inoltre frattura intergranulare, questa si riscontra invece nel secondo. Tali risultati appaiono confermati anche dalle sperimentazioni riportate in [4]: queste mostrano che l'acciaio 18Mn18Cr presenta un'elevata resistenza a corrosione con prestazioni migliori rispetto ad un altro acciaio idoneo ad applicazioni di questo tipo, il 18Mn5Cr. In particolare viene sottolineato come il primo acciaio denoti elevate resistenza a rottura e a snervamento, elevata tenacità a frattura e buone prestazioni a fatica.

In [4] si affronta anche il tema dell'anisotropia: il limite allo snervamento viene determinato per provini ricavati da billette incrudite a trazione. Sono due le orientazioni considerate: lungo la direzione longitudinale (direzione della tensione principale massima) e perpendicolarmente ad essa. I risultati mostrano come le prestazioni migliori si abbiano lungo la direzione longitudinale (limite statico incrementato anche del 20%) e come l'effetto di anisotropia diminuisca, oltre che per un minore incrudimento, anche passando dal materiale 18Mn5Cr al materiale 18Mn18Cr. Quanto riscontrato viene addebitato al più elevato tenore di azoto presente nel secondo materiale. Ulteriori sperimentazioni sono effettuate su provini ricavati da una cappa reale lungo le direzioni radiali e tangenziali. I risultati mostrano come, per effetto dell'anisotropia, i provini ricavati in direzione tangenziale presentino caratteristiche dinamiche migliori, con prestazioni migliorate anche del 10%. Ulteriori aspetti legati all'influsso dell'orientazione delle fibre sulla tenacità a frattura sono descritti in [5].

In [2] viene sottolineato che l'aggiunta di più dell'11% di Cromo porta ad un'elevata resistenza alla corrosione: di conseguenza le migliori caratteristiche del materiale 18Mn18Cr possono essere convenientemente spiegate con riferimento alla superiore concentrazione di tale elemento. In [4,6] si pone ancora in rilievo la positiva influenza dell'azoto, quale ulteriore elemento legante, non solo per limitare gli effetti di anisotropia. Un tenore di circa lo 0,5% comporta un più elevato limite allo snervamento, un'alta tenacità a frattura, elevate resistenze statica ed a fatica. L'azoto ha inoltre un'ulteriore funzione nel rendere la matrice austenitica più stabile [4,7].

A fronte delle proprietà riscontrate, il 18Mn18Cr è oggigiorno un materiale ampiamente utilizzato per le cappe, con numerosi esempi citati in [1,3-4,8-9]. Per quanto riguarda i rotori, si usano di solito acciai basso legati, anch'essi con buone proprietà di tenacità e resistenza statica e dinamica, ma inferiori rispetto a quelle degli acciai per cappe. In [10] è riportata l'analisi strutturale ed è descritta la sperimentazione di un volano per un rotore di un alternatore. Altri esempi di applicazioni su rotori sono riportati in [11-15]. In tutte queste applicazioni si fa riferimento all'acciaio 26 NiCrMoV14 5 (anche noto come 3.5NiCrMoV o ASTM A470), che soddisfa i principali requisiti per un'applicazione di questo tipo, per le sue buone proprietà statiche e dinamiche, di resistenza alla corrosione, di tenacità a frattura.

La progettazione di cappe e rotori per turboalternatori coinvolge chiaramente grosse problematiche di sicurezza: in [16-18] si riportano diversi esempi di incidenti occorsi per il cedimento principalmente della cappa. In tale eventualità si può verificare l'esplosione della cappa con conseguente incendio anche a seguito del sezionamento delle condotte del lubrificante con esiti molto seri.

I lavori presenti in letteratura riguardano prettamente le caratteristiche dei materiali, che sono spesso legate alle influenze dei singoli elementi leganti, ma risultano mancanti dei parametri che caratterizzano il comportamento a fatica oligociclica, quali i coefficienti di plasticità, di resistenza e di duttilità a fatica, gli indici di incrudimento e gli esponenti di fatica. Inoltre, le analisi strutturali e le stime sulla vita residua non sono solitamente affrontate con i modelli tipici della fatica a basso numero di cicli (modelli di Manson-Coffin, Brown-Miller, …), sebbene, come visto, la sollecitazione sia strettamente di questo tipo. Anche dal punto di vista dello studio dell'effetto dell'anisotropia, in [4] sono riportati risultati di prove statiche e a fatica. Tuttavia in quest'ultimo caso, le prove sono condotte a carico imposto, piuttosto che a deformazione imposta, come si conviene nelle applicazioni di fatica oligociclica.

A fronte di quanto osservato, la presente ricerca si propone di operare la caratterizzazione a fatica oligociclica dei due materiali di uso più comune per la realizzazione di cappe e rotori di turboalternatori, prendendo in considerazione e cercando di valutare anche l'aspetto dell'anisotropia. L'obiettivo è di ricavare i parametri fondamentali del comportamento a basso numero di cicli, che permettano, grazie al successivo perfezionamento e sviluppo di opportuni algoritmi numerico-simulativi, una previsione di vita per gli organi in oggetto in sede progettuale e di revisioni. Il presente lavoro riporta la prima di tale ricerca e si focalizza sul progetto dell'attrezzatura di prova più idonea, sulle prove di validazione di essa e sui risultati sperimentali.

2. MATERIALI E METODI

Per fissare i requisiti dell'opera di caratterizzazione, occorre puntualizzare le principali caratteristiche delle macchine elettriche cui si fa riferimento ed in particolare delle cappe e dei rotori ivi inseriti. Particolare attenzione deve essere rivolta alle caratteristiche dimensionali, oltre che ai materiali impiegati. Alle turbine a gas e vapore sono abitualmente accoppiati, mediante giunto flangiato, generatori trifase bipolari, in grado di erogare una potenza di 250 MW. Si tratta di macchine molto grandi con un ingombro medio di 5 m di lunghezza e di 1,5 m in altezza. Il rotore (Fig. (1)), posto in rotazione ad una velocità a regime pari a 3000 rpm (maggiorata del 20%, fino a 3600 rpm, in sede di collaudo), presenta un diametro di 1,2 m, con una lunghezza di 4,5 m. La Figura (1) mostra anche il dettaglio degli avvolgimenti in rame che emergono in superficie nella porzione terminale, per permettere la chiusura delle spire.

La cappa (Fig. (2), visibile anche in Fig. (1)) presenta uno spessore di 80 mm, una lunghezza di 880 mm ed una tipica forma ad anello. Ad un'estremità è realizzata un'opportuna dentatura, che, impegnandosi nella sede del rotore, evidenziata in Fig. (2), va a realizzare la locking key. La Figura (3) mostra infine il complessivo di accoppiamento fra rotore, cappa ed anello di centraggio ed uno schema del montaggio con evidenziazione delle zone maggiormente critiche. I materiali sono 26 NiCrMoV14 5 (3.5 NiCrMoV, ASTM A470) per il rotore e 18Mn18Cr per la cappa, che, come visto al paragrafo precedente, sono quelli con i maggiori esempi di impiego in simili applicazioni e con le migliori caratteristiche meccaniche. Le rispettive composizioni sono riportate in Tab. (1) secondo [3,8,10-11].

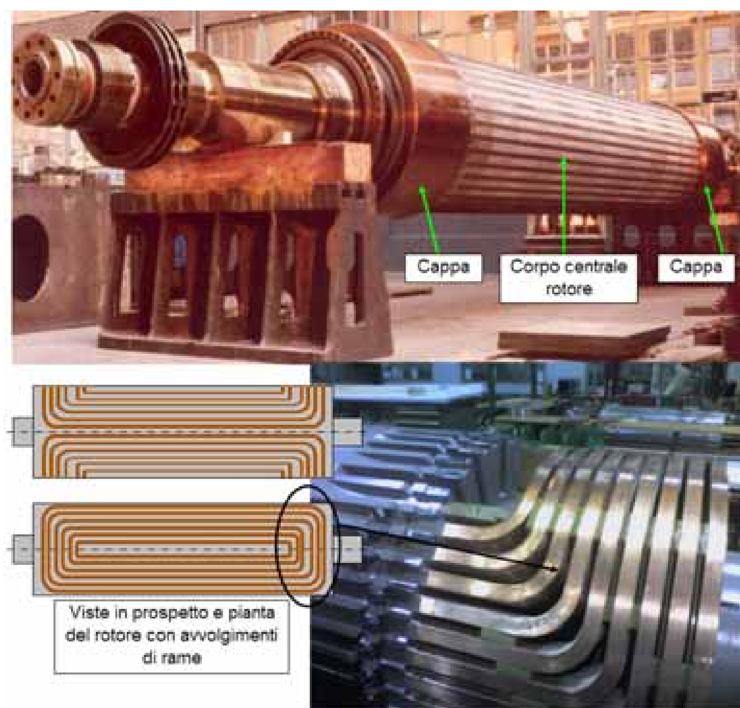


Figura 1. Il rotore e la disposizione degli avvolgimenti.

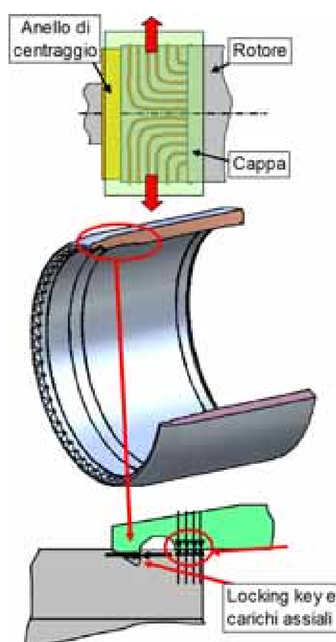


Figura 2. La cappa e le relative sollecitazioni.

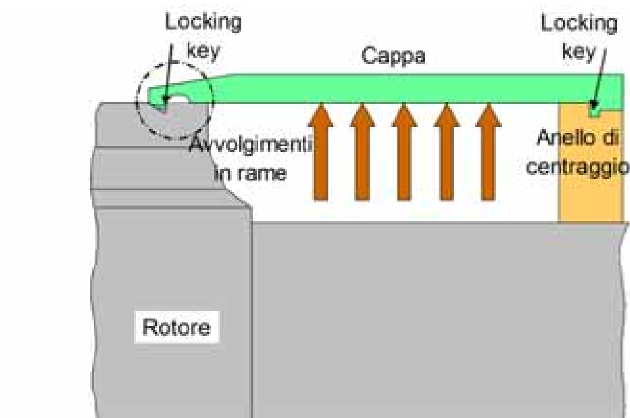


Figura 3. Complessivo del rotore, della cappa e dell'anello di centraggio.

La caratterizzazione sta venendo operata sui due materiali sopra citati. Nella fase di pianificazione della campagna sperimentale non si è voluto inoltre trascurare l'aspetto dell'anisotropia, già richiamato in [4]. Al fattore legato al materiale si è pertanto aggiunto il fattore relativo all'orientazione delle fibre. Si è quindi pervenuti al piano delle prove indicato in Tab. (2). Si tratta di un piano a due fattori, ciascuno valutato a due livelli. Nel caso dell'orientazione delle fibre si sono considerate le direzioni tangenziale e radiale, anche in accordo con [4]. La realizzazione dei provini ha richiesto la costruzione di una cappa e di un rotore, da porzioni dei quali essi potessero essere ricavati. Per la produzione di entrambi i componenti si è seguito il normale processo tecnologico.

Per quanto riguarda il rotore [10,19] il lingotto è stato ottenuto con due diverse colate. La decarburazione è stata attuata in un forno elettrico con somministrazione di ossigeno sotto vuoto (vacuum oxigen decarburization). Successivamente è stata operata la forgiatura in due diverse passate per garantire la richiusura delle soffiature al cuore del rotore stesso. Sono quindi seguiti i trattamenti termici di austenitizzazione ad 840°C, tempra in bagno di sale e rinvenimento a 600°C [20]. Controlli non distruttivi sono stati attuati mediante la tecnica ultrasonica. Infine, terminate le lavorazioni alle macchine utensili, un prolungamento del forgiato è stato asportato per la realizzazione dei provini nelle direzioni tangenziale e radiale.

Tabella 1. Composizione chimica degli acciai di rotore e cappa.

26NiCrMoV14 5 (rotore)	C [%]	Cr [%]	Ni [%]	Mo [%]	V [%]
	0,22÷0,32	1,2÷1,4	3,4÷4	0,25÷0,45	0,05÷0,15
	Mn [%]	Si [%]	P [%]	S [%]	N [%]
	0,15÷0,40	<0,30	<0,015	<0,018	---
18Mn18Cr (cappa)	C [%]	Cr [%]	Ni [%]	Mo [%]	V [%]
	≤0,13	17,5÷20	---	---	---
	Mn [%]	Si [%]	P [%]	S [%]	N [%]
	17,5÷20,0	≤0,60	0,033	0,001	0,73÷0,78

Tabella 2. Pianificazione sperimentale.

		Materiale	
		26NiCrMoV14 5 (rotore)	18Mn18Cr (cappa)
Direzione	tangenziale	40 provini	40 provini
	radiale	40 provini	40 provini

Per quanto concerne la cappa, anche in accordo con [4] si è operata inizialmente la colata in lingottiera, cui è seguita la decarburazione ad ossigeno sotto vuoto (vacuum oxigen decarburization). Successivamente il lingotto è stato rifuso in un forno ad arco elettrico sotto scoria elettrofusa (processo di electroslag remelting). E' quindi seguita la forgiatura a caldo (1100-1200°C) eseguita alla pressa, la lavorazione alle macchine utensili, l'esecuzione di controlli non distruttivi. E' stata quindi eseguita la tempra con mantenimento a 1040°C per otto ore e raffreddamento in acqua, cui sono seguiti l'espansione a freddo (wedge method) e il rinvenimento di distensione a 350°C con raffreddamento in aria [21]. Dopo l'esecuzione delle ultime lavorazioni sono stati asportati dei prolungamenti alle due estremità della cappa, dai quali sono stati poi ricavati i provini nelle direzioni tangenziali e radiale.

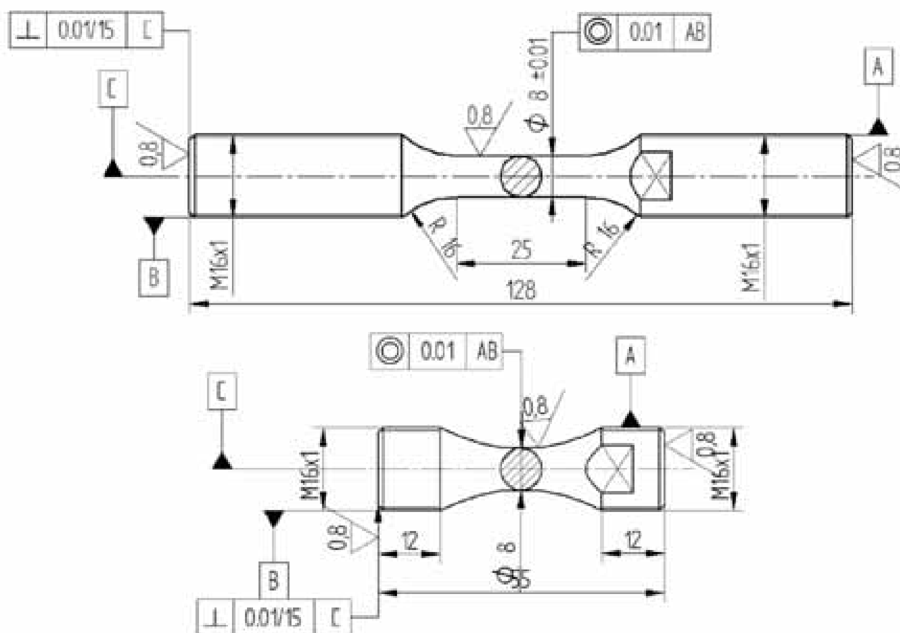


Figura 4. Provini nelle versioni lunga (fibre in direzione tangenziale) e corta (direzione radiale).

La Figura (4) mostra i disegni dei provini realizzati, nella direzione tangenziale e radiale: nel primo caso, è stato possibile progettare e costruire provini conformi a [22]: questi hanno sviluppo assialsimmetrico con sezione circolare costante (diametro: 8 mm) nel tratto utile. Nel secondo caso invece il ridotto spessore della cappa ha impedito la realizzazione di provini conformi, che, nel rispetto delle prescritte proporzioni, sarebbero risultati eccessivamente esili. Si è pertanto optato per una versione più corta, con geometria a clessidra e diametro nella sezione centrale di 8 mm, con lunghezza di appena 55 mm. Per permettere la confrontabilità dei risultati si è inoltre preferito mantenere la stessa geometria e le stesse dimensioni non solo per i provini ricavati dalla cappa, ma anche per quelli ricavati dal rotore, sebbene in quest'ultimo caso il materiale sarebbe stato sufficiente per la realizzazione di provini conformi a [22].

Per ognuna delle quattro casistiche in Tab. (2) si sono realizzati 40 provini. Questi sono destinati alla determinazione della curva statica (coefficiente di plasticità statico K, esponente di incrudimento statico n, modulo di Young E), di quella ciclica (coefficiente di plasticità a fatica K', esponente di incrudimento ciclico n') e di quella di Manson-Coffin (coefficiente di resistenza a fatica σ'_f, coefficiente di duttilità a fatica ε'_f, esponenti di fatica b, c). Questo numero appare congruo anche in considerazione di precedenti lavori nel settore descritti in [23].

Le prove statiche e a fatica sono state condotte su una macchina servoidraulica INSTRON 8032 con l'impiego di un'idonea attrezzatura, realizzata espressamente, descritta al successivo paragrafo.

Va infine osservato che la conoscenza dei succitati parametri statici e ciclici mette nelle condizioni di operare analisi numerico-simulative sullo stato tensionale-deformativo (range $\Delta\sigma$ e $\Delta\varepsilon$) nei punti maggiormente sollecitati in presenza di scorrimenti plastici localizzati e di valutare localmente il numero di cicli di vita sino alla formazione di un primo difetto ingegneristicamente visibile. Nell'ottemperare la prima esigenza si può utilizzare il modello dell'iperbole di Neuber, ricercando l'intersezione fra l'iperbole stessa e il ramo del ciclo di isteresi, ricercando cioè la soluzione del sistema in Eq. (1).

$$\begin{cases} \dfrac{\Delta\varepsilon}{2} = \dfrac{\Delta\sigma}{2E} + \left(\dfrac{\Delta\sigma}{2K'}\right)^{\frac{1}{n'}} \\ \Delta\sigma \cdot \Delta\varepsilon = \dfrac{(K_T \cdot \Delta S)^2}{E} = \Delta\sigma_{el.} \cdot \Delta\varepsilon_{el.} \end{cases} \tag{1}$$

Va tuttavia osservato come nel caso di organi non desanventiani, quali la cappa od il rotore, non può essere correttamente definito il coefficiente di concentrazione degli sforzi K_T, né si può parlare di range di tensione nominale ΔS. A questo si può comunque ovviare, ricavando in ogni punto di interesse lo stato tensionale-deformativo in campo elastico. I range di tensione e deformazione locali ($\Delta\sigma_{el.}$ e $\Delta\varepsilon_{el.}$) nel punto in esame possono essere facilmente determinati con un modello agli elementi finiti in campo elastico. Questi due valori individuano la coordinata di un punto appartenente all'iperbole di Neuber, che quindi definisce la sua equazione. Operando in questo modo, si può instaurare una procedura di calcolo, che culmina nella determinazione dei cicli di isteresi stabilizzati e dei cicli stimati di vita nei punti d'interesse, già implementata per analisi preliminari in [24]. Dalla valutazione puntuale dei range di tensione e deformazione in campo elastico possono inoltre prendere il via procedure analitico-numeriche alternative, basate su modelli

differenti da quello dell'iperbole di Neuber. Fra questi, ad esempio quello di Glinka, basato sulla costanza della densità dell'energia di deformazione in campo elastico ed elasto-plastico, riportato in [25-27].

3. PROGETTO DELL'ATTREZZATURA SPERIMENTALE

La cappa ed il rotore, per via della loro forma complessa (non trabeiforme) e per la particolarità delle sollecitazioni cui sono sottoposti, sono indubbiamente soggetti ad un carico affaticante multiassiale. Si può tuttavia osservare come le sollecitazioni siano tutte in fase tra loro, essendo tale fase legata ai cicli di transitorio della macchina. In ragione di questo si è ritenuto ammissibile effettuare la caratterizzazione dei materiali tramite applicazione di un carico a trazione-compressione in stato tensionale nominalmente monoassiale. Dal punto di vista del carico applicato, la norma [22] indica alcuni accorgimenti, legati alla morfologia degli afferraggi, consigliati per garantire l'assialità della forza, riducendo il più possibile le componenti flessionali. In merito a questo, riscontrando anche la presenza di pochi e datati lavori in letteratura che affrontino direttamente tale problema, si è ricercata l'attrezzatura più idonea che minimizzasse i contributi di flessione. Allo scopo si sono usati gli strumenti del progetto concettuale [28]. Inizialmente sono stati definiti gli obiettivi e la relativa importanza sintetizzati nell'albero in Fig. (5).

Tali obiettivi sono stati messi a punto, utilizzando l'approccio della QFD (Quality Function Deployment) [28] per l'individuazione dei requisiti fondamentali. Come si può notare, nettamente più importanti sono risultati quelli inerenti l'idoneità tecnica rispetto a quelli legati alla produzione del dispositivo in discorso. Nella fattispecie i pesi di entità maggiore sono associati alla sicurezza nella trasmissione del carico ed alla precisione nel ridurre al minimo i disassamenti con i relativi contributi flessionali. Passano invece in secondo piano i requisiti relativi alla facilità realizzativa (solo un esemplare dell'attrezzatura previsto), alla facilità di montaggio, alla versatilità (l'attrezzatura nasce come dedicata per la presente campagna di prove). Per quanto riguarda la controllabilità, per quanto si tratti di un requisito solitamente importante nelle analisi della qualità (ad esempio nella FMEA), nel presente caso si è tuttavia deciso che i controlli sarebbero stati effettuati non direttamente sui componenti dell'attrezzatura, ma a posteriori, con un'opportuna campagna di prove nel seguito illustrata.

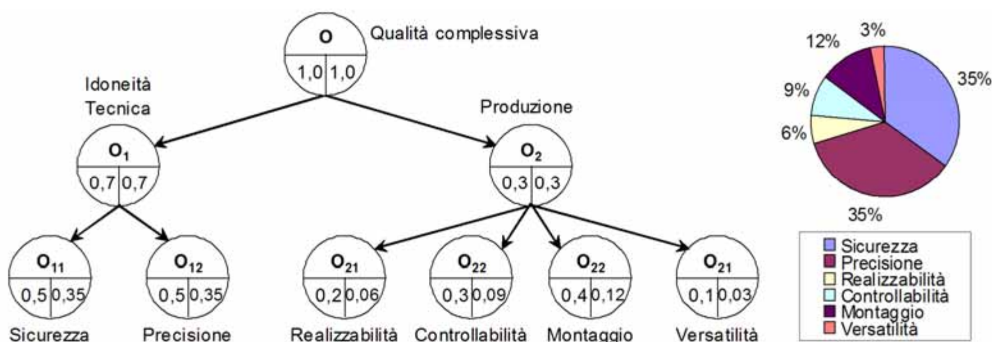


Figura 5. Albero degli obiettivi e relativi pesi di importanza.

Il successivo passo è consistito nell'analisi funzionale e nella ricerca della soluzioni concettuali per ogni sotto-funzione. Queste sono riconducibili al vincolamento assiale e laterale delle estremità del provino ed alla corretta trasmissione del carico senza ripresa dei giochi al cambio di segno della sollecitazione. Si indica con F_1 la sotto-funzione di bloccaggio di un'estremità del provino, con F_2 quella di bloccaggio e di aggiustamento (per compensare eventuali disassamenti) all'altra estremità e con F_3 quella di precompressione assiale delle teste, per impedire la ripresa dei giochi. La matrice morfologica in Fig. (6) illustra le soluzioni concettuali prese in considerazione. Le soluzioni per la sotto-funzione F_1 tengono conto delle diverse tipologie di provino [22], a teste filettate o a fungo.

Più complessa è la realizzazione della sotto-funzione F_2, da cui fortemente dipende il soddisfacimento dei requisiti tecnici. Una prima opzione potrebbe essere quella di utilizzare una cerniera sferica [29], dotando il provino di un collare emisferico. Tale soluzione, se da un lato permette di eliminare del tutto la flessione, richiede però un'attenta lubrificazione (rigature o ammaccature sulla sede durante l'esercizio potrebbero compromettere il regolare funzionamento) e non è adatta per la trasmissione della compressione. La soluzione successiva permette di ovviare a quest'ultimo inconveniente. La cerniera sferica è realizzata mediante due cuscinetti orientabili a rulli tra loro contrapposti e precaricabili. In tale caso tuttavia piccole imprecisioni al montaggio dei cuscinetti potrebbero causare la non coincidenza o il non allineamento con l'asse del provino dei centri di rotazione, introducendo flessione.

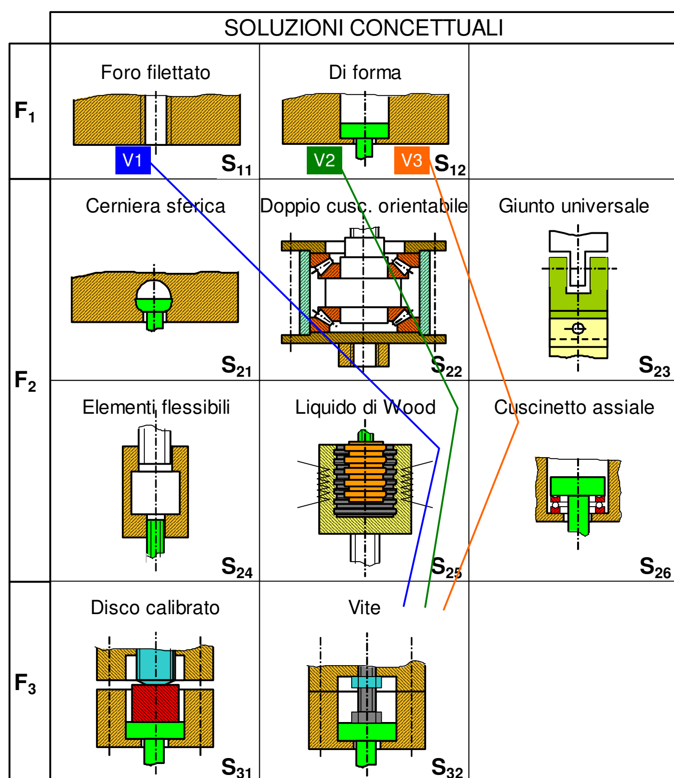


Figura 6. Matrice morfologica nel progetto concettuale dell'attrezzatura sperimentale.

I giunti universali [30-31] (doppio cardano) oltre a richiedere elevate precisioni costruttive si rivelano inadeguati per la trasmissione della compressione. In [32] è riportato l'uso di organi cedevoli a flessione, in grado di compensare le componenti indesiderate. Se da un lato la struttura si presenta piuttosto semplice, la compensazione della flessione è però spesso approssimativa, inoltre a compressione si generano fenomeni di instabilità del treno di carico. Un'ulteriore possibilità, contemplata anche in [22] è quella di fare ricorso al Metallo eutettico di Wood: questo opportunamente reso fluido in una tazza riscaldata, accoglie la testa del provino, che idealmente si dovrebbe auto-orientare nella posizione corretta. Alla solidificazione dell'eutettico il provino è congelato in tale posizione, compensando i disassamenti fra gli afferraggi della macchina. Diversi sono i difetti: disallineamenti in termini di rotazioni relative fra gli afferraggi non possono essere compensati, la resistenza a trazione ed a taglio dell'eutettico è molto bassa, infine quest'ultimo ha forti proprietà tossiche. L'ultima soluzione permette infine di compensare i disallineamenti, ponendo un cuscinetto assiale con un anello rovesciato al di sotto della testa del provino. Un cuscinetto dotato di ralla sferica permette anche di compensare le rotazioni. Tale soluzione, semplice e potenzialmente efficace, non offre tuttavia la completa cancellazione di ogni contributo flessionale.

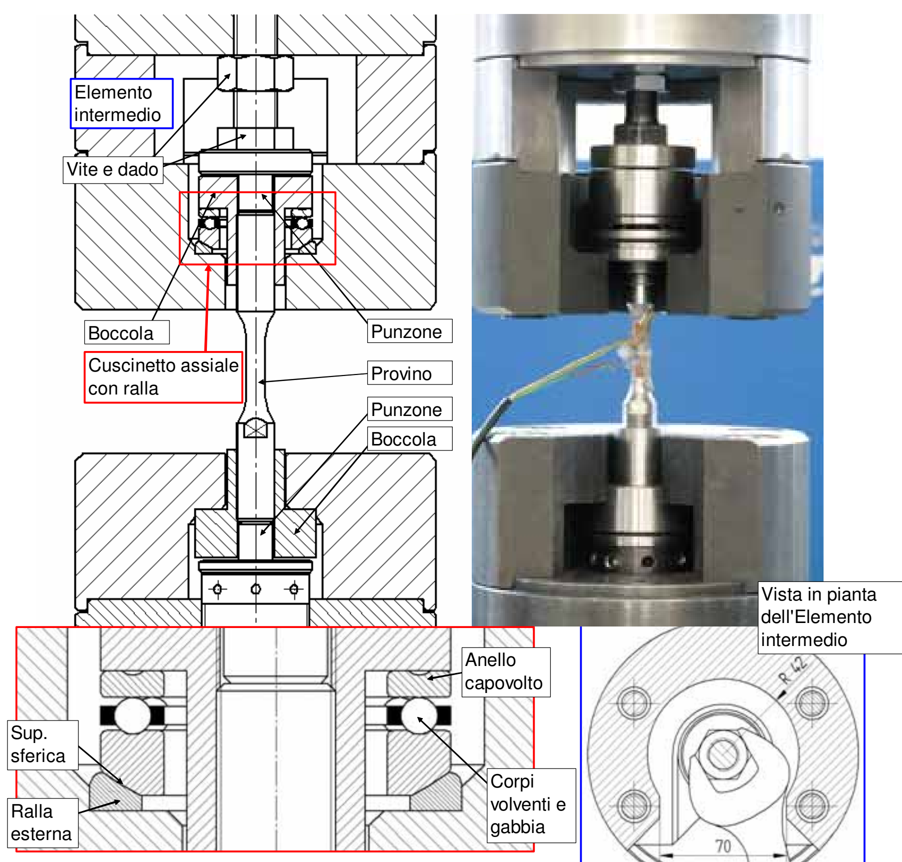


Figura 7. Nuova attrezzatura di carico e sua integrazione con gli afferraggi esistenti.

Infine, per quanto riguarda la sotto-funzione F_3, essa può essere espletata, facendo uso di dischi calibrati o cunei che bloccano assialmente il treno di carico, imprimendo una pre-compressione sulle teste, o di dispositivi cilindrici, ad esempio a vite, agenti sulle teste stesse. Nel primo caso si ravvisa che i cunei vanno verosimilmente portati in posizione a colpi di martello, il che potrebbe essere pericoloso per la creazione di disassamenti.

Alcune varianti concettuali (V1, V2, V3) considerate per l'analisi del valore sono riportate in Fig. (6). La suddetta analisi ha portato ad individuare la soluzione finale (V3), mostrata in Fig. (7). Essa è perfettamente integrata con gli afferraggi in dotazione alla macchina impiegata: l'estremità inferiore del provino è vincolata fissa: la testa filettata è accoppiata con una boccola riferita di precisione all'afferraggio ed è precompressa, mediante una chiave, contro un punzone cilindrico. Il provino (qui raffigurato nella versione lunga, ma anche quello corto può essere ovviamente provato con la medesima attrezzatura) è successivamente vincolato anche superiormente: una boccola accoppiata alla testa poggia su un cuscinetto assiale con ralla sferica e anello superiore capovolto: questo permette l'auto-allineamento del provino (già bloccato inferiormente), compensando gli spostamenti trasversali e le rotazioni relative fra gli afferraggi. La precompressione della testa è infine eseguita, abbassando una vite, con testa opportunamente lavorata e bloccandola con un controdado. La vite a sua volta trasmette il carico ad un punzone che agisce direttamente sulla testa. Un elemento intermedio, interposto fra un afferraggio esistente e uno nuovo, è stato sagomato opportunamente [33], per permettere un adeguato spazio di manovra per la chiave che stringe la vite. Il sistema può funzionare anche in assenza di lubrificazione, anche se è consigliabile disporre un velo d'olio all'interfaccia fra la ralla esterna e la superficie sferica dell'anello inferiore.

4. PROVE SPERIMENTALI PER LA VALUTAZIONE DEI DISASSAMENTI

La campagna sperimentale è stata suddivisa in due fasi distinte. Nel corso della prima si è strumentato un provino del tipo lungo con estensimetri elettrici a resistenza, per ricavare dati sulle componenti flessionali in esercizio. L'entità di queste è stata stabilita anche alla luce del confronto con le componenti nominali dovute al carico assiale applicato dalla succitata macchina di prova. Questa verifica preliminare è servita per saggiare il corretto funzionamento dell'attrezzatura sperimentale precedentemente descritta ed ha rappresentato un passo essenziale prima di intraprendere le prove di caratterizzazione vere e proprie. Queste ultime, inquadrate nella seconda fase delle campagna di prova, saranno descritte nel successivo Par. 5.

Valutazione dell'entità delle inflessioni sulla nuova attrezzatura di carico

Un provino del materiale del rotore nella versione lunga è stato strumentato con due coppie di estensimetri elettrici a resistenza (modello 1-LY11-0.6/120, Hottinger Baldwin Messtechnik, Darmstadt, Germania). Questi sono stati a due a due collegati a formare due mezzi ponti di Wheatstone, così da rilevare le sole componenti flessionali, cancellando quelle dovute agli sforzi assiali, come mostrato in Fig. (8). Il provino è stato montato sull'attrezzatura prima descritta con leggera lubrificazione a olio all'interfaccia fra ralla e superficie sferica dell'anello inferiore del cuscinetto. Le prove sono state condotte sulla stessa macchina INSTRON 8032 prima citata, in controllo di carico, con applicazione statica di forze nel campo da -25 (compressione) a +25 kN (trazione) con passo di 1 kN.

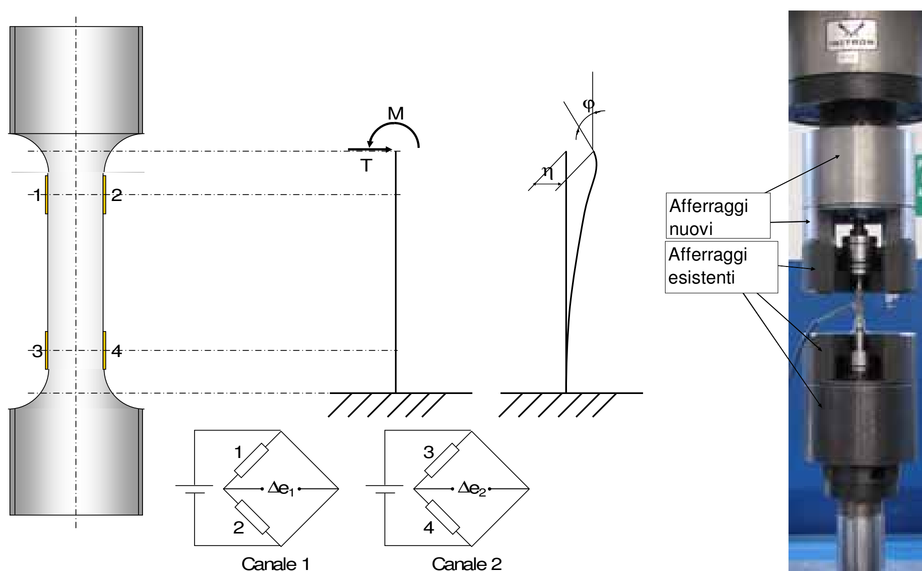


Figura 8. Set-up sperimentale delle prove per la valutazione dei disassamenti e complessivo del sistema attuatore – afferraggi – provino – cella di carico.

Il valore massimo del carico è stato limitato a 25 kN, per evitare lo snervamento del provino (in [11] il limite elastico del 26NiCrMoV14 5 viene indicato in 675 MPa: essendo di circa 500 MPa la tensione normale prodotta dal carico di 25 kN, il coefficiente di sicurezza risultava di 1,35). Ad ogni step di carico gli squilibri Δe_1 e Δe_2 dei ponti di Wheatstone sono stati registrati con una centralina P3 Strain Indicator (Vishay, Wendell, NC, USA). Il sistema costituito dal provino completamente bloccato alla sua estremità inferiore e bloccato con la possibilità di aggiustamento offerta dal cuscinetto all'estremità superiore si configura come una trave a mensola. Questa è soggetta, oltre che alla forza assiale, ad una componente di taglio T ed ad una di momento flettente M per effetto dei disassamenti. Con la strumentazione estensimetrica sopra descritta il provino si comporta come una cella di carico a due gradi di libertà: dal rilievo degli squilibri dei ponti di Wheatstone è cioè possibile valutare le componenti T ed M. Utilizzando le formule classiche è poi possibile calcolare agevolmente i termini di disassamento, sotto forma dello spostamento η e della rotazione φ all'estremità superiore (possono essere intesi come lo spostamento e la rotazione relativi fra le due estremità). Le prove sono state eseguite con due piazzamenti del provino: quello mostrato in Fig. (8) e quello ottenuto dopo rotazione assiale di 90° dello stesso, così da cogliere le componenti di disassamento nei due piani. I dati relativi ai due piazzamenti sono stati tra loro elaborati, per comporre i disassamenti nelle due direzioni perpendicolari. Per ragioni di rilevanza statistica dei risultati, tutta la procedura sopra descritta è stata ripetuta tre volte, valutando infine i valori mediati sull'intera campagna sperimentale. I risultati sono mostrati nella Fig. (9): una valutazione attendibile dell'entità del disassamento e dell'inflessione indotta sul provino può essere effettuata a partire dai termini η e φ e del rapporto $\varepsilon_f/\varepsilon_a$, fra la massima deformazione assiale dovuta alla flessione e la deformazione assiale dovuta al carico imposto.

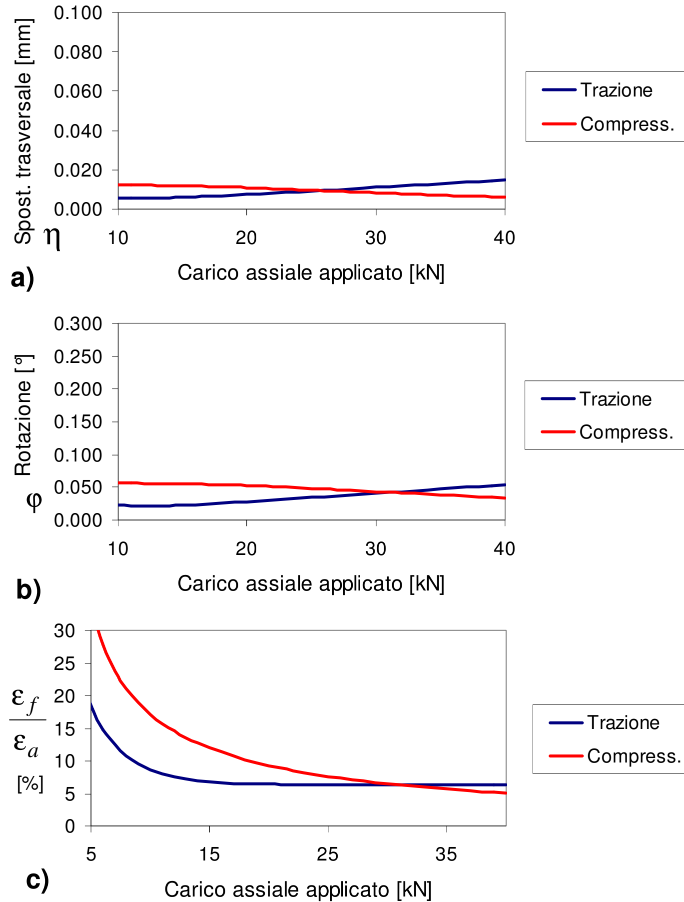


Figura 9. Valutazione sperimentale dei disassamenti in termini di spostamento η (a) e rotazione φ (b) e del contributo flessionale (c).

Vista la buona ripetibilità e regolarità dei risultati (scostamenti fra le letture degli estensimetri a parità di carico mediamente dell'ordine di 5÷10 με) e visto che nelle prove a fatica oligociclica le punte di carico hanno anche superato i 25 kN, i risultati sono stati estrapolati fino ad un valore della forza assiale di 40 kN. Si osserva come i termini di disassamento siano molto bassi e con modeste variazioni al variare del carico: dell'ordine di 1-2 centesimi di mm per quanto riguarda lo spostamento relativo e minore del decimo di grado per quanto attiene alla rotazione. Venendo all'indicatore più efficace dell'entità dei contributi flessionali, il rapporto $\varepsilon_f/\varepsilon_a$, esso tende a decrescere all'aumentare del carico (sia di trazione che di compressione) fino a valori dell'ordine del 5-7%. Nel caso del carico a trazione tale rapporto si stabilizza già ad un valore della forza intorno ai 15 kN; in compressione, invece, il valore inizialmente più grande (verosimilmente per effetto di deflessioni da carico di punta) di $\varepsilon_f/\varepsilon_a$ tende a diminuire al crescere del carico (il termine al denominatore, ε_a, cresce più velocemente rispetto al modesto incremento del termine al numeratore, ε_f). Tali risultati appaiono qualitativamente e quantitativamente confrontabili con altri riportati in simili sperimentazioni [31,34].

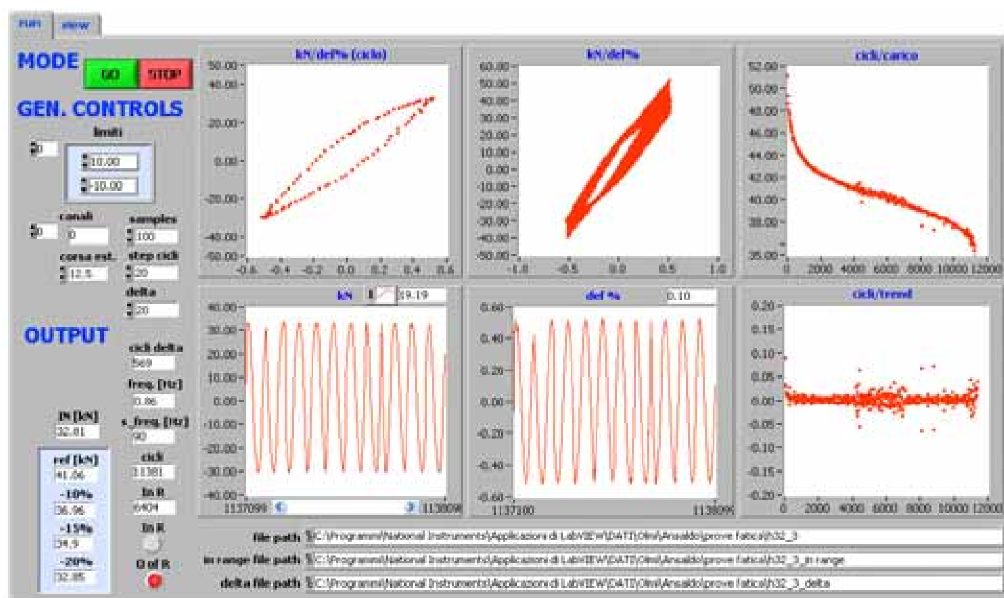
5. PROVE SPERIMENTALI PER LA CARATTERIZZAZIONE DEI MATERIALI

Una volta accertatisi del corretto funzionamento dell'attrezzatura, si sono quindi intraprese le prove di caratterizzazione, seguendo la pianificazione riportata in Tab. (2). Allo stato attuale le prove hanno riguardato i soli provini della tipologia lunga del materiale del rotore (26NiCrMoV14 5) e di quello della cappa (18Mn18Cr). Sono quindi state valutate le prestazioni statiche ed a fatica dei succitati maturali secondo la direzione tangenziale di formatura, lasciando al seguito della campagna sperimentale l'esecuzione delle prove sui provini del tipo corto (ricavati in direzione radiale). Tutte le sperimentazioni sono state effettuate sulla macchina INSTRON 8032 prima citata, con l'impiego dell'attrezzatura al passo precedente validata.

Le prove di tipo statico hanno coinvolto tre provini per ogni materiale e sono state effettuate in controllo di spostamento alla velocità costante di 5 µm/s. Al termine di ogni prova si è inoltre verificato il rispetto dei limiti minimo e massimo previsti da [35] per la velocità di incremento del carico unitario (derivata temporale della tensione).

Le prove di fatica sono state effettuate in condizioni di controllo di deformazione (con applicazione di un estensometro nella parte centrale del provino, avente corsa massima di 5 mm), impostando un andamento sinusoidale di questa con ampiezza costante (rapporto di carico R=-1). La frequenza è stata sempre mantenuta costante durante la singola prova, tuttavia è stata necessariamente modificata in corrispondenza dei diversi livelli di deformazione massima indagati. I valori di frequenza considerati sono stati variati nell'intervallo fra 2,5 Hz a 0,1 Hz, per evitare un eccessivo surriscaldamento del provino, che avrebbe potuto falsare i risultati sperimentali, o comunque, rendere non confrontabili i rilievi ai differenti livelli di deformazione considerati. Allo scopo, tutte le prove sono state effettuate in condizione di temperatura ambiente, fra i 18°C e i 22°C, monitorando frequentemente la temperatura nella parte centrale del provino con l'impiego di una termocoppia. Le prove sono state condotte fino alla formazione di un primo difetto ingegneristicamente visibile (cricca dell'ordine del decimo di mm), interrompendo quindi la sollecitazione prima della completa rottura del provino. In alcuni casi, per le più basse ampiezze di deformazione, non si è riscontrata la formazione di alcun difetto: in tali casi la prova è stata fermata per run-out dopo $5 \cdot 10^4$ cicli.

Tutte le prove, sia statiche che a fatica effettuate, sono state supervisionate da programmi in LabView (Versione 8.0) realizzati espressamente. Nel caso delle prove statiche questi permettono di monitorare gli andamenti della forza, della tensione, della deformazione, dello spostamento dell'attuatore in ogni fase della prova, operando quindi il salvataggio di tutti i dati per una successiva elaborazione. Decisamente più importante è stato il ruolo di tali programmi nella conduzione delle prove di fatica. Oltre a permettere il monitoraggio ed il salvataggio (in tempo reale, così da prevenire eventuali malfunzionamenti improvvisi) delle grandezze prima citate, questi hanno fornito inoltre un forte supporto nell'esecuzione della prova. Sono principalmente due i rilievi che sono essenziali per poter pervenire a risultati attendibili e tra loro coerenti. Prima di tutto occorre comprendere quando il ciclo di isteresi si stabilizza, ossia quando idealmente le cuspidi superiori e inferiori di cicli consecutivi coincidono. Successivamente, per poter arrestare al momento giusto la prova e rilevare quindi correttamente il numero dei cicli di vita, occorre individuare la condizione di formazione del primo difetto.



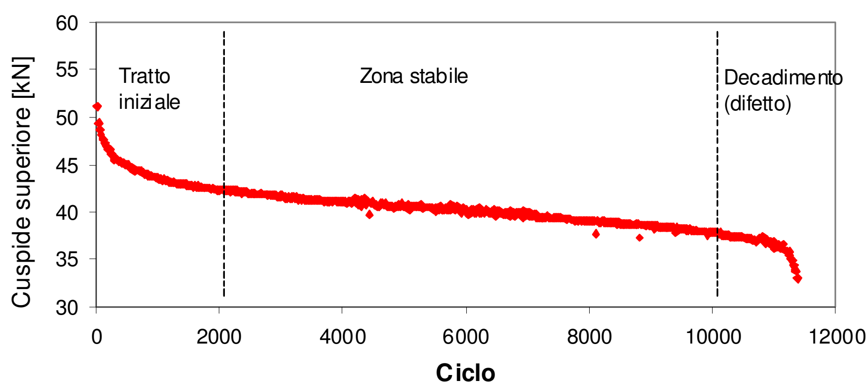


Figura 10. Pannello Frontale del programma di acquisizione LabView e dettaglio della curva di decadimento della cuspide superiore (prova su provino in 18Mn18Cr).

In letteratura non esiste alcun lavoro che affronti le due tematiche succitate, per quanto i risultati quantitativi delle prove siano indubbiamente influenzati da tali aspetti. Nel presente caso il programma LabView dedicato alle prove di fatica monitora il livello di carico della cuspide superiore del ciclo di isteresi, durante l'intera prova. Tale diagramma, visibile sul Pannello Frontale del programma permette all'utente di individuare quando la cuspide superiore presenta variazioni poco significative, potendosi quindi ritenere convenzionalmente che il ciclo risulti stabile. Operando in questa maniera, sulla scorta dei rilievi sperimentali a diverse ampiezze di deformazione, si è anche potuto elaborare un semplice algoritmo, implementato dallo stesso programma LabView, per verificare la condizione di ciclo stabile. Un ciclo può essere considerato tale, se la variazione percentuale della cuspide superiore corrente rispetto a quella del ciclo precedente è inferiore o uguale dello 0,15%. In maniera analoga è stata affrontata la seconda questione

prima prospettata, ossia come individuare la formazione di un difetto. Questo non sempre può essere visto ad occhio nudo, soprattutto in condizioni di provino scarico o soggetto a carico affaticante continuamente variabile. Dal punto di vista strutturale, in presenza di una cricca, diminuisce la rigidezza del provino, pertanto, a parità di deformazione massima imposta, diminuisce anche la massima forza di trazione che deve essere esplicata dalla machina. Di conseguenza, dopo il tratto di stabilizzazione, la cuspide superiore tende a decadere sensibilmente: un tale andamento può essere interpretato come un chiaro segno della presenza di un difetto. Lo stesso diagramma prima citato permette di rendersi conto della fine della zona di stabilizzazione e dell'inizio del decadimento della cuspide. Anche in questo caso si è potuto elaborare un semplice algoritmo, che prevede di interrompere la prova, quando il valore del carico massimo del ciclo diminuisce del 10% rispetto a quello rilevato in corrispondenza della condizione di ciclo stabilizzato. La Fig. (10) mostra il Pannello Frontale del programma LabView al termine di una prova. Il diagramma in alto a destra illustra il monitoraggio della cuspide superiore, mostrato in basso in dettaglio. Si può osservare come questo presenti un andamento caratteristico: inizialmente si ha un rapido calo nei primi cicli prima della stabilizzazione. Successivamente, il valore si stabilizza, anche se potrebbe non esserci, come ben evidenziato in questo caso, un tratto perfettamente stazionario della curva. Terminata la fase di vita stabile, inizia il decadimento della cuspide, via via sempre più rapido, man mano che il difetto si propaga. Al termine delle prove tutti i provini sono stati ispezionati visivamente, per accertare la presenza effettiva del difetto. In alcuni casi, quando la cricca non era di facile individuazione, si è proceduto a controlli non distruttivi con l'impiego di liquidi penetranti fluorescenti post-emulsionabili.

Risultati sperimentali sul materiale del rotore (26NiCrMoV14 5)

Con l'ausilio degli strumenti prima citati si è ricavata dapprima la curva σ-ε statica (Fig. (11)), il che ha permesso la stima del modulo elastico E (193.800 MPa), del coefficiente di plasticità statico K (1013 MPa) e dell'esponente di incrudimento statico n (0,059), Eq. (2).

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{K}\right)^{\frac{1}{n}} = \frac{\sigma}{193.800} + \left(\frac{\sigma}{1013}\right)^{\frac{1}{0,059}} \qquad (2)$$

Si è quindi proseguito con la determinazione della curva ciclica, ricavata interpolando su numerose prove di fatica effettuate a diversi livelli di ampiezza di deformazione. La curva ciclica è ricavata per inviluppo delle cuspidi superiori dei cicli di isteresi stabilizzati. La condizione di stabilizzazione è stata verificata secondo l'algoritmo precedentemente enunciato. La Figura (11) riporta unitamente alla curva statica, anche quella ciclica, con evidenziazione dei punti sperimentali per i quali si è eseguita l'interpolazione. Si osserva come la curva ciclica sia più bassa rispetto a quella statica: il materiale denota un addolcimento ciclico, tipico degli acciai con una buona resistenza. In Figura (12) è invece illustrata nel dettaglio la procedura sperimentale di elaborazione della curva ciclica, che va ad interpolare i punti di cuspide dei numerosi cicli stabili presi in considerazione. Tale procedura ha permesso la stima del coefficiente di plasticità a fatica K' (919 MPa) e dell'esponente di incrudimento a fatica n' (0,058), Eq. (3).

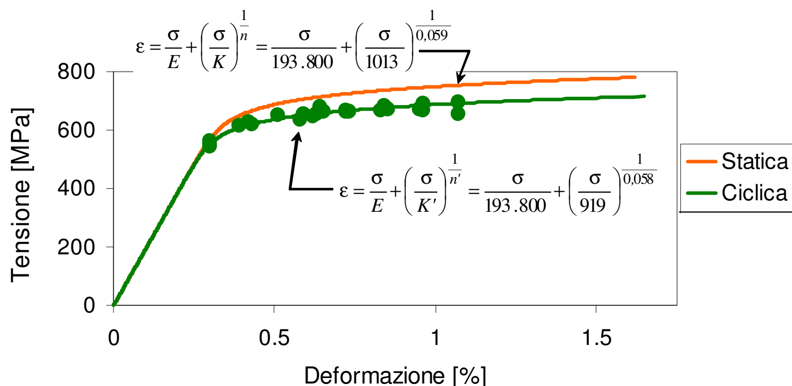


Figura 11. Curva statica e curva ciclica per il materiale 26NiCrMoV14 5.

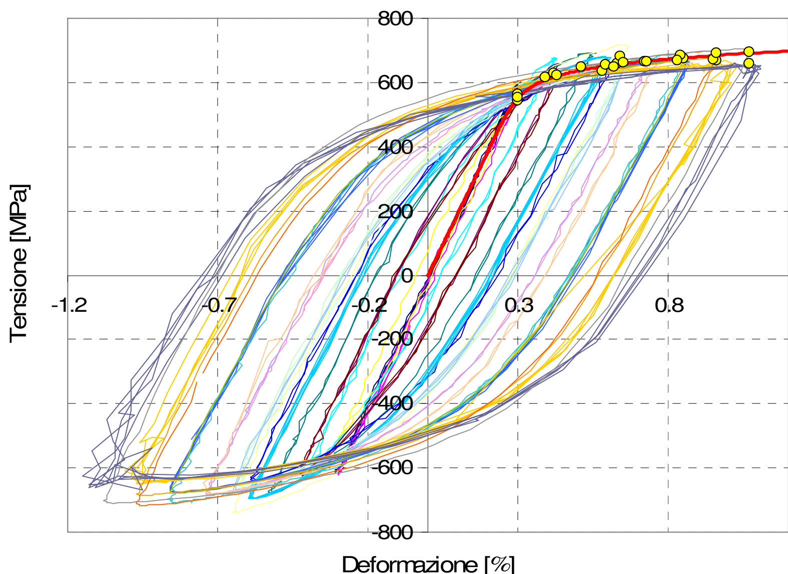


Figura 12. Curva ciclica (26NiCrMoV14 5) come interpolante dei punti di cuspide.

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{K'}\right)^{\frac{1}{n'}} = \frac{\sigma}{193.800} + \left(\frac{\sigma}{919}\right)^{\frac{1}{0,058}} \tag{3}$$

Infine, si è determinata la curva di fatica $\Delta\varepsilon/2$-$2N$ secondo il modello di Manson-Coffin, sulla base delle numerose prove effettuate a diversi livelli di ampiezza di deformazione. Questi sono stati scelti, così da ben descrivere la curva di fatica in un ampio campo di cicli, tipico della fatica oligociclica, da qualche centinaio ad alcune decine di migliaia. Nella determinazione della curva, l'ampiezza totale di deformazione $\Delta\varepsilon/2$ è stata decomposta nella sua componente elastica e nel restante residuo plastico.

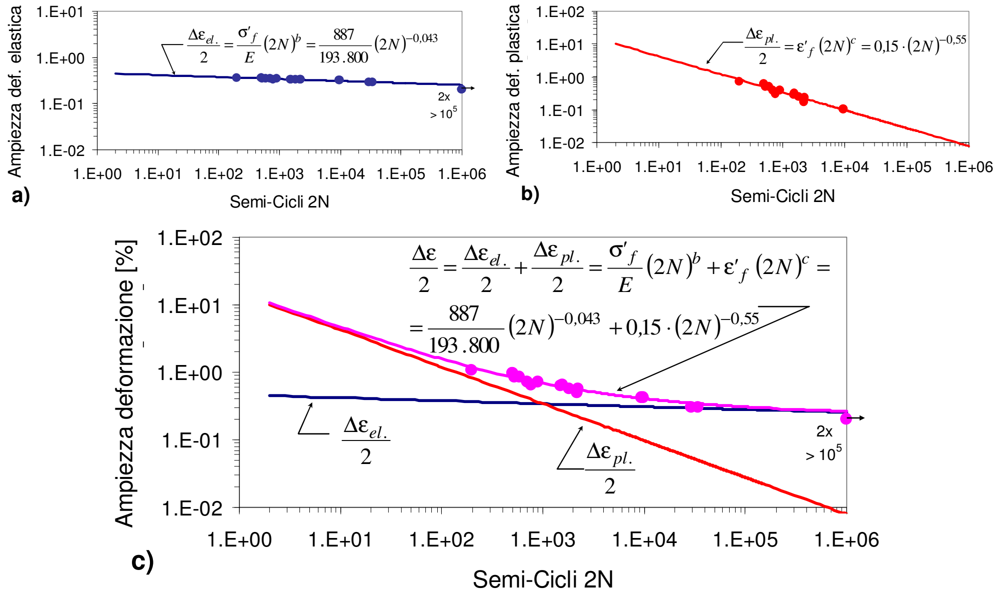


Figura 13. Curva di fatica (26NiCrMoV14 5) e relative regressioni lineari

In riferimento ai due addendi dell'Eq. (4) si sono quindi ricavate le relative linee di regressione in campo logaritmico, unitamente ai coefficienti di caratterizzazione (Fig. (13 a, b)). La curva di fatica, data dalla combinazione delle succitate due componenti è rappresentata nella Fig. 13 c. Al termine di tale procedura si sono pertanto ricavati i seguenti parametri: coefficiente di resistenza a fatica σ'_f (887 MPa), coefficiente di duttilità a fatica ε'_f (0,15) e degli esponenti di fatica b (-0,043), c (-0,55), Eq. (4).

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2}=\frac{\Delta\varepsilon_{el.}}{2}+\frac{\Delta\varepsilon_{pl.}}{2}=\frac{\sigma'_f}{E}(2N)^b+\varepsilon'_f(2N)^c=\frac{887}{193.800}(2N)^{-0,043}+0,15(2N)^{-0,55} \quad (4)$$

Si può osservare come alla più bassa ampiezza di deformazione considerata i punti sperimentali siano meglio interpolati dalla retta elastica piuttosto che dalla curva di Manson-Coffin. Questo appare in linea con le conclusioni del contributo [36], che sottolinea come, quando la parte elastica è fortemente prevalente, il modello di Manson-Coffin, che prevede di sommarvi una piccola componente plastica, sia poco attendibile. In tal caso risulta appunto più accurato il più semplice modello che considera la sola parte elastica.

Risultati sperimentali sul materiale della cappa (18Mn18Cr)

La stessa procedura è stata poi implementata sul materiale della cappa. Anche in tal caso si è partiti dalle prove statiche, che hanno portato alla curva illustrata in Fig. 14. Si noti come il materiale abbia delle caratteristiche meccaniche particolarmente spinte, con limite allo scostamento di proporzionalità oltre i 1200 MPa. L'andamento della curva σ-ε è quello tipico di un acciaio inossidabile con un tratto di plasticizzazione quasi piatto e orizzontale, oltre la linearità. Si sono quindi determinati i relativi parametri K e n, pari rispettivamente a 1299 MPa ed a 0,0090 (Eq. (5)).

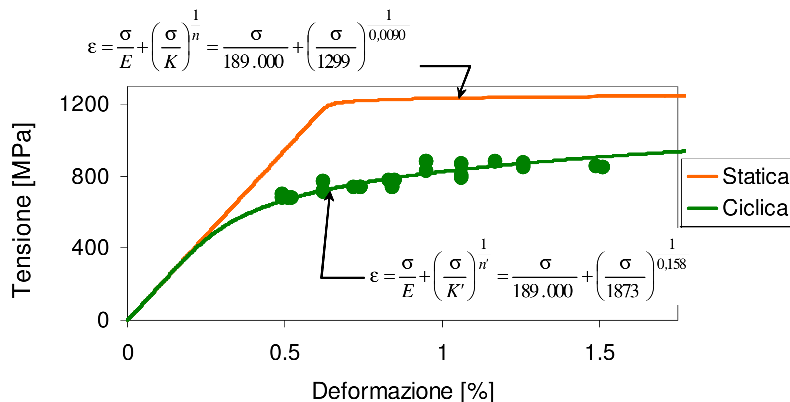


Figura 14. Curva statica e curva ciclica per il materiale 18Mn18Cr.

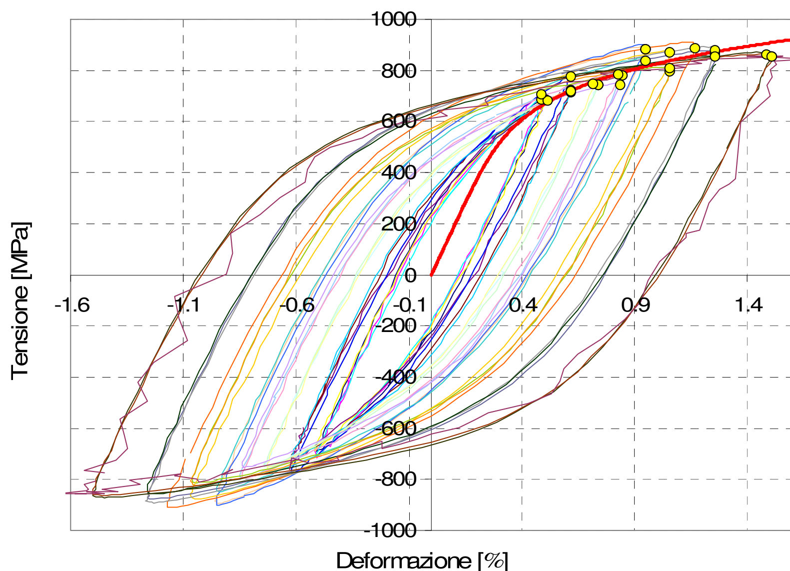


Figura 15. Curva ciclica (18Mn18Cr) come interpolante dei punti di cuspide.

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{K}\right)^{\frac{1}{n}} = \frac{\sigma}{189.000} + \left(\frac{\sigma}{1299}\right)^{\frac{1}{0,0090}} \qquad (5)$$

Si è quindi passati alla determinazione della curva ciclica, come inviluppo delle cuspidi superiori di tutti i cicli stabilizzati rilevati durante le successive prove di fatica a diversi livelli di ampiezza di deformazione. Le due curve, statica e ciclica, sono confrontate nella Fig. 14 con l'indicazione di tutti i risultati sperimentali per cui è ricavata la curva interpolante. Si può osservare come la curva ciclica sia ora nettamente più in basso rispetto

a quella statica. Questo testimonia che si è in presenza di un marcato addolcimento ciclico. Quanto rilevato è coerente con la natura di materiale ad elevata resistenza, per il quale anche il fenomeno dell'addolcimento ciclico risulta accentuato. La Figura 15 mostra in dettaglio la determinazione sperimentale della curva ciclica, interpolando su tutti i cicli stabilizzati. Si sono così determinati i seguenti parametri rappresentativi del comportamento ciclico del materiale, K' pari a 1873 MPa, e n', pari a 0,158, Eq. (6).

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{K'}\right)^{\frac{1}{n'}} = \frac{\sigma}{189.000} + \left(\frac{\sigma}{1873}\right)^{\frac{1}{0,158}} \tag{6}$$

Con identica procedura a quanto precedentemente decritto si è quindi ricavata la curva di fatica secondo Manson-Coffin (Fig. 16 c). Anche in questo caso essa è descritta su un campo di cicli piuttosto ampio e coerente con la sollecitazione a fatica oligociclica. Operando le regressioni lineari su scala logaritmica dei termini elastico e plastico (Fig. 16 a, b), si sono quindi determinati i parametri del comportamento a fatica: coefficiente di resistenza a fatica σ'_f (1321 MPa), coefficiente di duttilità a fatica ε'_f (0,20) ed esponenti di fatica b (-0,063), c (-0,47), Eq. (7).

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\varepsilon_{el.}}{2} + \frac{\Delta\varepsilon_{pl.}}{2} = \frac{\sigma'_f}{E}(2N)^b + \varepsilon'_f\,(2N)^c = \frac{1321}{189.000}(2N)^{-0,063} + 0,20(2N)^{-0,47} \tag{7}$$

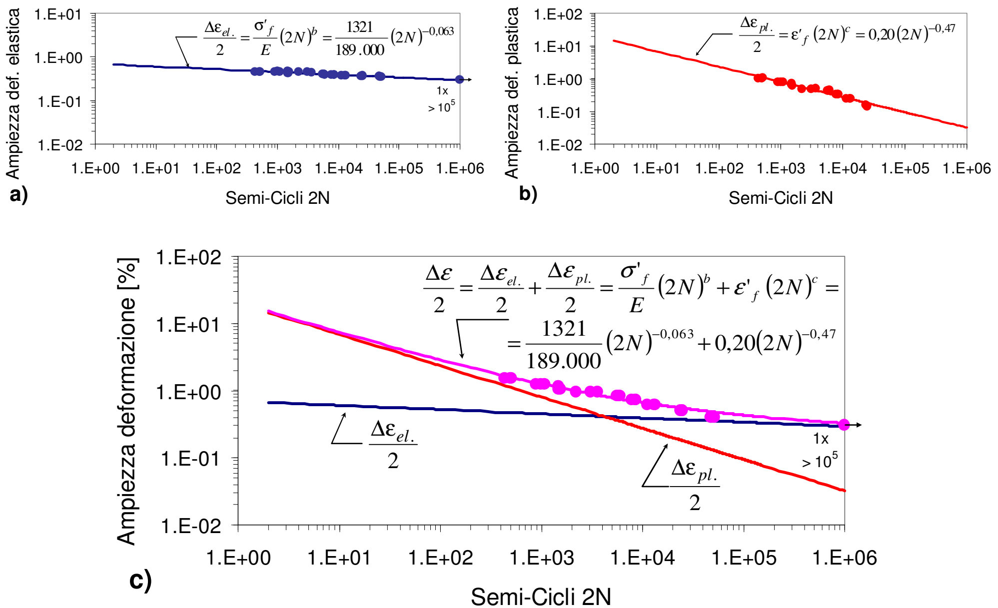


Figura 16. Curva di fatica (18Mn18Cr) e relative regressioni lineari

Confronto e discussione

Dal punto di vista della resistenza statica, le proprietà meccaniche del materiale della cappa sono nettamente superiori rispetto a quelle del materiale del rotore: lo scostamento al limite di proporzionalità è incrementato di circa il 60%, passando da 800 MPa a ben oltre 1200 MPa. Si tratta di valori che vanno anche oltre rispetto a quelli di riferimento indicati in diverse pubblicazioni, fra cui [2,11]. Le prestazioni a fatica possono essere confrontate alla luce della collocazione delle relative curve di Manson-Coffin, insieme rappresentate nella Fig. 17. Si osserva come nel caso della cappa la relativa curva sia decisamente più in alto, e come si abbia ancora una vita intorno ai 250 cicli (500 semi-cicli) per valori elevati di ampiezza di deformazione ($\Delta\varepsilon/2 = 1{,}5\%$). Si riscontra inoltre una vita oltre i $5 \cdot 10^4$ cicli (10^5 semi-cicli) per un'ampiezza pari allo 0,3%. Per quanto concerne i parametri caratteristici del comportamento a fatica, il materiale della cappa presenta un maggiore coefficiente di resistenza a fatica σ'_f (incremento del 49%), ma anche un più elevato (in valore assoluto) esponente b, il che indica che la retta rappresentativa delle deformazioni elastiche risulta più alta, ma anche più inclinata verso il basso.

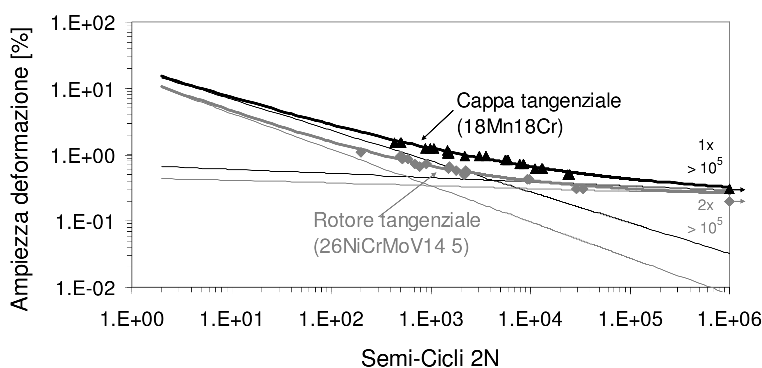


Figura 17. Curve di fatica per i due materiali poste tra loro a confronto.

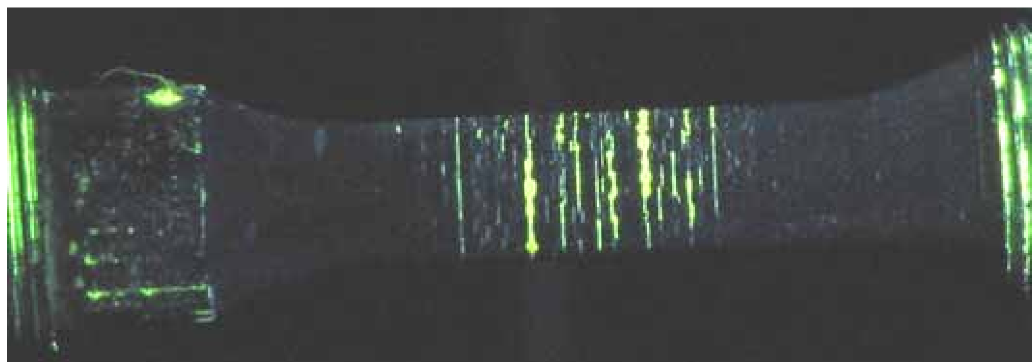


Figura 18. Controllo non distruttivo con liquidi penetranti su provino in 26NiCrMoV14 5, soggetto ad una prova ad ampiezza di deformazione pari allo 0,425%.

Nel caso della componente plastica, il materiale della cappa denota un maggior valore (incremento del 35%) per il coefficiente di duttilità a fatica ε'_f, ed un minore valore (in valore assoluto) per l'esponente c. Come si osserva dal diagramma, le migliori prestazioni del materiale della cappa alle più elevate ampiezze di deformazione dipendono dal duplice effetto di una maggiore quota della retta rappresentativa e da una minore inclinazione della stessa, che appare più coricata. Ne risulta che la curva di fatica del materiale della cappa è più alta e ad andamento più piatto, notandosi a malapena il punto di passaggio fra comportamento prevalentemente elastico e comportamento prettamente plastico. Per effetto del forte addolcimento ciclico prima evidenziato, il materiale della cappa dà luogo a cicli prevalentemente in campo plastico per ampiezze superiori allo 0,85%, un valore non molto più elevato del corrispondente per il materiale del rotore, che è intorno allo 0,7%.

Controlli non distruttivi sui provini affaticati

Tutti i provini soggetti a prove di fatica sono stati indagati per accertare la presenza delle cricche, la cui insorgenza era stata prevista tramite il monitoraggio del decadimento della cuspide superiore del ciclo di isteresi. Si è proceduto tramite controllo visivo e/o attraverso l'impiego di liquidi penetranti fluorescenti post-emulsionabili, con successivo trattamento con rilevatore bianco ed osservazione in camera oscura alla lampada di Wood. L'immagine in Fig. 18 mostra l'individuazione di tante piccole cricche trasversali, tra loro parallele, nel tratto centrale di un provino del materiale del rotore.

6. CONCLUSIONI

A seguito delle indagini a carattere bibliografico, dello sviluppo progettuale della nuova attrezzatura e dei risultati delle prove sperimentali, si può rimarcare quanto segue:

- Il rotore e soprattutto la cappa sono componenti altamente sollecitati: ad ogni transitorio del turbogeneratore si compie un ciclo a fatica oligociclica (con circa 10.000 transitori previsti nell'arco della vita). Pur essendo note le caratteristiche metallurgiche dei materiali impiegati, si registra una mancanza di dati in merito ai parametri tipici che ne definiscono il comportamento dinamico a basso numero di cicli.
- Si è programmata una campagna sperimentale basata su un piano di prove a due fattori, ciascuno valutato a due livelli: si considerano cioè due materiali (quello usato per il rotore, 26 NiCrMoV14 5, e quello per la cappa, 18Mn18Cr) e due orientazioni delle fibre, secondo le direzioni degli sforzi più elevati (tangenziale e radiale). 160 provini sono stati opportunamente ricavati da cappe e rotori reali, tenendo conto delle normative in materia e dei vincoli dimensionali.
- La nuova attrezzatura di carico è stato sviluppata inizialmente per via concettuale, per ricercare la soluzione che minimizzasse i fenomeni di disassamento e quindi le sollecitazioni flessionali in prove nominalmente a sola trazione e compressione.
- La soluzione scelta e realizzata si caratterizza per la presenza di un cuscinetto assiale con ralla sferica con uno degli anelli posto capovolto, per permettere un auto-allineamento del provino, compensando gli eventuali disassamenti in termini di spostamenti e rotazioni. Opportune prove di validazione hanno dato esito confortante, permettendo di stimare uno spostamento traversale fra le estremità del provino di appena due centesimi di mm ed una rotazione relativa di meno di un decimo di grado. Il rapporto fra la massima deformazione dovuta alla flessione e la massima deformazione dovuta al carico nominale tende a valori del 5-7% ed

appare accettabile anche sulla base di precedenti, per quanto datati, studi in letteratura.

- Tutte le prove di caratterizzazione sono state eseguite con acquisizione dei dati assistita da programmi LabView (V8.0), realizzati espressamente. Durante le prove di fatica, effettuate a deformazione imposta sino alla formazione di un primo difetto ingegneristicamente visibile, tali programmi hanno avuto un ruolo chiave nel monitoraggio della fase stabile del ciclo e, successivamente, di quella di enucleazione del difetto.
- Le prove di caratterizzazione hanno riguardato sia il materiale del rotore che quello della cappa con orientazione tangenziale delle fibre. Si è potuto evidenziare che il materiale della cappa presenta caratteristiche statiche piuttosto spinte, con scostamento al limite di proporzionalità oltre i 1200 MPa, mentre lo stesso parametro per l'altro materiale si attesta intorno agli 800 MPa. Entrambi i materiali presentano un addolcimento ciclico, molto marcato nel caso di quello della cappa. Quest'ultimo materiale si dimostra il migliore anche nel comportamento a fatica, con più elevati (di circa il 40%) coefficienti di resistenza a fatica (σ'_f) e di duttilità (ε'_f) e con un curva di Manson-Coffin, maggiormente spostata verso l'alto ed ad andamento piuttosto spianato (appena accennato il passaggio fra comportamento prevalentemente elastico e comportamento prettamente plastico).
- Nei prossimi mesi si prevedono ulteriori prove per portare a compimento la campagne sperimentale pianificata in Tab. (2). Una volta noti tutti i parametri di entrambi i materiali nelle due orientazioni delle fibre previste, si procederà al perfezionamento e allo sviluppo di algoritmi numerico-simulativi, per mettere a disposizione uno strumento in grado di assistere il progettista nella fase di sviluppo e soprattutto di revisione e previsione di vita residua delle cappe e dei rotori.

Ringraziamenti

Gli autori desiderano ringraziare i tecnici Sig. Dino Balduzzi e Sig.ra Vanda Roversi del Dipartimento DIEM dell'Università degli Studi di Bologna per il prezioso aiuto durante le prove sperimentali.

REFERENCES

[1] W. Tong, 2004. "Design and analysis of retaining ring locking key groove in turbine generators". In Proceedings of the 2004 ASME International Congress and Exposition, Anaheim, CA, USA, Vol. **117** of *American Society of Mechanical Engineers, Design Engineering Division (Publication) DE*, American Society of Mechanical Engineers, pp. 167–171.

[2] W.G. Moore, 1999. "Evaluation, repair & restoration of generator magnetic retaining rings". In Proceedings of the 1999 International Joint Power Generation Conference and Exhibition and ICOPE '99, Burlingame, CA, USA, Vol. **34** of *American Society of Mechanical Engineers, Power Division (Publication) PWR*, ASME, Fairfield, NJ, USA.

[3] A. Balitskii, O. Krohmalny, I. Ripey, 2000. "Hydrogen cooling of turbogenerators and the problem of rotor retaining ring materials degradation". *International Journal of Hydrogen Energy*, **25**, pp. 167–171.

[4] K. Orita, Y. Ikeda, T. Iwadate, J. Ishizaka, 1990. "Development and production of 18Mn-18Cr non-magnetic retaining ring with high yield strength". *ISIJ Journal*, **30**, pp. 587–593.

[5] A.I. Balitskii, M. Diener, R. Magdowski, V.I. Pokhmurskii, M.O. Speidel, 1998. "Anisotropy of fracture toughness of austenitic high nitrogen chromium-manganese steel". In Proceedings of the 1998 5th International Conference on High Nitrogen Steels (HNS), Stockholm, Svezia, Vol. **318** of *Materials Science Forum*, Trans Tech Publ, Uetikon-Zuerich, Switzerland, pp. 401–406.

[6] J.B. Vogt, 2001. "Fatigue properties of high nitrogen steels". *Journal of Materials Processing Technology*, **117**, pp. 364–369.

[7] J. Nixon et al., 1992. "Materials of Generator Endwinding Retaining Rings". *GEC Alstom Review*, **9**, pp. 19–34.

[8] Y. Yamamoto, T. Namera, T. Otaka, H. Ito, M. Tari, 2001. "Successful manufacturing and shop testing of the world's largest tandem 2-pole, 60Hz, 1,000MW turbine generator". In Proceedings of the IEEE Power Engineering Society Transmission and Distribution Conference, Atlanta, GA, USA, Vol. **3** (Summer) of *Proceedings of the IEEE Power Engineering Society Transmission and Distribution Conference*, Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., pp. 1393–1398.

[9] D.P. Peagno, 1994. "Coil retaining rings - Rotek engineering's experience". In Proceedings of the Electrical Engineering Congress 1994, Sydney, Australia, Part 2, Vol. **1** (94/11) of *National Conference Publication - Institution of Engineers, Australia*, IE Aust, Crows Nest, NSW, pp. 251–258.

[10] J.T. Murphy, R. Ballinger, H. Becker, D. Gwinn, S. Mathew, 1992. "Turbogenerator flywheel for alcator C-MOD". In Proceedings of the IEEE Power Engineering Society Transmission and Distribution Conference, Dallas, TX, USA, pp. 551–554.

[11] W.Y. Maeng, D.D. Macdonald, 2008. "The effect of acetic acid on the stress corrosion cracking of 3.5NiCrMoV turbine steels in high temperature water". *Corrosion Science*, **50**, pp. 2239–2250.

[12] K.J. Nix, T.C. Lindley, 1988. "The influence of relative slip range and contact material on the fretting fatigue properties of 3.5NiCrMoV rotor steel". *Wear*, **125** (1-2), pp. 147–162.

[13] V.P. Swaminathan, T.T. Shih, A. Saxena, 1982. "Low frequency fatigue crack growth behavior of A470 class 8 rotor steel at 538°C (1000°F)". *Engineering Fracture Mechanics*, **16** (6), pp. 827–836.

[14] S.A. Bashu, 1990. "Impact energy/specimen thickness relationship for two turbine steels". *Journal of Testing and Evaluation*, **18** (5), pp. 363–368.

[15] V.P. Swaminathan, H.G. Pennick, M.J. Jirinec, J. Madia, 1991. "Remaining life assessment of the East River 7 high pressure rotor". In Proceedings of the 1991 International Joint Power Generation Conference, San Diego, CA, USA, Vol. **15** of *American Society of Mechanical Engineers, Power Division (Publication) PWR*, ASME, New York, NY, USA, pp. 69–78.

[16] V.V. Skorchelletty, E.P. Silina, V.A. Zaytsev, V.V. Maslov, T.D. Lubeznova, 1981. "Stress corrosion cracking of turbogenerators rotors retaining rings". *Elektrychiskie stantsii*, **12**, pp. 40–42.

[17] M.O. Speidel, 1981. "Nichtmagnetisierbare stahle fur generator-kappenringe, ihr widerstand gegen korrosionermundung". *VGB Kraftwerkstechnik*, **61** (5), pp. 1048–1053.

[18] N.L. Kilpatrick, M.I. Schneider, 1990. "Update on experience with in-service examination of non-magnetic rings on generator rotors". In Proceedings of the Third P900-Coloquium, VSG Essen Works, Essen, Germania, pp. 103–109.

[19] G. Klempner, I. Kerszenbaum, 2004. *Operation and maintenance of large turbo generators*, IEEE Press, New York.

[20] D. Bokelman, K. Forch, K.D. Haverkamp, 1991. "Forging Technique for the Manufacture of a Heavy Flywheel with 108 t Forging Weight". In Proceedings of the 11th International Forgemasters Meeting, Terni/Spoleto, Italia.

[21] M.C. Sun, Y.H. Sun, R.K. Wang, 2004. "50Mn18Cr4WN retaining ring macroresidual stress relieving by pulsating oil pressure". *Materials Letters*, **58**, pp. 1340–1343.

[22] ASTM E606-04, 2004. Standard Practice for Strain-Controlled Fatigue Testing.

[23] A. Freddi, S. Curioni, G. Caligiana, 1989. "La vita a fatica torsionale negli alberi dei turbo gruppi". Report interno Dip. DIEM, Università degli Studi di Bologna, Italia.

[24] G. Olmi, A. Freddi, 2008. "Low Cycle Fatigue on Coil Retaining Rings and Turbogenerator Rotors: a preliminary analysis". In Proceedings of the 25th Danubia-Adria Symposium, České Budějovice, Česky Krumlov, Rep. Ceca, Vol. **1** of *Danubia Adria - 25th Symposium on Advances in Experimental Mechanics*, Czech Technical University in Prague, pp. 199–200.

[25] G. Glinka, 1985. "Energy density approach to calculation of inelastic strain-stress near notches and cracks". *Engineering Fracture Mechanics*, **22** (3), pp. 485–508.

[26] M.N.K. Singh, A. Buczynski, G. Glinka, 1997. "Notch stress-strain analysis in multiaxial fatigue". *European Structural Integrity Society*, **22**, pp. 113–124.

[27] A. Buczynski, G. Glinka, 2003. "An analysis of elasto-plastic strains and stresses in notched bodies subjected to cyclic non-proportional loading paths". *European Structural Integrity Society*, **31**, pp. 265–283.

[28] G. Pahl, W. Beitz, 1997. *Engineering Design, a Systematic Approach*, Springer-Verlag, Berlin, Germania.

[29] B.W. Christ, 1973. "Effects of misalignment on the pre-macroyield region of the uniaxial stress-strain curve". *Metallurgical Transactions*, **4** (8), pp. 1961–1965.

[30] R.K. Penny, E.G. Ellison, G.A. Webster, 1966. "Specimen alignment and strain measurement in axial creep tests". *Material Research and Standards*, **6** (2), pp. 76–84.

[31] R.J. O'Kane, 1971. "Discussion in elevated temperature testing problem areas". *American Society for Testing and Materials*, STP 488, pp. 61–64.

[32] G. Birkbeck, N.J. Petch, D.M. Rae, 1972. "Eccentricity of loading in tensile testing". *Journal of Iron and Steel Institute*, pp. 675–679.

[33] UNI 6761-1992, 1992. Attrezzi di manovra. Spazio minimo per la manovra di viti e dadi esagonali,.

[34] A.K. Schmieder, A.T. Henry, 1971. "Axiality measurements on fifty creep machines". *Elevated Temperature Testing Problem Areas*, STP 488, pp. 43–60.

[35] UNI EN 10002-1, 2004. Materiali metallici, Prova di trazione, Parte 1: Metodo di prova a temperatura ambiente.

[36] C. Delprete, R. Sesana, A. Vercelli, 2009. "Stima della vita LCF e TMF di acciaio austenitico: confronto analitico sperimentale di modelli di danneggiamento", In Proceedings of the XXXVIII AIAS National Conference, Torino (Italia).

FATIGUE ASSESSMENT OF COMPLEX WELDED STRUCTURES USING FINITE ELEMENT ANALYSIS AND ASME DIV. 2 MASTER CURVE

Gianni Nicoletto
Department of Industrial Engineering,
University of Parma, Italy
E-mail: gianni.nicoletto@unipr.it

Tito Marin
Department of Industrial Engineering,
University of Parma, Italy
E-mail: marin@ied.unipr.it

Abstract. *Fatigue design of welded structures can be carried by norms or by analysis. The introduction of a new structural stress definition in combination with a master S/N curve has greatly enhanced the applicability and accuracy of finite-element-based fatigue assessment of complex welded joints. The method, recently included in the ASME Div. 2 code, has been implemented in a post-processor of finite element results. The applications presented here confirm the main features such as mesh and element type insensitivity, accuracy in crack initiation location and fatigue life prediction .*

Keywords: *fatigue, welded joint, finite element, structural stress*

1. INTRODUCTION

Welding is a widely used joining technique for metallic structures and components in many industrial sectors. A common failure mode of welds is fatigue cracking, [1,2]. Fatigue crack initiation is favoured by: i) local material heterogeneity associated to the thermo mechanical process, that leads to modification of the local microstructure and to the alteration of the mechanical properties of the material in the weld area; ii) high local stress concentration due to the geometric discontinuity associated to the weld itself and possibly small defects, such as slag inclusions, gas pores, lack of fusion zones and undercuts. Often, therefore the crack initiation phase is extremely short, if not absent, and the whole fatigue life of the joint is spent in the crack propagation phase.

Residual stresses play an important role in the definition of the actual stress state at the crack-prone locations, such as the weld toes. Residual stresses are usually tensile and close to the yield strength of the material and, even if their effect is less pronounced in small components, they are commonly blamed for relative insensitivity of the fatigue strength of welds to the mean stress. Therefore the fatigue behaviour of as-welded joints is usually described in terms of only the stress ranges.

A comprehensive body of standards, [3,4], as well as a large number of publications offer a variety of methods for evaluating the effect of dynamic stress on the life cycle of a welded structure, [2-6]. Several of these methods are based on nominal stresses. With the

expanding use of the finite element method in structural design, other methods are using structural or notch stresses and latest developments are dealing with nodal forces, [2]. After a brief review of some well established techniques, a recent finite element–based approach to the fatigue assessment of welded joints is described in this contribution. Finite element modelling difficulties, i.e. mesh sensitivity of stress results and element type selection for weld representation, are relaxed. An original postprocessor that combines the new modelling approach with the master S/N curve included recently in the ASME code is presented and applied to different welded configurations. The predictive capability of the developed tool is verified by correlation to published results and a parallel experimental program.

2. METHODS FOR FATIGUE ASSESSMENT OF WELDED JOINTS

The methods for the fatigue assessment of welded joints are commonly classified into "global" and "local" families, [1,2,5]. The former method consists of the traditional nominal stress approach, see Fig. (1), [1], which is still the most used for its simplicity and is the basis of all standards and design codes. With the nominal stress approach no attempt is made of taking into account the stress concentrations due to macro- and micro-geometric effects of the joints. It employs several empirical S-N curves that are associated with detail categories and on corrective factors, [3,4]. The selection of a detail class for a welded joint type and loading mode is often subjective and, in many common situations, difficult even or a skilled engineer. This is especially true when the geometry of the structure is complex or when the stress state is not reducible to a simple main component. Moreover real structures may develop fatigue cracks in locations different to those indicated in the details present in the standards so this method has severe limitations.

The group of "local" methods are based on the determination of different local parameters, ranging from the notch stress and notch strain to the fracture mechanics parameters such as J-integral and the stress intensity factor, see Fig. (1) [1]. They are also aimed at different phases of the fatigue process: for example local notch stress is suitable for the crack initiation while fracture mechanics is ideal for crack propagation, [5,7].

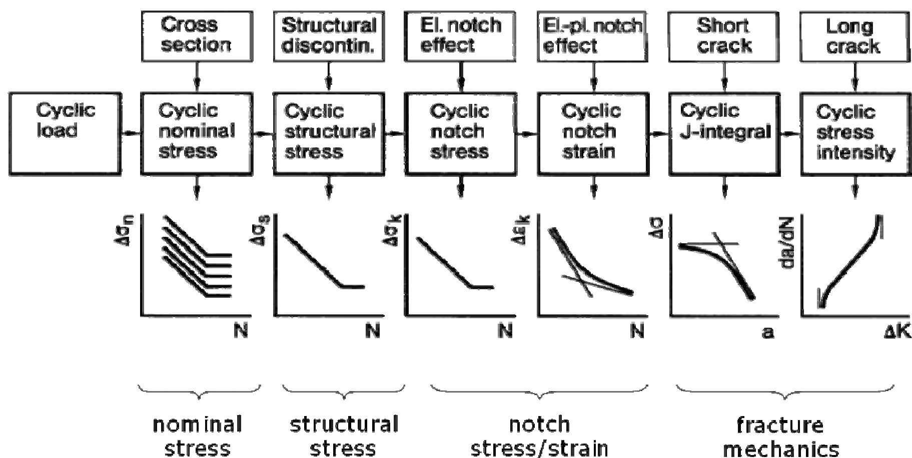
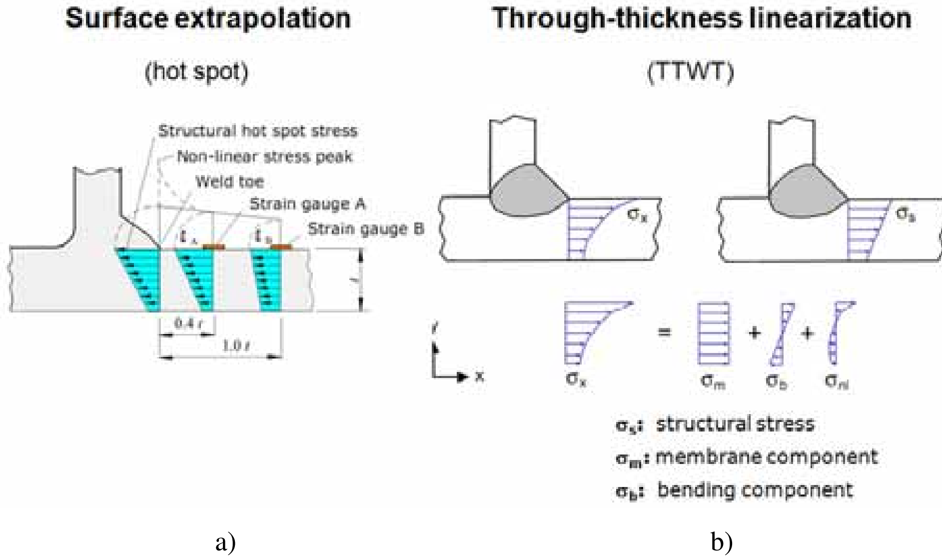


Figure 1. Classification of the different methods for the fatigue assessment of welds, [1].



a) b)

Figure 2. a) Decomposition of the through thickness stress at the weld toe; b) stress component acting normal to the weld fillet...

Even if these local approaches have a significant theoretical foundation, the applicability is often confined to specific cases and therefore they cannot be easily generalized to cover the variety of situations typically found in engineering and are not yet accepted in the standard codes.

An intermediate approach between "global" and "local" methods uses a definition of a representative stress, in proximity of the weld toes, which is based on an idealized stress distribution in the thickness of the joined members. Different terms have been used for defining this stress depending on the field of application and on the way it is calculated (i.e. geometric stress, structural stress, hot-spot stress). The term structural stress is adopted in Fig. (1), [1]. The structural stress approach is suited for the assessment of fatigue failures occurring at the weld toes; accordingly it is the stress component normal to the crack plane, i.e. normal to the weld line that is the driver for crack propagation. The structural stress can be inferred by surface measurements and extrapolations, leading to the traditional hot-spot technique, Fig. (2a). This procedure can be replicated by numerical simulations using finite element models and is present in standard codes (i.e. Eurocode3, [4]).

Alternatively, as depicted in Fig. (2b), the stress component orthogonal to the weld line is considered and a linearized distribution over the section thickness is determined through FE simulation interrogating nodal stresses, [8]. Such practice has also been introduced in pressure vessel standard EN 13445, [2]. As a result of the linearization, the structural stress σ_s at the weld toe is composed by a membrane part σ_m, constant in the thickness, and a bending part σ_b, while the remaining self-equilibrated non-linear σ_{nl} is not considered. Therefore the structural stress includes only the global effects of structural discontinuities but disregards the notch effect due to the local weld geometry. This approach requires a linear elastic finite element analysis and the fatigue assessment is performed using structural stress S-N curves that are in limited number with respect to the nominal stress S-N curves.

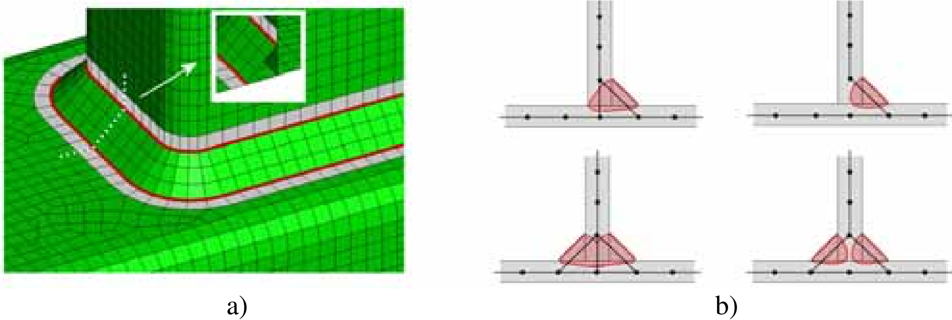
3. THE STRUCTURAL STRESS APPROACH BASED ON NODAL FORCES

The finite element method when applied for the calculation of a structural stress in the traditional surface extrapolation method and in the through thickness linearization is typically characterized by mesh-dependence of the results. P. Dong and colleagues at Battelle Institute have recently formulated an effective procedure for the calculation of the structural stress from forces and moments at the nodes of a finite element mesh, based on work-equivalence considerations, [8]. This method has the distinctive advantage of providing a structural stress fairly insensitive to the mesh features (element size and element type) in the areas corresponding to the weld toes. Elemental stresses or stresses extrapolated to the nodes are in fact influenced by the element formulation and by the geometric characteristics of the finite elements, whereas nodal forces directly derive from the equilibrium of the structure, [12]. Nodal forces (and moments) for each element are calculated from the stiffness matrix and the nodal displacements (and rotations). The displacements are the primary output of displacement-based FE codes and the equilibrium at each node in the mesh is satisfied regardless of the element size and element formulation.

In the through thickness linearization method, first distributed line forces (and moments) are determined along the edges of the weld toe lines starting from balanced nodal forces (and moments), then at each node the structural stress is calculated as:

$$\sigma_s = \sigma_m + \sigma_b = \frac{f_y}{t} + \frac{6 \cdot m_x}{t^2} \tag{1}$$

where t is the section thickness of the plate, f_y is the line force in the local y direction orthogonal to the weld line and in the plane of the shell; m_x is the line moment in the local x direction tangent to the weld line. Forces and moments have to be preliminarily rotated into local coordinate systems defined at the nodes of the weld line. The resulting line forces (and moments) are continuous along the weld toe lines and so is the structural stress. The detailed procedure is described in several publications, for example [9-10]. Even if these concepts can be applied to solid elements (2D and 3D), the approach is particularly suited for shell elements that are often the preferred choice for modeling the structural response of thin-walled welded structures, i.e. Fig. (3a), (for example truck frames, ships, cranes, bridges, etc.).



a) b)

Figure 3: a) Tubular connection (T-joint) modeled with shell elements; b) fillet welds with partial and complete penetration.

The fatigue assessment of the welded joints becomes an additional outcome of the standard elastic stress analysis of the entire structure. The only specific requirement concerns the modeling of the welds because the fillets must be explicitly included to correctly represent the stiffness of the joints. Figure (3a) shows an example of a T-joint connection between two tubular parts using inclined elements. For the fillet weld of Fig.(3a), both two toe lines (in red) have to be analyzed since a priori it is not known, which one is the most prone to fatigue and where. Modeling strategies for partial and complete penetration seam welds are presented in Fig. (3b).

4. THE MASTER S/N CURVE OF THE ASME CODE

After the structural stress analysis is carried out according to the method described in the previous section, the fatigue assessment of the welded joint is carried adopting the ASME Boiler and Pressure Vessel Codes Division 2, [13], where the master S-N curve has the following form:

$$\Delta S_s = C \cdot N^h \quad (2)$$

where *C* and *h* are material constants and are tabulated for different prediction intervals and for two classes of materials: structural steels and aluminium. This unique S-N curve was demonstrated to correlate multiple S-N curves when the scaling parameter ΔS_s was defined based on fracture mechanics considerations implying that crack propagation dominates fatigue lives in welded joints. For constant amplitude loading, the equivalent structural stress range ΔS_s is defined as:

$$\Delta S_s = \frac{\Delta\sigma_s}{t^{(2-m)/2m} \cdot I(r)^{1/m}} \quad (3)$$

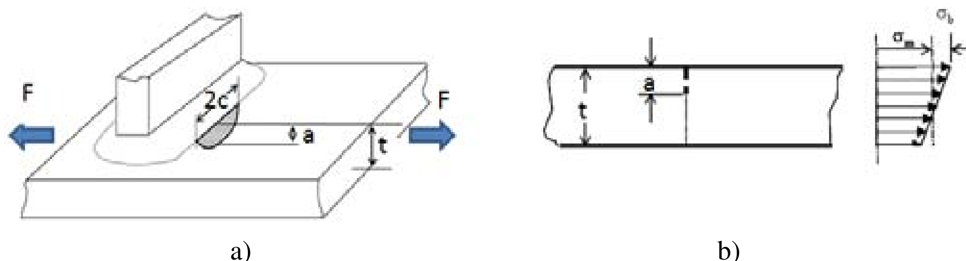
where the structural stress range $\Delta\sigma_s$ obtained according to Eqn. (1) at every node along the weld toes. In Eqn. (3) the constant *m* is equal to 3.6 and represents the slope of a Paris-like fatigue crack propagation curve of constructions steels, *t* is the section thickness and *r* is the following load ratio:

$$r = \frac{\Delta\sigma_b}{\Delta\sigma_m + \Delta\sigma_b} \quad (4)$$

that represents the bending stress proportion of the total structural stress. *I(r)* in Eqn. (3) is the following polynomial function of the load ratio

$$I(r)^{1/m} = 0.0011r^6 + 0.0767r^5 - 0.0988r^4 + 0.0946r^3 + 0.0221r^2 + 0.014r + 1.2223 \quad (5)$$

which is derived by fracture mechanics concepts assuming the presence of a fatigue crack at the weld toe, see Fig. (4a), that propagates through the thickness in the presence of the linearized stresses shown in Fig. (4b).



a) b)

Figure 4 a) assumed surface crack at weld toe; b) equivalent fracture mechanics scheme

P. Dong, [10, 11], has proved that the master S/N curve of Eqn. (2) consolidates many weld geometries and loading modes in a narrow scatter-band. Contrary to most standards, neither a cut-off limit (fatigue strength for infinite life) nor any knees in the curve are prescribed.

5. VALIDATION OF METHOD AND SOFTWARE

The methodology described so far has been originally implemented in a post-processor of the finite element code ABAQUS using the Matlab programming environment, [14-15]. Code validation was carried out initially by correlation with published data as reported elsewhere. To further validate the structural stress approach and ASME master S-N curve, an experimental program was planned, performed and is reported here. Different welded configurations were defined and modeled with the finite element method. In parallel welded specimens were fabricated and subjected to pulsating tensile constant amplitude loading (stress ratio R=0) using a servo-hydraulic fatigue testing machine MTS. The maximum load was set to values corresponding to a given number of cycles. For test time optimization, the target life of the experiments ranged from N=1.0E+5 to N=5.0E+5. From the target life, the structural stress was deduced using Equations 3-5 and compared to the maximum structural stress found in a finite element simulation of the specimen.

The specimens consisted of flat steel plates (thickness t=8 or 10mm, width w=50mm, length L of 300mm) with steel profiles welded on the top surface. The profiles were H-shaped, T-shaped and a cubic block (“H”, “T”, “B” types in the following). The material was a typical structural steel Fe510. The failure criterion adopted was the complete propagation of the fatigue cracks through the plate thickness, so the tests were continued until final fracture had occurred and the total number of cycles could be determined. Finite element calculations and experiments are presented with several aims: i) to demonstrate that the nodal force and moment approach is insensitive to mesh density; ii) to verify that solid elements and shell elements can be equivalently used in modeling welded joints; iii) to prove the high predictive capability of the finite element-based ASME code approach.

Insensitivity to Mesh Density

Figure (5a) shows the type “T” specimen geometry where the welded T is 5 mm thick steel. Two finite element models were prepared using shell elements and very different mesh density at the weld toes, high in Fig. (5b) and low in Fig. (5c). Because of the particular geometry, the T-shaped attachment is completely wrapped by the inclined elements forming the fillet.

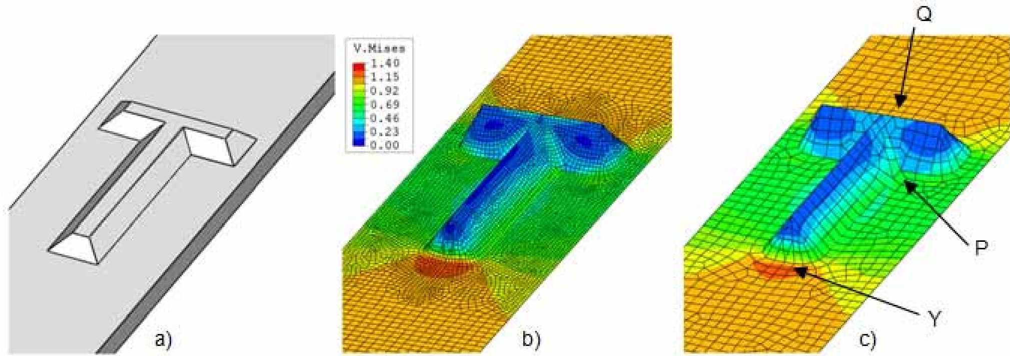


Figure 5: a) Specimen with the T-shaped attachment; b)-c) shell models with different mesh size. The V.Mises stress is normalized by the nominal tensile stress.

The toe line is continuous and smooth except in two points where there is an abrupt change in direction and a 90° angle. At these points (marked with a P in Fig. (5c)) some disturbance in the structural stress distribution has to be expected. Figs. (5b) and (5c) show the Mises stress distribution. The normalized results of the post-processed stress are illustrated in Fig. (8) for the two mesh densities. The x-axis refers to the position of the nodes on the toe line with respect to a curvilinear abscissa with origin on the tip of the T and running along the whole fillet. The continuous lines refer to the coarse mesh while the dashed lines correspond to the fine mesh.

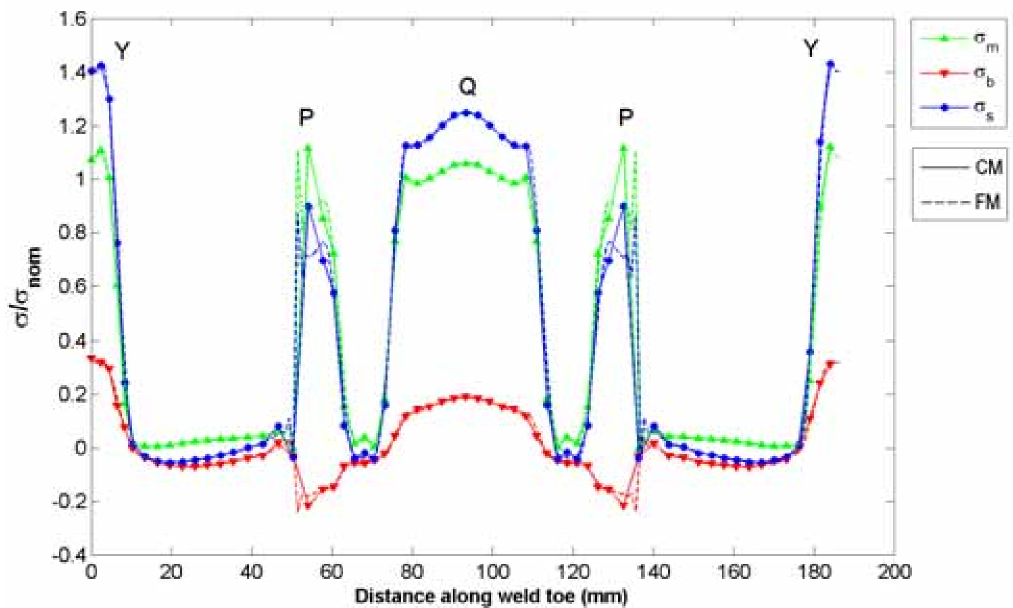


Figure 6: Structural stress and its components along the fillet weld of type "T" specimen. CM: coarse mesh, FM: fine mesh.

The structural stress values including the bending and the membrane components are normalized by the nominal stress in the section (σ_{nom}= *F/A*, *F*: applied force, *A*: cross-section area of the base plate). These stresses are to be intended as located on the upper surface of the plate and at the intersection of the weld elements and plate elements. The graph shows that there is an obvious symmetry due to the geometry, and, above all, that the fine mesh and coarse mesh plots are consistently overlapped with differences substantially negligible almost everywhere.

Differences show only close to the points P as discussed before. The plot demonstrates that the membrane stress is dominant while the macro-geometric notch effect caused by the welded attachment is responsible for the bending component. Peak values are reached at the tip of the "T" (point Y in Fig. (5c)) and in the middle of the top leg of the "T" (point Q in Fig.(5c)). These are actually the locations of the fatigue failures, the choice between Y and Q being dictated by the local weld quality. The structural stress along the sides of the "T", which are parallel to the load direction, is close to zero because only the stress component normal to the weld fillet is considered as damaging.

Influence of Finite Element Type

Figure (7) shows the type "H" specimen geometry where the welded H profile is made of 5 mm thick steel. Two finite element models prepared using either solid elements or shell elements are also presented in the same Fig. (7). The H-shaped attachment is completely wrapped by the inclined elements forming the fillet. The two legs of the H profile transverse to the loading direction are of slightly different length to affect univocally the fatigue crack initiation place. Disturbance in the structural stress distribution is expected as in the previous case at weld corners.

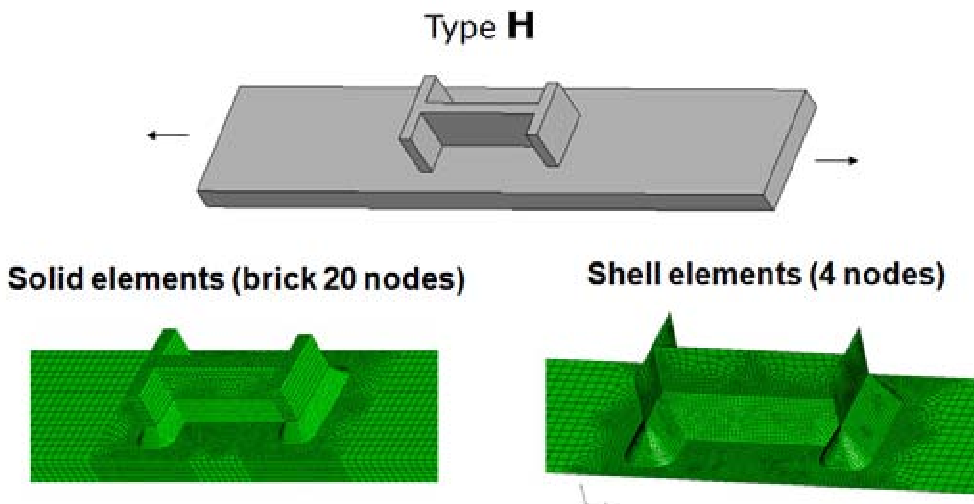


Figure 7: Finite element model using 3D elements and real specimen with the solid block.

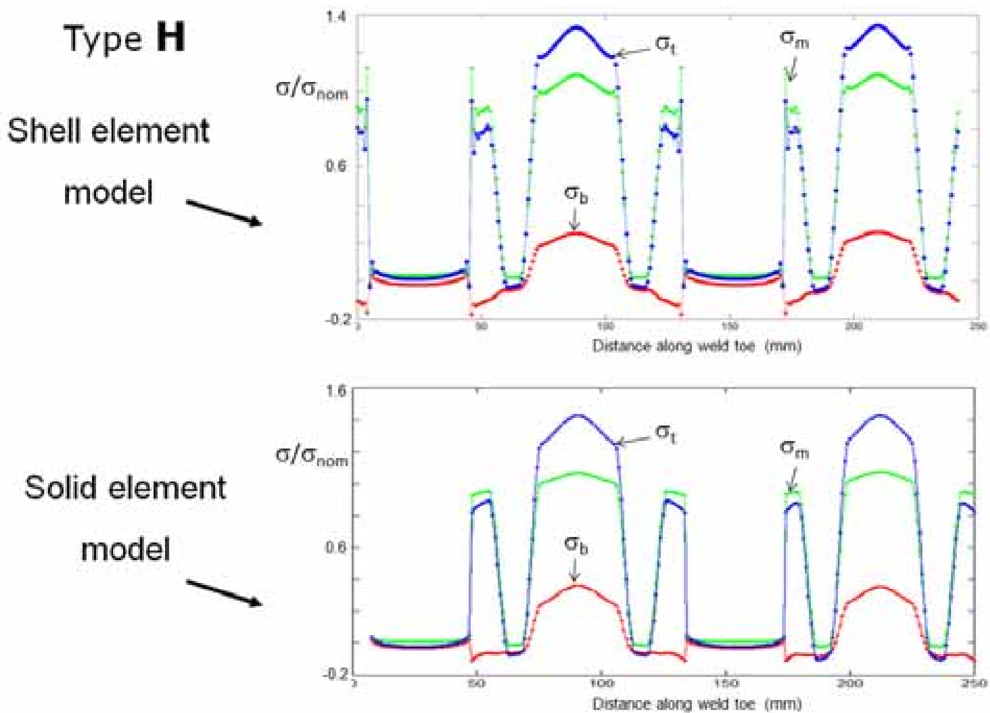


Figure 8. Normalized structural stresses along the weld toes of type H weld configurations.

The structural stress including the bending and the membrane components are normalized by the nominal stress in the section (σ_{nom}= *F/A*, *F*: applied force, *A*: cross-section area of the base plate) are shown in Fig. (8) for the two types of finite element models. The graph shows the complex evolution along the weld toe that surrounds the H profile. The stress variations in Fig. (8) are quite similar and independent of type of finite element chosen. The peak stresses are achieved at the center of the transverse plates and insensitive to the plate length, possibly because the difference is small. The shell element model shows stress oscillation at weld corners. The normalized peak structural stress values are quite similar, close to 1.4 in both cases and independent of element type used for modeling.

Fatigue Life Predictive Accuracy

The experimental results on H and T type specimens tested in fatigue are plotted in the into the 2007 ASME Div. 2 Master curve of Fig. (9), where N is the number of cycles to fracture and the equivalent structural stress range ΔS_s obtained from the FE calculations at the point along the toe line where the fatigue crack initiated. They all fall within the 2σ scatter band in all cases and on the safe side with respect to the mean S-N curve.

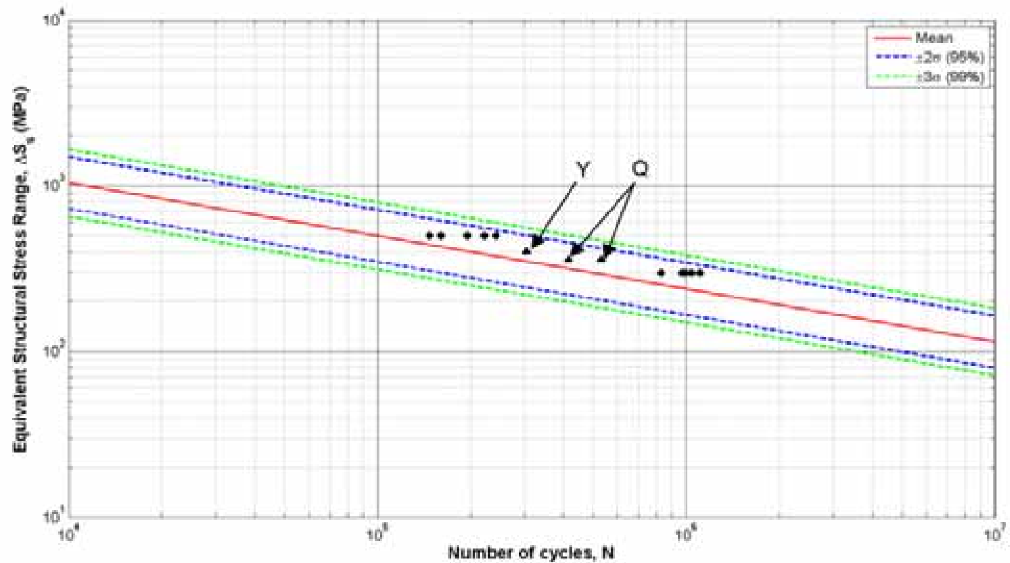


Figure 9: 2007 ASME Div.2 master S-N curve and experimental results
(●: specimens H, ▲: specimens T)..

The crack initiation location, see Fig. (10), of type H specimens was always predicted correctly while for type T two specimens out of three developed a crack at points Q instead of the predicted point Y (see Fig. (5) and Fig. (6)). This was attributed to the generous grinding at the tip of the T (point Y) that alleviated the stress concentration at the notch and produced a beneficial effect to fatigue strength.

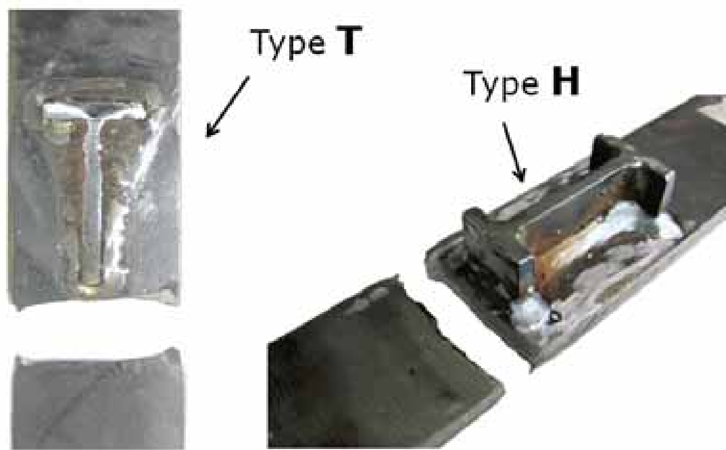


Figure 10. Fractured fatigue specimens.

The effect was sufficient to retard the fatigue initiation so the crack propagated at point Q where the grinding was almost absent. These two T specimens in the graph have a lower ΔS_s because the structural stress is lower at points Q (and the ratio *r* is also different). All the data, independently of the specimen geometry, fall within the $\pm 2\sigma$ scatter band, therefore demonstrating that the predictions using the presented calculation approach are quite accurate.

6. CONCLUSIONS

The work presented a structural stress approach to fatigue assessment of welded joints that integrates well with the finite element method. The procedure was applied to different specimen geometries subjected to constant amplitude loading and the combination of calculated structural stresses and of ASME master S-N curve predicted correctly the location of crack initiation and the fatigue lives determined by experiments. This structural stress approach demonstrated its mesh-insensitivity. Models developed alternatively with solid element and shell finite elements gave substantially similar structural stresses.

REFERENCES

[1] Radaj D., 1990. *Design and Analysis of Fatigue Resistant Welded Structures*, Abington Publishing, Cambridge

[2] Radaj D., Sonsino C.M., Fricke W., 2006. *Fatigue Assessment of Welded Joints by Local Approaches* (2nd Ed.), Woodhead Publishing, Cambridge

[3] Anon., 1993. "Code of practice for fatigue design and assessment of steel structures", BS7608, British Standards Institution.

[4] Anon., 1992. "Design of steel structures"—Part 1-1. ENV 1993-1-1. Eurocode 3, European Committee for Standardization, Brussels.

[5] Fricke W. , 2003. "Fatigue Analysis of Welded Joints: State of Development", *Marine Structures*, **16**, 185-200

[6] Hobbacher A., 1996. "Fatigue Design of Welded Joints and Components", Recommendations of IIW Joint Working Group XIII – XV, Woodhead Publishing

[7] Atzori B., Lazzarin P., Tovo R., 1999. "From the local stress approach to fracture mechanics: a comprehensive evaluation of the fatigue strength of welded joints", *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 22, 369-382

[8] Niemi E., 2001. "Structural Stress Approach to Fatigue Analysis of Welded Components—Designer's Guide". IIW-Doc. XIII-1819- 00/XV-1090-01 (Final Draft)

[9] Dong P., 2001. "A structural Stress Definition and Numerical Implementation for Fatigue Analysis of Welded Joints", *International Journal of Fatigue* **23**, 865–876

[10] Dong P., Hong J.K., Cao Z., 2003. "Stresses and Stress Intensities at Notches: 'Anomalous Crack Growth' Revisited", *International Journal of Fatigue* **25**, 811-825

[11] Dong P., Hong J.K., 2004. "An effective structural stress parameter for evaluation of multiaxial fatigue", IIW Doc. XIII-2036-04/XV-1173-04

[12] Fermer M., Andreasson M., 1998. “Fatigue Life Prediction of Mag-Welded Thin-Sheet Structures”, *SAE Technical Paper 982311*

[13] Anon., 2007. *ASME Boiler and Pressure Vessel Code*, Section VIII, Rules for construction of pressure vessels, Division 2- Alternative rules, ASME.

[14] Marin T., Nicoletto G., 2009. “Fatigue design of welded joints using the finite element method and the 2007 ASME Div. 2 master curve”, *Atti IGF workshop su Progettazione a fatica di giunzioni saldate (… e non)*, Forni di Sopra

[15] Marin T., Nicoletto G., 2009. “Finite Element-based Fatigue Analysis of Seam-welded Joints using the ASME Div. II Master S-N Curve”, *Proc. VAL2 Second International Conference on Material and Component Performance under Variable Amplitude Loading*, Darmstadt

PRELIMINARY PLANE MECHANICAL MODELLING OF A HEXAGONAL CONTACT

Antonio Strozzi
Department of Mechanical and Civil Engineering,
University of Modena and Reggio Emilia, Italy
E-mail: antonio.strozzi@unimore.it

Enrico Radi
Department of Engineering Science and Methods,
University of Modena and Reggio Emilia, Italy
E-mail: enrico.radi@unimore.it

Andrea Baldini
Department of Mechanical and Civil Engineering,
University of Modena and Reggio Emilia, Italy
E-mail: andrea.baldini@unimore.it

Matteo Giacopini
Department of Mechanical and Civil Engineering,
University of Modena and Reggio Emilia, Italy
E-mail: matteo.giacopini@unimore.it

Eleonora Campioni
Department of Mechanical and Civil Engineering,
University of Modena and Reggio Emilia, Italy
E-mail: eleonora.campioni@unimore.it

Abstract. *A hexagonal joint is mechanically analysed. A cross section of the contact between male and female components is modelled as a plane strain problem, and the contact and detachment zones are investigated with two approaches, a) an analytical study formulated in terms of an integral equation; b) a FE analysis. Preliminary results refer to the situation of null initial clearance and coefficient of friction. For each side of the hexagonal contact, the contact zone constitutes a small portion of the length of the hexagonal side, since separation occurs along a sizeable side length.*

Keywords: *conforming contact , plane elasticity, hexagonal joint*

1. INTRODUCTION

Polygonal contacts are encountered in keyless polygonal joints, employed as an alternative mechanical solution to keyed joints in the transmission of torque between two shafts. In [1] the merits of the polygonal joints are critically reviewed.

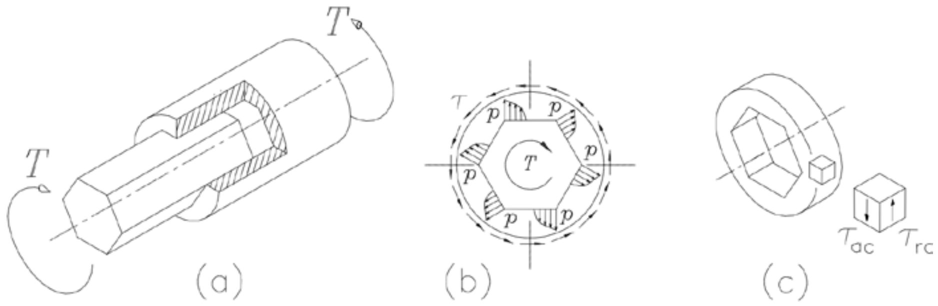


Figure 1. (a) sketch of the polygonal joint; (b) plane modelling: (c) shear stresses

Figure (1a) presents a sketch of the polygonal joint. From a structural viewpoint, two main aspects addressing the design of polygonal couplings are of particular relevance. First, the distribution of the torque along the axial length of the coupling is rarely constant, since two torque peaks occur at the extremities of the axial length of the engagement. Secondly, referring to a general cross section of the coupling, the contact pressure between the boundary of the polygonal male component and the border of the polygonal cavity, as well as the contact and separation zones, are relevant pieces of information from an engineering design viewpoint.

Only a few studies address the torque distribution in the coupling axial direction, e.g. [2] and [1]; the results retrieved refer to specific coupling geometries, so that a rule of general validity concerning the distribution of torque in the axial direction is difficult to extract.

Conversely, the contact stresses in a transverse cross section of a polygonal coupling have attracted comparatively higher attention from the researchers. In particular, in [3] a plane analysis of the contact forces and a modelling in terms of beam of the female component are carried out, and the deflections and internal forces and moments are determined. In [4], on the basis of engineering judgment, it is assumed that one half of the length of each side of the polygonal profile is in contact, whereas separation takes place in the remaining side portion. In addition, the contact pressure profile is assumed as triangular. In [5] plane photoelastic and FE studies are carried out, and it is confirmed that the contact pressure concentrates over a limited portion of each side of the polygonal profile. In [2] a 3D FE study is worked out, and the sensitivity of the mechanical response to the coefficient of friction is explored. The work of [2] is revisited in [1] by using 3D BEM, and an accurate evaluation of both stress field and contacting zones is achieved. In particular, the side portions are evidenced where separation occurs between the two mating profiles.

This paper reconsiders a plane modelling of the polygonal coupling, by developing an approximate analytical solution of this contact problem, a result that justifies this return to a classical problem. Some FE results are also presented.

Two are the main analytical approaches to contact problems. According to the first method, a Fourier-type expansion of the contact pressure is adopted, e.g. [6]. In the second approach, the contact pressure is interpreted as a sequence of infinite, infinitesimal,

contiguous point forces, where the Green (influence) function concept is used to describe the deformability of the two mating profiles. The problem is thus cast in terms of an integral equation, e.g. [7], whose solution is the contact pressure profile.

In the title problem, the corners of the polygonal male indent the sides of the female counterpart, thus promoting concentrated pressure peaks, well evidenced in the above technical literature. The Fourier-type approach is not suitable for describing such spikes and, therefore, it was decided to employ the integral equation method. The various simplifications adopted to make this problem mathematically more tractable are critically examined in the following.

The paper is organised as follows. The modelling of the contact problem expressed in the title is developed in section 4, and it comprises a discussion on the Green function, a mathematical description of the combined deformations of the mating surfaces, the formulation in terms of integral equation, and the series solution.

Section 5 presents the FE study. Section 6 displays the forecasts in terms of both definition of the zones where separation occurs between the mating surfaces, and contact pressure distribution for the analytical model and the FE study. The comparison between analytical and FE predictions aims at assessing the validity limits of the analytical approach and, in particular, of the Green function adopted, and it spurs possible improvements to the analytical approach, presented in Section 7.

2. LIMITS OF A PLANE MODELLING

The polygonal joint constitutes a fully three-dimensional problem, Fig. (1a). However, this contact problem may tentatively be split into two sub-problems, the first one dealing with the torque distribution in the axial direction of the polygonal shaft, and the second one addressing the contact aspects in a plane perpendicular to the axial direction of the polygonal shaft, Fig. (1b).

Torque is transmitted between two adjacent slices cut perpendicular to the polygonal shaft axis, Fig. (1c), through a shear strain distributed over the slice faces; this shear strain quantifies the angular distortions occurring between the axial and circumferential directions. By referring to the female component, the corresponding shear stress is denoted by τ_{ac} in Fig. (1c). In a plane modelling, such shearing strains cannot exist; consequently, it is unavoidable to equilibrate the torque imparted on the female component by the contact pressure with the male shaft, by applying a fictitious distributed shear force τ, possibly along the outer border of the female component, Fig. (1b). The corresponding shearing strains describe the angular distortions between radial and circumferential directions, and the related shear stress is denoted by τ_{rc} in Fig. (1c). It is observed that the character of the strain τ_{rc} is completely different from the actual dominant strain τ_{ac}. This alteration of the shear strain field is the price to pay to reduce a three-dimensional problem to a two-dimensional modelling.

From the following section 3 it emerges that the influence function of the male component is described in terms of the Green function valid for a disk compressed by two antipodal, radial point forces, Fig. (2a). A drawback of this modelling is that the frictionless contact pressure acts radially and, therefore, its resultant force passes through the centre of the male component. In other words, this modelling does not directly mimic the transmission of a torque between male and female components, a fact that constitutes a severe drawback of the idealisation favoured in this study. On the other hand, this approach

does not give rise to unrealistic shear strains τ_{rc} connected to the angular distortions between circumferential and radial directions, a merit that counterbalances the above signalled drawback.

3. ADDITIONAL SIMPLIFYING ASSUMPTIONS

The deformability of the male and female components should be described in terms of the elastic response of a polygonal shape subjected to transverse boundary point forces acting along each side of the polygon, supplemented by an equilibrating torque applied at the polygon centre. Since this study addresses a hexagonal profile, the angular extent of its sides is 60°, so that the maximum deviation of the normal pressure from the radial direction is 30°. Consequently, for the purpose of the present paper, that is to show the feasibility of the modelling of the title problem in terms of an integral equation, it seem acceptable to adopt[1], as Green function of the male component, the elastic response of a solid circular disk loaded by six angularly equidistant, antipodal, radial point forces, Fig. (2a).

The comparisons presented in section 6 between analytical and FE forecasts clarify the applicability limits of this approximation, and suggest possible improvements to this approach.

To limit undesired stress concentrations, the corners of the male cross section are rounded in real components. In this preliminary study, sharp corners are considered, since this assumption simplifies the compatibility condition between the two mating surfaces. It is appreciated that the effects of rounded edges may be accounted for in the analytical solution of contact problems, e.g. [8], but at the cost of a substantial increase in the mathematical complexity.

In real applications, the polygonal shaft is often hollow. The Green function favoured in this study refers to a solid disk, since for hollow disks a closed form solution of the influence function is not available, e.g. [9]. Consequently, it is not possible to mimic hollow cross sections with closed-form Green functions. However, studies carried out in the field of rollers for roller bearings have clarified that a moderately hollowed pin (inner to outer radius lower than, say, 0.5) behaves, in terms of overall compliance, reasonably similar to a solid pin, e.g. [10]. Similar conclusions have been drawn in the realm of piston-pin assemblies, e.g. [6]. It may be concluded that the present solution is applicable to a vast repertoire of geometries encountered in polygonal couplings.

A perfect fit (i.e. null initial clearance) is assumed between male and female profiles. In real situations, the presence of an initial clearance is unavoidable. The assumption of

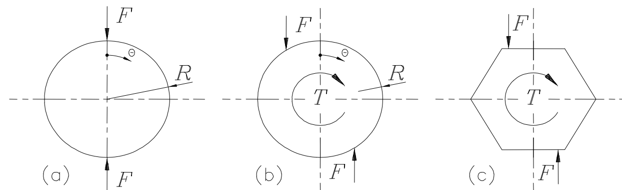


Figure 2. Three models for the definition of the green

[1] In the Hertzian contact, an approximation is made in the adoption of the Green function.

null initial clearance considerably simplifies the mechanical analysis of the title problem. In fact, this polygonal contact becomes receding, since for null transmitted torque the male-female contact embraces the whole polygonal contour, whereas the transmission of a small torque produces a drastic reduction of the contacting zones, that are expected to remain unvaried upon further increase of the transmitted torque, e.g. [11]. In conclusion, the assumption of perfect fit allows this problem to be classified as receding and, therefore, linear, since for receding contacts in linear elasticity the extent of the contacting zones is independent of the intensity of the applied loading. Conversely, in the presence of an initial play, this contact problem becomes progressive, since an increase in the transmitted torque produces an augment in the extent of the contacting zones. Consequently, in the presence of an initial play this problem becomes nonlinear, and nonlinearity generally precludes the possibility of normalising the stresses with respect to the applied loading.

Finally, the polygonal contact is assumed as frictionless. Since in practical applications the coefficient of friction rarely exceeds, say, 0.2, a null coefficient of friction may be assumed as a plausible reference situation. In section 6 a limited assessment of the frictional effects is carried out.

4. THE ANALYTICAL MODELLING

This section comprises four parts, dedicated respectively to the Green function, to the description of the gap between the two mating surfaces, to the formulation of this problem in terms of integral equation, and to the series solution.

The Green function

The Green function adopted in this study to mimic a hexagonal cross section refers to a solid disk loaded by two antipodal equilibrated point forces. In [12], p. 324, the displacements for a circular solid disk subjected to two equilibrated, concentrated forces acting along a chord are evaluated for a general disk point, although the coordinates adopted are complicated. In [13] the stress field in a solid disk is examined. In [14,15] the disk displacements are derived from [12], and the same complicated coordinate system of [12] is adopted. In [16] the radial deflection of the disk boundary is expressed in terms of polar coordinates for various loadings including central point forces and couples, but the reference point(s) for the displacements are not clearly stated. In [17], see also [7], p. 388, the disk edge deflections are presented in open form for two colinear equilibrated edge point forces acting along a disk chord. The problem of two aligned loads acting along a disk chord is also treated in [18], p. 296. Finally, in [19] the disk deflections are employed to mimic an elastomeric O-ring seal.

Since some inconsistencies were noted among the available formulae, it was decided to compute again the radial displacements in a disk of radius R, in plane strain, and loaded by two antipodal radial point forces F (per unit thickness) with the aid of the Michell series approach, e.g. [20], and to verify the analytical expression with Finite Elements. The boundary radial displacement u_r is measured with respect to the disk centre, and the origin of the angular coordinate θ coincides with the point of application of one of the point forces. The radial deflection u_r is positive if oriented as the force F.

$$u_r = \frac{FR(1+\upsilon)}{E\pi}\left\{-2(1-\upsilon)\cos\theta\ln\left|\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)\right| + \frac{(1-2\upsilon)\pi}{2}\sin|\theta| - 2(1-\upsilon)\right\} \qquad (1)$$

The boundary radial deflection exhibits the classical *log* singularity under the applied load.

Since a hexagonal profile is considered in this paper, this profile may be interpreted as a sequence of three angularly equidistant pairs of opposite sides, which are loaded by three angularly equidistant pairs of antipodal forces. The global boundary radial displacements for a solid disk are obtained by summing three different displacement expressions; the first expression is Eqn. (1), while the second (third) expression is computed from Eqn. (1) by substituting to θ the value π/3-θ, (2π/3-θ). The final global expression for the radial displacements in a disk in plane strain and loaded by six angularly equidistant, radial unit point forces *f*, is

$$\frac{u_r}{F} = k(\theta) = \frac{R(1+\upsilon)}{E\pi} \times \left\{ -2(1-\upsilon)\left[f(\theta) + f\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right) + f\left(\frac{2\pi}{3}-\theta\right)\right] + \right. \tag{2}$$

$$\left. + \frac{(1-2\upsilon)\pi}{2}\left[\sin|\theta| + \sqrt{3}\cos\theta\right] - 6(1-\upsilon)\right\}$$

where

$$f(\cdot) = \cos(\cdot)\ln\left|\tan\left(\frac{\cdot}{2}\right)\right|$$

Moving to the deformability of the male component of the hexagonal profile, it is observed that the same Green function may be adopted to describe the radial deflection of the polygonal hole in an infinite plate. In fact, a solid disk and a hole in an infinite plate are companion problems, since a conformal mapping of the kind $r \rightarrow 1/r$ converts one problem into the other one.

The description of the gap between the two mating surfaces

In a hexagonal joint, the torque transmitted between male and female components produces a contact problem similar to that of a tilted punch, e.g. [21, 22]. In fact, the contact pressure becomes singular where the corner of the male shaft indents the side of the hexagonal cavity of the female component, whereas the contact pressure is bounded at the point where the two contacting bodies separate, Fig. (1b). In fact, the male-female contact does not extend over the whole length of the hexagonal profile, but separation occurs along a sizeable portion of each side, and this portion is unknown a priori, [1].

In Fig. (3) reference is made to a single side of the hexagonal profile, since the remaining sides will behave analogously. If a relative rotation Φ is imposed between male and female components both assumed as rigid, a physically unrealistic overlapping occurs between the two surfaces along a part of the hexagonal side, whereas a realistic separation takes place along the remaining side portion. The correct contact pressure must push the two overlapping profiles aside, thus contrasting the unphysical superposition, and it must vanish exactly where the mutual contact ends.

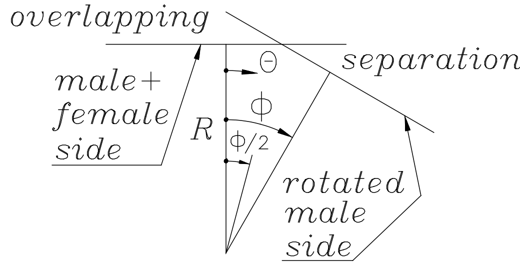


Figure 3. The definition of the gap between the two engaging profiles

With respect to the angular coordinate θ, the superposition or gap δ may be approximated by the following expression

$$\delta \approx R\Phi\left(\theta - \frac{\Phi}{2}\right) \approx R\Phi\theta \tag{3}$$

where *R* may be assumed as the radius of the disk describing the Green function, and where a positive (negative) value of δ denotes overlapping (gap). This contact problem may therefore be described in terms of pure tilting, e.g. [21,22].

The formulation of the integral equation

The contact pressure *p* between male and female components is interpreted as a sequence of infinite adjacent infinitesimal point forces, and the deflections caused by this pressure are evaluated with the aid of the Green function *k* of formula (2).

In the integral equation, the origin of the angles θ and ω coincides with the midpoint of the hexagonal side, Fig. (3). The corresponding integral equation is

$$2\int_{\alpha}^{\beta} k(\theta - \omega)\, p(\omega)\, R d\omega = -R\Phi\theta \tag{4}$$

where the coefficient 2 accounts for the combined deformability of male and female components, the angle α is -π/6 for a hexagonal profile, while β defines the beginning of the separation zone, and is unknown. In addition, *R* is the radius of the disk mimicking the hexagonal profile.

The sign minus at the right hand-side of Eqn. (4) is due to the fact that the contact pressure is positive for negative θ values, for which the male component indents the female counterpart. The above integral equation is rephrased as

$$\int_{\alpha}^{\beta} k(\theta - \omega)\, p(\omega)\, d\omega = -\frac{\Phi}{2}\theta \tag{5}$$

Equation (5) might be given the canonical form of the singular integral equation of the Cauchy type by differentiating once both members of Eqn. (5) with respect to the external variable θ, and, then, by employing identity (5.1) of [23]. This equation is of the Prandtl

type, e.g. [24], [25], p. 205, for which the general analytical solution is not available. Instead, it was decided to solve directly the initial Eqn. (5), since differentiation would hide the information that this contact is pure tilting, and that no indentation is applied.

Following [17], the singular part of the integrals encountered in the integral equation is extracted, and the corresponding integral is evaluated analytically for each term of the series expansion (10) describing the contact pressure p. In the integral equation (5), the (weakly) singular term is:

$$\int_\alpha^\beta \cos(\theta-\omega)\ln\left|\tan\left(\frac{\theta-\omega}{2}\right)\right| p(\omega)\,d\omega \tag{6}$$

which may be rewritten as:

$$\begin{aligned}&\int_\alpha^\beta \ln|\sin(\theta-\omega)|\; p(\omega)\,d\omega+\\&+\left[\int_\alpha^\beta \cos(\theta-\omega)\ln\left|\tan\left(\frac{\theta-\omega}{2}\right)\right| p(\omega)\,d\omega-\int_\alpha^\beta \ln|\sin(\theta-\omega)|\; p(\omega)\,d\omega\right]\end{aligned} \tag{7}$$

where the term within square brackets is regular. Consequently, only the first integral is considered. The following identity holds true:

$$\begin{aligned}&\int_\alpha^\beta \ln|\sin(\theta-\omega)|\; p(\omega)\,d\omega=\\&\int_\alpha^\beta \ln|\tan\theta-\tan\omega|\; p(\omega)\,d\omega+\ln\cos\theta\int_\alpha^\beta p(\omega)\,d\omega+\int_\alpha^\beta \ln\cos\omega\; p(\omega)\,d\omega\end{aligned} \tag{8}$$

By introducing the following linear change of variables:

$$\begin{aligned}\tan\theta&=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{2}-y\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{2}\\\tan\omega&=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{2}-x\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{2}\\d\omega&=-\frac{\cos^2\omega(\tan\alpha-\tan\beta)}{2}dx\end{aligned} \tag{9}$$

the first integral in (7) becomes:

$$\int_{\alpha}^{\beta} \ln|\tan\theta - \tan\omega|\; p(\omega)\, d\omega = -\Omega \int_{-1}^{+1} \ln|x-y| \cos^2\omega\; p(x)\, dx - \tag{10}$$

$$-\Omega \ln|\Omega| \int_{-1}^{+1} p(x) \cos^2\omega\; dx$$

where

$$\Omega = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{2} .$$

Only the first integral at the right-hand side of expression (10) is singular, and the term $cos^2\omega$ will be considered in the next section in formula (11).

The series solution

Since the exact solution of Eqn. (5) is not available, a series solution approach was employed. The form of the solution for the corresponding Cauchy integral equation problem, e.g. [26], p. 173, suggests the adoption of a series solution in the form

$$\cos^2\omega\; p(x) = \cos^2\left[a\tan\left(\frac{\tan\alpha + \tan\beta}{2} - x\frac{\tan\alpha - \tan\beta}{2}\right)\right] p(x) = \tag{11}$$

$$= \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \sum_{n=0}^{\infty} a_n\; T_n(x)$$

where T_n are the Chebyshev polynomial of the first kind, and x is a normalised coordinate ranging between -1 and 1, see below. In fact, for x=-1, the contact pressure p must exhibit the typical $1/\sqrt{x}$ singularity, whereas for x=+1 the contact pressure is null.

Upon insertion of the series expansion (10) for the contact pressure p, the first integral at the right-hand side of expression (9) becomes:

$$\int_{-1}^{+1} \ln|x-y| \cos^2\omega\; p(x)\, dx = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \int_{-1}^{+1} \ln|x-y| \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}\, T_n(x)\, dx \tag{12}$$

Based upon the results reported in [7], p. 314, and on the recurrence relation for the Chebyshev polynomials of the first kind, the following family of integrals holds:

$$\int_{-1}^{+1}\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}\log|x-y|T_n(x)dx=\int_{-1}^{+1}\frac{\log|x-y|}{\sqrt{1-x^2}}T_n(x)dx-\int_{-1}^{+1}\frac{x\log|x-y|}{\sqrt{1-x^2}}T_n(x)dx=$$

$$=\begin{cases}\pi(y-\ln 2) & if\ n=0\\ \frac{\pi}{2}\left(\ln 2-\frac{1}{2}-2y+y^2\right) & if\ n=1\\ \frac{\pi}{2}\left(\frac{T_{n-1}(y)}{n-1}.-\frac{2T_n(y)}{n}+\frac{T_{n+1}(y)}{n+1}\right) & if\ n>1\end{cases} \tag{13}$$

The remaining integrals have been computed numerically with standard quadrature rules, and a collocation method has been employed, e.g. [24]. Ten series terms have been considered, although a number as low as 4 has been found to be appropriate in [24] for a comparable situation. The detachment angle β was determined by assessing the condition that the contact pressure remains positive within the contact region, and that no overlapping occurs in the remaining zone (Signorini conditions).

5. FE STUDY

The commercial finite element program MSC Marc 2005r3 has been employed in this study. The finest meshes were formed by about 60000 nodes. A linear elastic material with elastic constants typical of steel was adopted. A null initial clearance and a null coefficient of friction were used. In all cases, the male component was solid. Ratios between outer radius of the female component R_O and side length l of the hexagonal profile ranging from 2 to 10 with step 1 have been examined, and the variation of the ratio between contact length l_C and side length l has been evaluated.

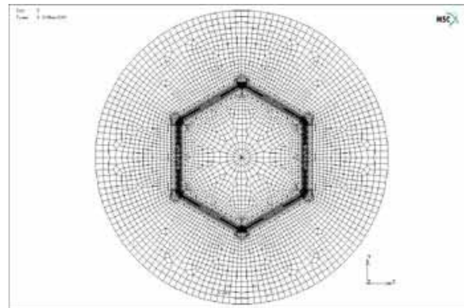


Figure 4. The FE mesh

6. RESULTS

The main result of this study refers to the contraction of the male-female contact extent in this receding contact. In particular, the ratio between contact length l_c and side length l has been evaluated with FE in [27] for ratios between outer radius of the female component R_o and side length l of the hexagonal profile ranging from 2 to 10 with step 1. However, it was found more convenient to report the results in terms of the inverted ratio l/R_o, since the analytical situation, referring to $R_o/l=\infty$, may be incorporated into the diagram.

It appears that the l_c/l ratio ranges from, say, 0.25 to 0.3 according to FE, whereas the analytical value is just below 0.4. This discordance is attributable to the many approximations adopted in the analytical study, see Section 3.

Figure (6) reports the FE contact pressure profile normalised over its mean value, for R_o/l=2 and 10, and the analytical pressure for $R_o/l=\infty$. The agreement between numerical and analytical contact pressure profiles is acceptable, in view of the various approximations adopted for the Green function.

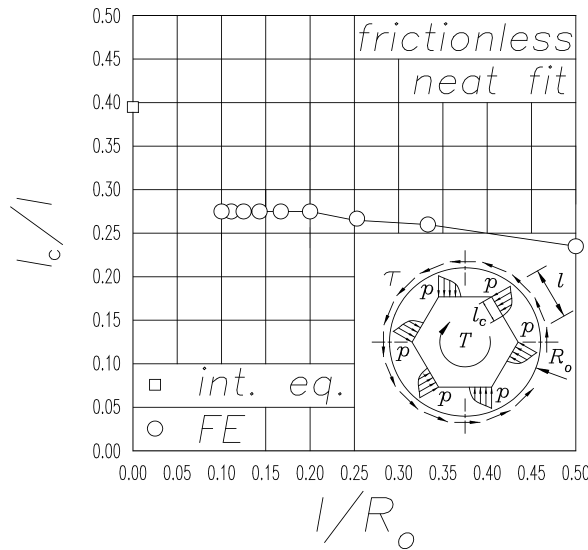


Figure 5. the normalised contact length

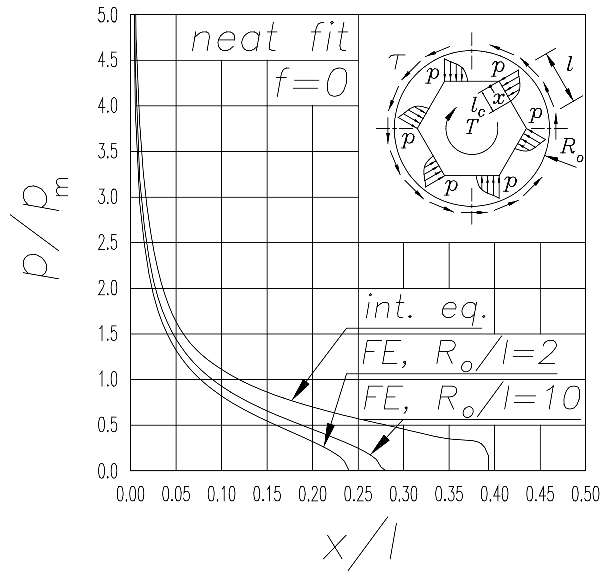


Figure 6. the normalised contact pressure

Table 1. Table reporting the normalised contact length as a function of the coefficient of friction, for R_o/l=2

	f=0	f=0.3	f=0.5
l_c/l	0.235	0.256	0.266

The profile of the contact pressure varies moderately with the R_o/l ratio. The pressure distribution is essentially triangular in shape, and it qualitatively agrees with the numerical predictions of [1] and [2]. This piece of information may constitute the basis for the development of an approximate analytical model, and it may be of guidance in the qualitative evaluation of the stress field within the female component.

A limited assessment of the frictional effects has been carried out for R_o/l=2 and for three coefficients of friction, namely 0., 0.3, 0.5. The corresponding normalised contact length l_c/l is reported in Table 1.

7. FINAL OBSERVATIONS AND POSSIBLE IMPROVEMENTS

Close examination of the contact between male and female components in the vicinity of the male corner indenting the female side, shows that this contact is not exactly classifiable as receding. In fact, as illustrated in Fig. (7), the indentation of the edge of the male shaft possesses a (moderately) progressive character too. It is believed that this progressive aspect is a second order effect, and it may be neglected in practical computations.

The Green function for the male component may be improved by still likening the male shaft to a solid disk, but by considering forces not passing through the disk centre, Fig. (2b), equilibrated by a central torque *T*, e.g. [16]. Alternatively, conformal mapping, e.g. [12], p. 371, might be used to determine the Green function for a hexagonal profile, Fig. (2c).

8. CONCLUSIONS

A hexagonal joint has been mechanically analysed. A cross section of the contact between male and female components has been modelled as a plane strain problem, and the contact and detachment zones have been investigated with two approaches, a) an analytical study formulated in terms of an integral equation; b) a FE analysis. Preliminary results refer to the situation of null initial clearance and coefficient of friction. For each side of the hexagonal contact, the contact zone is about 30 per cent of the length of the hexagonal side, whereas separation occurs along the remaining side length. Possible improvements to the analytical approach have been discussed.

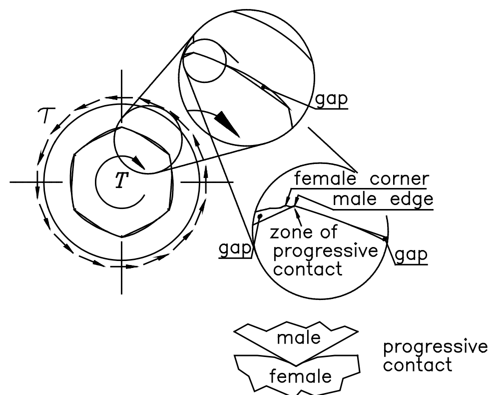


Figure 7. the approximately receding contact

REFERENCES

[1] Citarella, R., and Gerbino, S., 2001. "BE analysis of shaft-hub couplings with polygonal profiles". *J. Materials Processing Technology,* **109**(1-2), February, pp. 30-37.

[2] Mechnik, R.P., 1991. "Beitrag zur Festigkeitsberechnung von Polygon-Welle-Nabe-Verbindungen unter reien Torsion". *Konstruktion*, **43**, pp. 1-8.

[3] Musyl, R., 1962. "Die Polygon-Verbindungen und ihre Nabenberechnung". *Konstruction*, **6** pp. 213-218.

[4] Orlov, P., and Troitsky, A.,1976. *Fundamentals of Machine Design*. Mir Publisher, Moscow.

[5] Caputo, F., and Giudice, F., 1984. "Profili poligonali per trasmissioni di coppie: analisi delle tensioni e verifica sperimentale". *XII National congress AIAS*, Sorrento, Italy. 24-27 September 1984, pp. 697-710.

[6] Pioli, A., Strozzi, A., Baldini, A., Giacobini, M,. and Rosi R., 2009. "Influence of the initial clearance on the peak stress in connecting-rod small ends", *Proc. IMechE Part D: J. Automobile Engineering*, **223**(6), pp. 769-782.

[7] Gladwell, G.M.L., 1980. Contact Problems in the Classical Theory of Elasticity, Springer.

[8] Ciavarella, M., Hills, D.A., Monno, G., 1998. "The influence of rounded edges on indentation by a flat punch". *Proc. IMechE Part C: J. Mech. Engineering Science*, **212**(4), pp. 319-327

[9] Timoshenko, S., 1922. "On the distribution of stresses in a circular ring compressed by two forces acting along a diameter". *Philosophical Magazine Series 6*, **44**(263) pp. 1014-1019.

[10] Bowen, L.W. and Bhateja, C.P., 1980. "The hollow roller bearing". *J. Lubrication Technology*, ASME, **102**, pp. 222-228.

[11] Ciavarella, M., Baldini, A., Barber, J.R., and Strozzi, A., 2006. "Reduced dependence on loading parameters in almost conforming contacts". *Int. J. Mech. Sciences.* **48**(9), pp. 917-925.

[12] Muskhelishvili, N.I., 1977. Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity. Springer.

[13] Michell, J.H., 1900. "Elementary distributions of plane stress", *Proc. London Math. Soc*. **32**, pp. 35-61.

[14] Loo, T.T., 1958. "Effect of curvature on the Hertz theory for two circular cylinders in contact". *J. Appl. Mech.* **25**, pp. 122-124.

[15] Loo, T.T., 1958 "Effect of curvature on the Hertz theory for two circular cylinders in contact". Discussion. *J. Appl. Mech.* **25**, pp. 638-639.

[16] Ng, C.W., 1964. "Green's function of radial displacement in a circular disc due to unit normal and tangential loads". *Wear.* **7**(4), pp. 344-353.

[17] Gladwell, G.M.L., 1976. "On some unbounded contact problems in plane elasticity theory". *J. Appl. Mech*., **43**(2), pp. 263-267.

[18] Teodorescu, P.P., 1961. Probleme Plane in Teoria Elasticitatii. Editura Academiei Republicii Socialiste Romania.

[19] Dragoni, E., Strozzi, A., 1989. "Theoretical analysis of an unpressurized elastomeric O-ring seal inserted into a rectangular groove". *Wear*, **130**(11), pp. 41-51.

[20] Barber, J.R., 2002. Elasticity. Springer-Verlag.

[21] Sackfield, A., Truman, C.E., and Hills, D.A., 2001. "The tilted punch under normal and shear load (with application to fretting tests)". *Int. J. Mech. Sciences*. **43**(8), pp. 1881-1892.

[22] Rajasekaran, R. and Hills, D.A., 2006. "Characteristics of the state of stress at the edge of a tilted punch". *J. Strain Analysis for Engeneering Design*, **41**(1), pp. 1-7.

[23] Monegato, G., Strozzi, A., 2005. **"**On the analytical solutions of two singular integral equations with Hilbert kernels". *J. Integral Equations and Applications*, **17**(2), pp. 141-157.

[24] Monegato, G., Strozzi, A., 2002. "On the form of the contact reaction in a solid circular plate simply supported along two antipodal edge arcs and deflected by a central transverse concentrated force". *J. Elasticity,* **68**(1), pp. 13-35.

[25] Dragos, L., 2004. Mathematical Methods in Aerodynamics, Kluver Academic Publishers.

[26] Hills, D.A., Nowell, and D., Sackfield, A., 1993. Mechanics of elastic contacts. Butterworth - Heinemann, Oxford.

[27] Zanoni, M., "Analisi strutturale agli Elementi Finiti di un collegamento esagonale: esame del contatto recessivo". Thesis, University of Modena and Reggio E., Modena, 2007/2008.

SIMULATION OF WHEEL/RAIL DEGRADED ADHESION WITH A 1:5 BOGIE SCALED ROLLER RIG

Paolo Toni
Department of Energetics Sergio Stecco,
University of Florence, Italy
E-mail: paolo.toni@unifi.it

Benedetto Allotta
Department of Energetics Sergio Stecco,
University of Florence, Italy
E-mail: benedetto.allotta@unifi.it

Luca Pugi
Department of Energetics Sergio Stecco,
University of Florence, Italy
E-mail: luca@mapp1.de.unifi.it

Monica Malvezzi
Department of Information Engineering,
University of Siena, Italy
E-mail: malvezzi@dii.unisi.it

Abstract. *In railway applications, the testing activity of on board components is necessary to optimize the efficiency of the systems and to allow a proper safety level. In order to decrease the times and the costs of the testing phases, the use of dedicated test rigs is being increased. This paper summarizes some studies for the realization of a roller rig to be used to test locomotives. In these studies the main mechanical and control problems that arises in the design of this type of test rigs have been focused, in particular the feasibility of tests were degraded adhesion condition between the wheel and the rail are simulated.*

Keywords: *HIL simulation, scaled roller rig, railways.*

1. INTRODUCTION

Modern railways increasingly require equipments that allow to obtain higher performance in terms of speed, safety and traffic capacity. The design and integration of such components requires a deep and careful testing activity. For example, complex mechatronic devices like WSP system (Wheel Slide Protection System) or Traction control are used to prevent excessive wear of rolling surfaces and to improve safety and performances of braking and traction system. On modern high speed trains especially with distributed traction power, traction and



Figure 1: Examples of existing full scale test rigs: Roller rig of AnsaldoBreda Research Center in Napoli, Deutsche Bahn roller rig in Munich.

braking systems interact each other. As a consequence in a short term scenario complex interactions between traction and braking systems have to be investigated especially when low adhesion conditions involve a continuous and fast modulation of the efforts exerted by both plants.

Traditionally the tests were conducted directly on the line, but the difficulty of such type of testing is increasing, due to the excessive costs and to the necessity of managing the tests with the ordinary traffic. A new possibility is represented by the realization of dedicated test rigs, able to reproduce the conditions that the component would meet during a real operation. These type of test rig are called Hardware In the Loop (HIL) [1, 2]: the component to be tested is surrounded with a hardware/software environment, the software core calculates, in real time, what the component would *feel* if it was in a real operation and the hardware part reproduces, by means of a series of actuators, these solicitations.

In a preceding work the authors described the feasibility of degraded adhesion tests on a full scale locomotive roller rig [3]. This type of test is necessary to verify the behavior of different on board subsystems (for example, traction and anti-skid device, braking and wheel slide protection system etc.). The proposed test rig has a Hardware In the Loop (HIL) structure.

A novel Research and Experimental Center is being developed by Trenitalia and RFI in Florence (Fig. 2), in which various labs and test rigs will be realized. One of them will

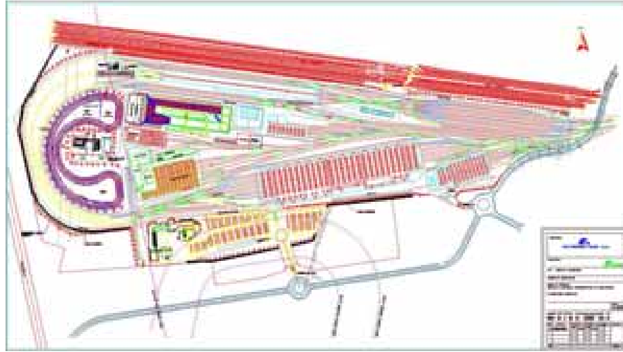


Figure 2: Layout of the Osmannoro Experimental Center

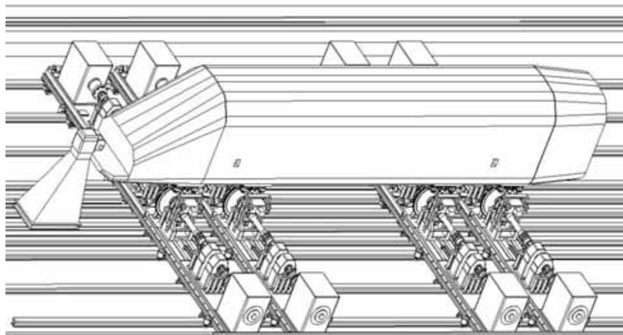


Figure 3: Layout of the full scale test rig

be a full scale test rig, within an anechoic room, that will be used to perform a series of experimental tests on railway locomotives in dynamic conditions.

The designed roller rig will have the following features:

- longitudinal dynamics simulation with conventional (good) adhesion, during traction and braking phases
- longitudinal dynamics simulation with degraded (low) adhesion, during traction and braking phases
- lateral dynamics simulation.

Fig.3 shows the layout of the designed test rig.

The realization of a full scale test rig involves high economical and resources investments, in order to preliminarily evaluate the feasibility and the potentiality of such type of device, and to develop and test control strategies, a scaled roller rig has been designed and realized. Scaled roller rigs are quite diffused among railway research centers, several examples are presented in the literature, and some images are shown in Fig.4 [4, 5, 6]. This kind

of rigs are used for a wide range of studies concerning dynamical stability [7, 8, 9], comfort, mechatronic sub-system and even wear [10].

A scaled rolled rig for high speed train bogies has been designed by the researchers of Pistoia Mechatronic Laboratory MDMLab (University of Florence). The rig will be used to investigate interactions between on board, mechatronic subsystems in case of degraded adhesion condition between wheel and rail. In these conditions, the application of high longitudinal due to traction or braking involves high slidings between the wheel and rail surfaces [11, 12]. High sliding between rollers and wheels cannot be physically reproduced on a conventional rig for the same reasons highlighted for the full scale test rig (roller surface wear has to be reduced as much as possible, non uniform roller wear could lead to non realistic, cyclic irregularities controllable and repeatable adhesion conditions cannot be easily obtained). In order to overcome this trouble, Hardware in the Loop Testing approach is used, as shown in Fig.5: a virtual model of the desired adhesion level is implemented on a real time core, in other terms the slip between rolling surfaces is not physically reproduced, it is simulated on the test rig controlling roller speed.

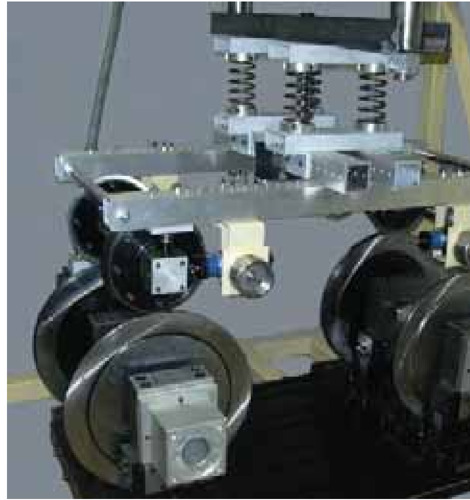
The virtual adhesion model, starting from the rollers speed measurements and estimated contact forces is able to calculate a virtual sliding on each wheel [3]. The speed of each roller is controlled in order to accelerate and decelerate wheels according the results of the adhesion model; negligible sliding occurs between rollers and wheels since the adhesion available between the rolling surfaces is much higher than the simulated one, as will be detailed in the section dealing with the scaling factors.

In the design phase of the test rig an analysis of the roller rig dynamics is fundamental to verify the feasibility of degraded adhesion tests, to investigate the behavior of the scaled bogie on the rig, to test and validate different control strategies. For these reasons in the design phase of the scaled roller rig a multibody model of the system has been realized. The key points of this model are the interaction with the control system and the wheel/roller contact model. The paper presents the numerical model of the system dynamics, including the multibody system dynamics, control system and electromechanical component dynamics. The model has been developed in the Matlab-Simulink environment. some numerical simulations will be presented in order to show the behavior of the scaled bogie on the rig when low adhesion conditions are simulated.

2. SCALING FACTORS

The definition of the similitude laws between the scaled model and the real fullscale system is necessary for the design of the roller rig elements and for the interpretation of experimental data obtained from the rig. For the definition of scale factors different choices are possible [4,5,6]. The scale factor calculated with the scaling procedures presented in the literature are summarized in Tab. (1). For the developed test rig the scaling factors proposed by Iwnicki and described in [5] have been adopted.

The **scaling factor** of a certain parameter is defined as the ratio between the real value of such parameter and the scaled one. The principle on which the adopted scaling method is based is to maintain the same time and frequency behavior between the real system and the scaled one. This result is obtained simply imposing a unitary scale factor for the time. Since the material adopted to realize the scaled system is the same of the real one (steel), also the parameters relative to the material properties (density, Young modulus, Poisson modulus, friction coefficient, etc.) are unitary. The drawbacks of this approach is that the gravity



a)



b)



c)

Figure 4: Examples of existing scaled test rigs a- Politecnico di Torino, b- DLR, c- Manchester RTU.

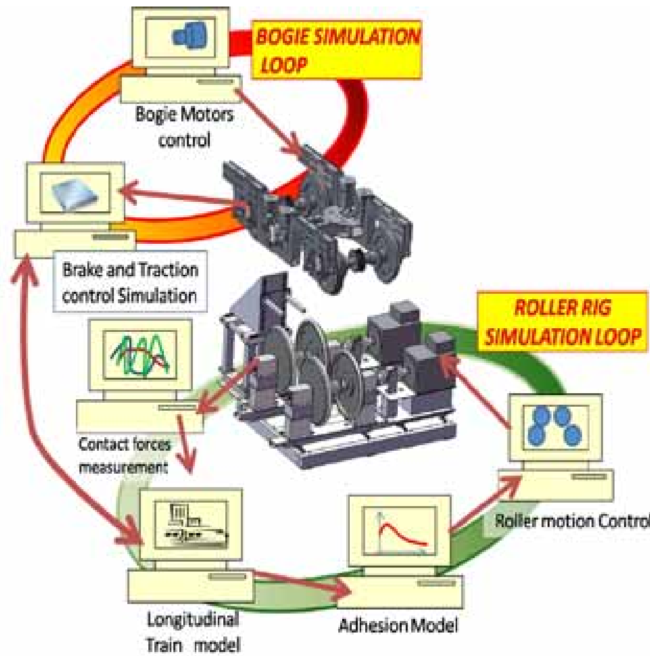


Figure 5: Roller rig block diagram.

and consequently the weight cannot be correctly scaled. Furthermore the contact forces are not correctly scaled on the rig. In [5] the problems related to the scaling of contact areas and forces are detailed. For the geometric scale (length scale) a factor equal to 5 has been adopted. In the following list, the index $_f$ refers to the fullscale parameter, while the index $_s$ refers to the scaled one.

3. DESIGN OF THE SCALED ROLLER RIG

The scaled roller rig has been designed in order to test different bogies, so the distance between the rollers can be modified. The first scaled bogie that has been realized is the scaled reproduction of the ETR500 train bogie. Also the bogie structure allows to modify some dimensional properties in order to easily simulate other types of bogies.

Fig.6 shows the layout of the rollers and the motors. The horizontal guides allow to modify the distance between the roller axis, the motors are connected to the rollers by means of two elastic joints. A torsiometer between the joints measures the roller torques, while two load cells measures the support reactions. The roller rig has been designed in order to allow in the future to add two further motors (no the left side of the figure) and to remove the connection between the rollers (to simulate different torques/speeds on the wheels of the same axle).

Fig. (7) shows the base of the bogie, in which the primary and secondary suspensions are evident: their stiffness and damping were set according to the considerations outlined in the preceding section (taking into account the scaling factors). The distance between the axis can be modified in order to test and simulate different bogies. The bogie motion is measured by

Table 1: Scale factors.

	Jaschinski	Pascal	Iwnicki	Jaschinski mod
Length	5	5	5	5
Time	$\sqrt{5}$	5	1	$\sqrt{5}$
Velocity	$\sqrt{5}$	1	5	$\sqrt{5}$
Acceleration	1	1/5	5	1
Mass	125	125	125	75
Force	125	25	625	75
Density	1	1	1	0.6
Young modulus	1	1	1	3
Weight	125	125	125	75
Stiffness	25	5	125	15
Contact force	125	25	625	75
Damping	$25\sqrt{5}$	25	125	$15\sqrt{5}$
Inertia	3125	3125	3125	1875
Friction	1	1	1	1

means of displacement sensors and tri-axial accelerometers. Fig. (8) shows a lateral view of the bogie with the motors (that simulate also the braking system). Fig. (9) shows the pulley-belt transmission between the motors and the bogie axis. Such a complex transmission is necessary to avoid the transmission of the pulley support reactions on the suspension springs. Finally Fig. (10) shows the realized test rig.

The motors that have been chosen for the test rig and for the scaled bogie are Internal Permanent Magnet (IPM) motors Fig.(11). Compared with conventional asynchronous motors, this solution presents lower dimensions and weight and consequently lower inertia, greater efficiency, a speed rigorously equal to the input frequency. Since the energy losses are mainly located in the stator, the cooling system is easier. Their costs are higher with respect to conventional motors, however this cost increasing is partially compensated by the lower dimensions and current consumption. Fig.(12) shows a comparison between the rotors of an asynchronous and a IPM motor.

4. CONTROL TORQUE CALCULATION

The scaled roller rig has to reproduce the behavior of a fullscale test rig in which degraded adhesion conditions will be simulated by properly controlling the motor torques. The feasibility analysis of degraded adhesion tests and the stability and control problems are detailed in [3]. In this section the considerations described in [3] will be extended to a scaled roller rig.

Simulated dynamics

In order to simplify the notation, only one axle is considered in this paper. The longitudinal dynamics of the simulated (fullscale) vehicle is described by the following differential equation (the external resistance has been neglected for simplicity):

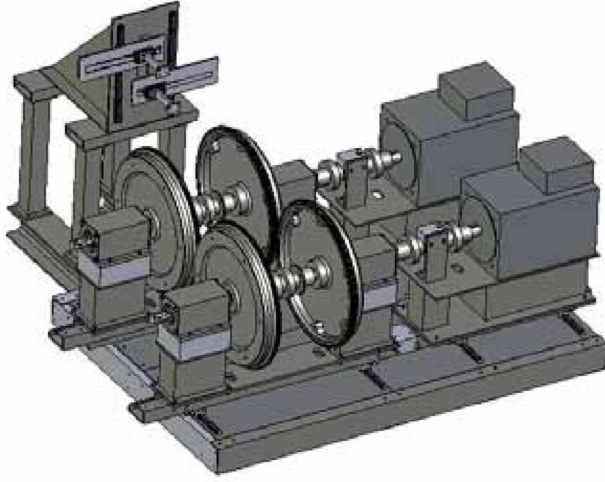


Figure 6: The designed roller rig.

$$M\ddot{x}_{sim} = T_{sim}; \quad (1)$$

where:

- M mass of the fullscale simulated vehicle;
- $\ddot{x}_{sim}$ acceleration of the fullscale simulated vehicle;
- T_{sim} simulated tangential force.

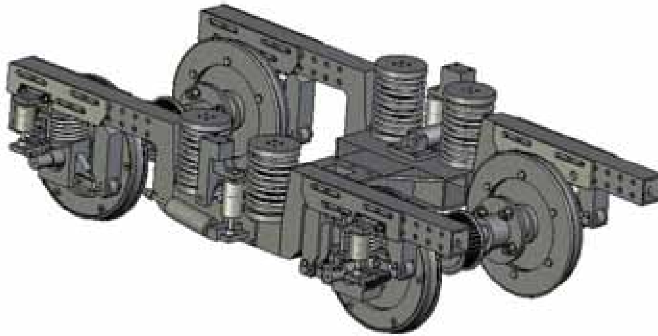


Figure 7: Base of the scaled bogies.

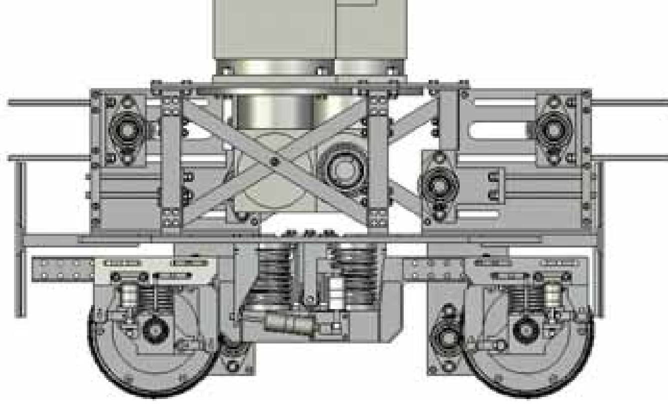


Figure 8: The scaled bogie with the bogie motors.

The rotational dynamics of the simulated fullscale axle is described by the following differential equation:

$$J\dot{\omega}_{sim} = \hat{C} - T_{sim}r; \tag{2}$$

where:

- J is the axle moment of inertia evaluated with respect to its rotation axis;
- $\dot{\omega}_{sim}$ is the fullscale axle angular acceleration;
- $\hat{C}$ is the torque applied by the locomotive to the axle, estimated on the rig, it can be a *traction torque* (if $\hat{C} > 0$) or *a braking torque* (if $\hat{C} < 0$), r is the wheel radius. is the estimation of the torque exerted by the simulated fullscale vehicle motor;
- r is the fullscale wheel radius.

When *pure rolling conditions* between the wheel and the rail are simulated, locomotive speed and wheel angular velocity are related by the following expression:

$$\dot{x}_{sim} = r\omega_{sim}. \tag{3}$$

Combining the above equations the following expression can be written:

$$J_{tot}\dot{\omega}_{sim} = \hat{C} - R_{es}r; \tag{4}$$

where $J_{tot} = \left[Mr^2 + J\right]$ is the train *total inertia*, expressed with respect to the wheel rotation axis.

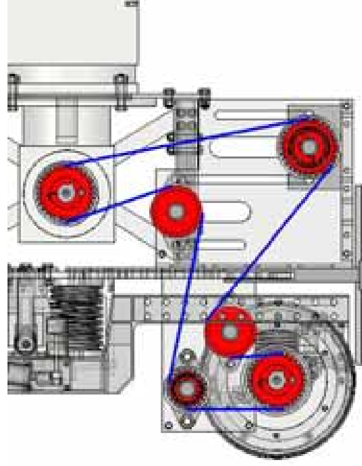


Figure 9: Belt motion transition from the motor to the bogie wheel.

When the simulated adhesion conditions between the wheel and the rail are *poor* and the train is accelerating or braking often pure rolling conditions between the wheel and the rail do not hold anymore and a macroscopic sliding arises. In this the simulated *absolute sliding* δ_v is then defined as:

$$\delta_v = r\omega_{sim} - \dot{x}_{sim}, \tag{5}$$

it represents the relative speed between the wheel and the rail in the contact point. It can be easily verified that δ_v is positive when the wheel is subject to a traction torque, and negative when the wheel is braked.

Scaled vehicle on the roller rig

The dynamics of the scaled vehicle on the roller rig is described by the following differential equation:

$$J_s\dot{\omega}_s = C_s - T_s r_s; \tag{6}$$

- J_s is the moment of inertia of the scaled vehicle axle;
- $\dot{\omega}_s$ is angular acceleration of the scaled vehicle axle;
- C_s is the torque generated by the scaled vehicle motor;
- r_s is the radius of the scaled vehicle.



Figure 10: The realized scaled roller rig and bogie.

The dynamics of the roller is described by the following differential equation:

$$J_R \dot{\omega}_R = T_s R - u; \tag{7}$$

- J_R is the roller moment of inertia;
- $\dot{\omega}_R$ is the roller angular acceleration;
- u is the (braking) torque generated by the roller motor;
- R is the roller radius.

In the hypothesis that *no sliding is present between the roller and the wheel* the following kinematic constraint holds:

$$\omega_R R = \omega_s r \quad \rightarrow \omega_R = \omega_s \frac{r}{R}. \tag{8}$$

that can be substituted in (7), giving:

$$J_R \dot{\omega}_s \frac{r}{R} = T_s R - u; \tag{9}$$

from which T_s can be calculated:

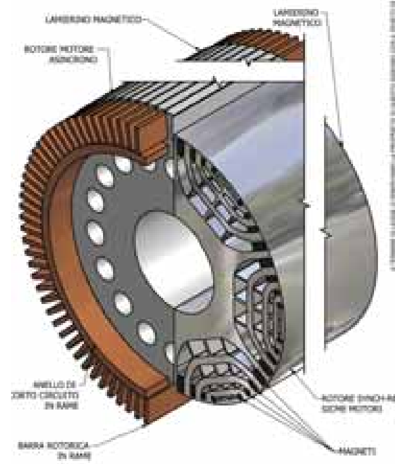


Figure 11: Internal Permanent Motor .

$$T_s = \frac{1}{R}\left(J_R\dot{\omega}_s\frac{r}{R} + u\right); \tag{10}$$

T_s can then be substituted into (6):

$$J_s\dot{\omega}_s = C_s - \frac{r_s}{R}\left(J_R\dot{\omega}_s\frac{r}{R} + u\right); \tag{11}$$

this expression can be rewritten as:

$$\left(J_s + J_R\dot{\omega}_s\left(\frac{r}{R}\right)^2\right)\dot{\omega}_s = C_s - u\frac{r}{R}. \tag{12}$$

By defining the total moment of inertia of the roller and the scaled vehicle expressed with respect to the wheel rotation axis as:

$$J_b = \left(J_s + J_R\dot{\omega}_s\left(\frac{r}{R}\right)^2\right), \tag{13}$$

then:

- the dynamics of the fullscale simulated vehicle is described by the equation:

$$J\dot{\omega}_{sim} = \hat{C} - T_{sim}r; \tag{14}$$

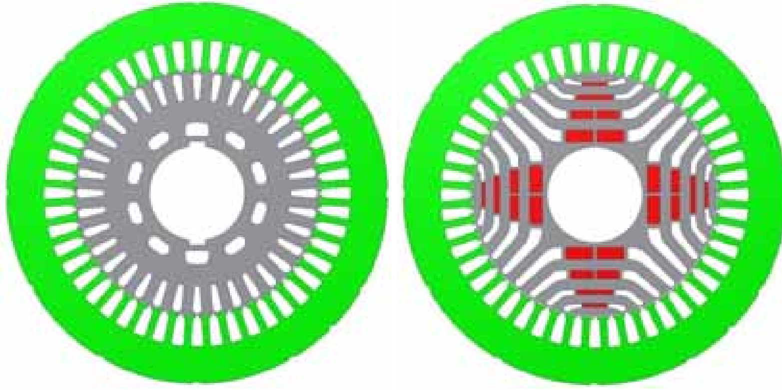


Figure 12: Comparison between a conventional asynchronous motor and a IPM motor.

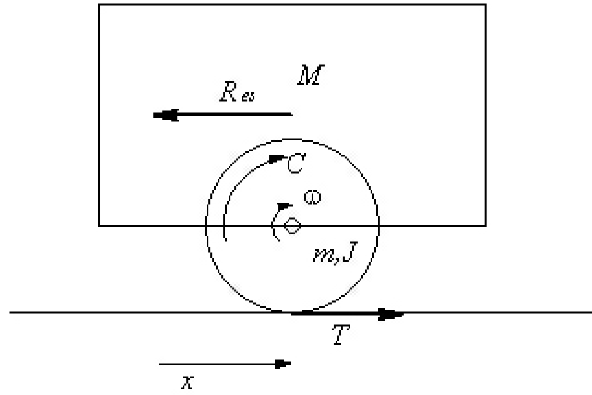


Figure 13: Simulated vehicle.

- the dynamics of the vehicle on the roller is described by the equatio:

$$J_B \dot{\omega}_s = C_s - u\frac{r}{R}. \tag{15}$$

4..1 Control torque

The objective is *the reproduction on the roller rig of the angular acceleration calculated by the simulator* $\dot{\omega}_{sim}$:

$$\dot{\omega}_{sim} = \dot{\omega}_s. \tag{16}$$

by substituting in equation (15) the following expression can be obtainer:

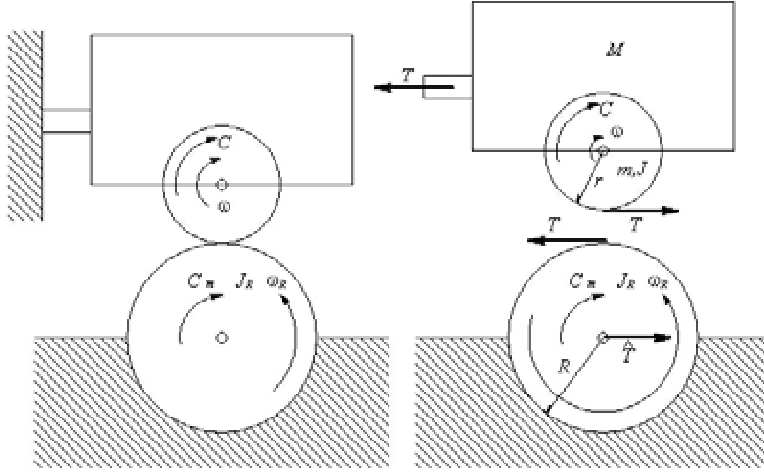


Figure 14: The vehicle on the scaled rig.

$$J_B \dot{\omega}_{sim} = C_s - u\frac{r}{R}. \tag{17}$$

from (14) and (17) $\dot{\omega}_{sim}$ can be obtained:

$$\dot{\omega}_{sim} = \frac{1}{J}\left(\hat{C} - T_{sim} r\right); \tag{18}$$

$$\dot{\omega}_{sim} = \frac{1}{J_B}\left(C_s - u\frac{r}{R}\right). \tag{19}$$

from which the following expression can be written:

$$\frac{1}{J_B}\left(C_s - u\frac{r}{R}\right) = \frac{1}{J}\left(\hat{C} - T_{sim} r\right). \tag{20}$$

The torque $\hat{C}$ is estimated measuring the torque on the roller rig:

$$\hat{C} = \phi_T C_s. \tag{21}$$

The control torque u is then given by:

$$\left(C_s - u\frac{r}{R}\right) = \frac{J_B}{J}\left(\phi_T C_s - T_{sim} r\right). \tag{22}$$

$$u\frac{r}{R} = C_s - \frac{J_B}{J}\left(\phi_T C_s - T_{sim} r\right). \tag{23}$$

The torque u that should be applied to the roller motor in order to produce, on the rig, the same wheel angular acceleration that there would be on the rail ($\dot{\omega}_s = \dot{\omega}$), is then:

$$u = \frac{R}{r}\left(C_s\left(1 - \frac{J_B}{J}\phi_T\right) + \frac{J_B}{J}T_{sim}r\right). \tag{24}$$

This calculus is based on the hypotheses that the locomotive torque $\hat{C}$ is known. In the scaled test rig it can be measured directly on the rig, unfortunately this is not possible on the full scale test rig. In [3] this problem has been discussed and an algorithm fo the estimation of locomotive torque based on roller speed and tangential force measures has been discussed. Furthermore in the same paper considerations on system *stability* have been drawn taking into account the estimation errors. The system is clearly non linear, due to the presence of the adhesion function.

Adhesion coefficient

The availability of a reliable adhesion model is fundamental to obtain on the rig realistic simulations, since the tangential forces in the wheel/rail interface has a great influence on wheel dynamics. On the other hand, the model used to generate the adhesion patterns has not to be too much complicated since it has to be implemented in a software that runs in real-time conditions. In order to use an unique mathematical model both for good and degraded adhesion conditions, the tangential force module will include the adhesion coefficient evaluation both in presence of pseudo-sliding the macroscopic sliding.

Due to the importance of this aspect on railway vehicles dynamics, detailed analysis on the wheel/rail contact phenomena have been widely studied by several authors and are described in a number of texts. Most of the available models in such texts define the shape and the dimensions of the contact zone between the wheel and the rail, due to the deformability of the bodies in contact and the distribution of the normal and tangential stresses in the contact zone. These models however are not suitable to describe the phenomena arising when macroscopic sliding occurs, and furthermore they are too heavy from the computational point of view (they are based on iterative processes applied on a discrete subdivision of the contact area), and thus cannot be directly used as a module of the software simulator that controls the roller rig.

In this paper a simplified wheel/rail contact model is presented, able to manage both pure rolling conditions (and then, from the microscopic point of view, the micro-sliding due to the elastic deformation of the bodies), and the macroscopic sliding.

By supposing that the coefficient μ is positive during a traction phase and negative during a braking, a unique adhesion function can be defined. The relative sliding δ is re-defined as:

$$\begin{aligned} &\delta = \tfrac{r\omega - v}{\max\{|r\omega|,|v|\}} \qquad \max\{|r\omega|,|v|\} \neq 0 \\ &\delta = 0 \qquad\qquad\quad r\omega = v = 0. \end{aligned} \tag{25}$$

It is clear that $\delta > 0$ during a traction phase and $\delta < 0$ during a braking. An exponential law

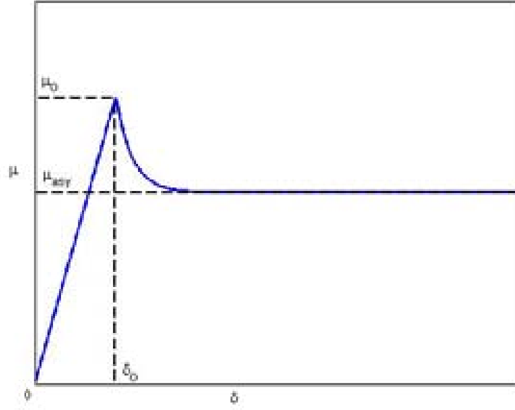


Figure 15: Adhesion function during a traction phase, as function of the relative sliding δ, for a given speed value.

has been chosen to model the adhesion function, valid in the whole sliding range $-1 \leq \delta \leq 1$, it is defined as:

$$\mu = \begin{cases} -\mu_{asy} - (\mu_0 - \mu_{asy})e^{\lambda(\delta+\delta_0)v} & -1 \leq \delta < -\delta_0 \\ K\delta & -\delta_0 \leq \delta \leq \delta_0 \\ \mu_{asy} + (\mu_0 - \mu_{asy})e^{-\lambda(\delta-\delta_0)r\omega} & \delta_0 < \delta \leq 1 \end{cases} \tag{26}$$

The constants μ_0 and μ_{asy} represents the *whole* adhesion conditions between the wheel and the rail (they incudes for example the effect of the environmental conditions) and can be set by the rig user as function of the time or the traveled distance.

Fig.(15) shows the behavior of the adhesion function, for positive sliding values, while Fig.(16) shows the behavior of the adhesion function as a function of the sliding and the speed. The black/red path shows the behavior of adhesion coefficient during a test in which initially the traction torque was increased, from an initial rolling speed in which no sliding was present. The sliding begins to increase, the adhesion coefficient increases linearly with the sliding up to the adhesion limit μ_0, then decreases following an exponential law. During this phase, the global adhesion conditions were suddenly modified and the limits decreased (simulating, for example, the presence of water on the rail). The adhesion path pass on the new lower surface (red path).

Application of traction and braking torques

One of the key problem in the realization of the scaled bogie was the choice of actuators and the design of their control. As underlined in the preceding sections, the actuators have to apply both the (scaled) traction effort, and the braking torque, since it is not possible to realize on a scaled device the electro-pneumatic braking system. Furthermore the scaled bogie actuators have to reproduce the dynamics of anti-skid and WSP devices. On a a real

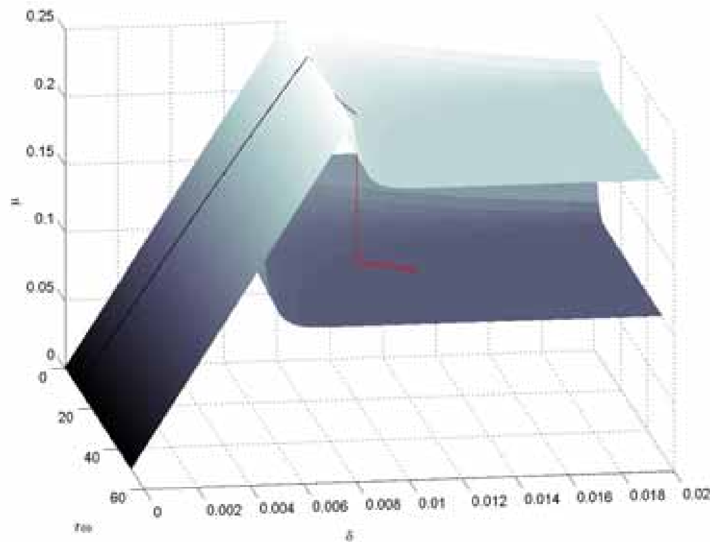


Figure 16: Adhesion function during a traction phase, as function of the relative sliding δ, and the speed.

railway locomotive as shown in Fig.(17), traction and electric braking efforts are usually exerted by two independent motors; this wheel arrangement is called **B0**. However different wheel arrangements are quite common: for example the so called **B** and **1-A**. Furthermore often traction motors are connected in parallel and fed by a common power drive system, for example in the case of induction machines. In particular a single drive can be used to control two or four parallel connected motor according different engineering choices. Also pneumatic braking effort is applied on the axles. For the control of the braking units by the WSP (Wheel Slide Protection system) many different layouts can be implemented: for example pneumatic effort can be regulated independently on a single axle or on a single bogie.

The scaled test rig has been designed to simulate the behavior of different railway vehi-

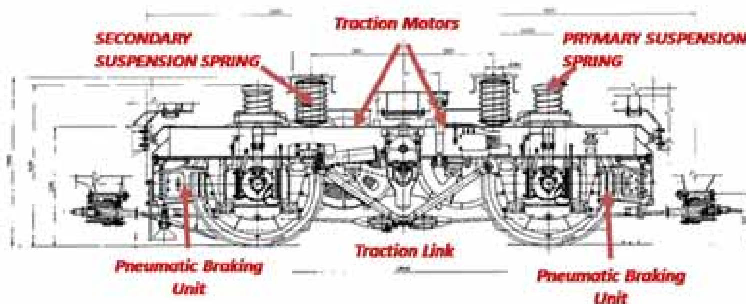
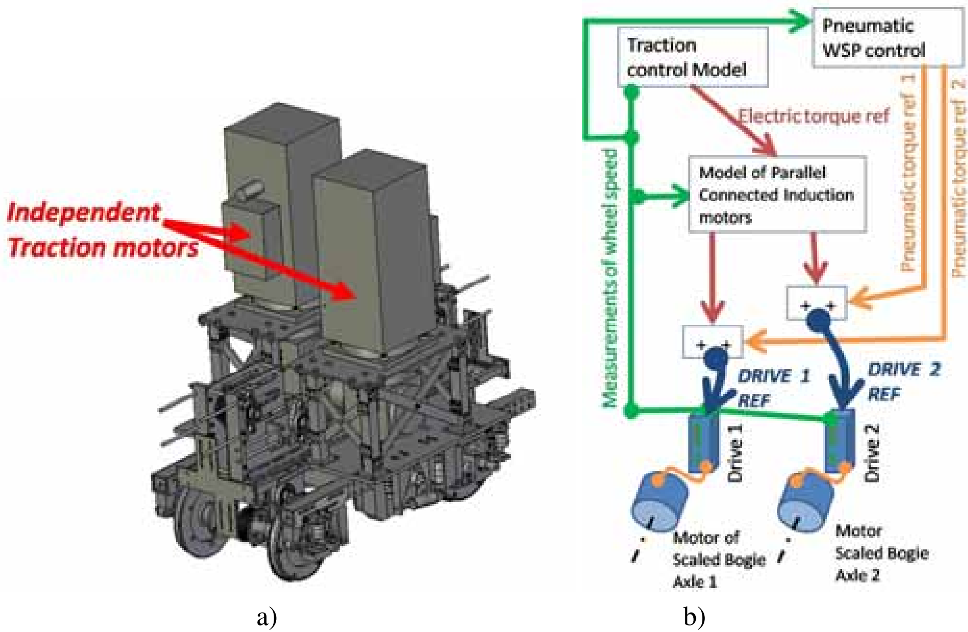


Figure 17: an example of locomotive bogie, Italian E 402B.



a) b)

Figure 18: a) Traction motors applied on the scaled test rig, b)Simulation layout.

cles with a particular attention to degraded adhesion conditions during traction and/or braking phases. So the scaled traction-braking system has to be designed in order to accurately reproduce many different layouts corresponding to different vehicles and conditions.

The proposed solution is shown in Fig.(18) a), each axle is controlled by an independent electric actuator. Each actuator is controlled by an independent vector control able to regulate in a very fast and precise way the exerted torque as shown in Fig.(18). A real time model of braking and traction system is used to perform an Hardware In the Loop simulation in order to emulate the behavior of the simulated plant/vehicle. In particular in Fig.(18) b) the simulation layout corresponding to the traction-braking system of a E404 the locomotive (used in the ETR 500 Italian high speed trains) is reproduced.

The virtual model of the traction system and of the braking systems uses the measured speed of the wheels to modulate traction-braking forces. Since the real system uses measurements from four axles and the scaled bogie in this phase has only two rollers, the remaining two are generated by a simplified real time model of the vehicle. The corresponding torque calculated for each axles is used as reference command for the torque loop of the motor. In this particular case, corresponding to the E404 locomotive the two induction motors are connected in parallel to a single inverter so the simulation model has to reproduce the behavior of this particular solution.

A real time model of the electric power plant is not a feasible solution considering the available computational power, the required integration sampling of near to realistic models, the complexity of all the others on board sub-systems. So an off-line simplified model of the inverter and parallel connected induction motors has been realized using SimPowerSystem library of Matlab-Simulink simulation environment. In particular a Field Oriented Control Induction Motor Drive is simulated [13] [14] [15]. This simplified model is used to produce a

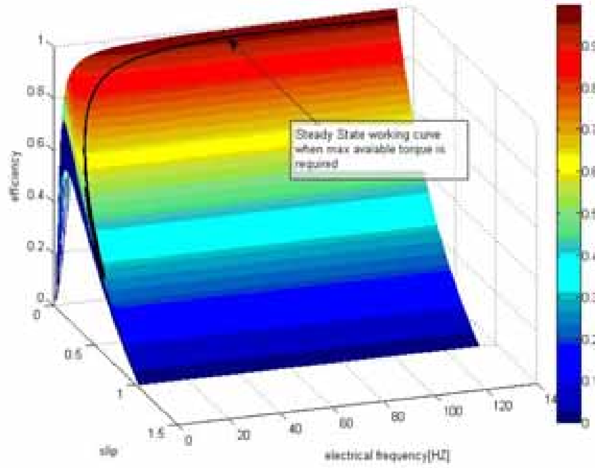


Figure 19: Motor efficiency as a function of electrical frequency and slip, black curve represents the steady state response on which the system works when the maximum torque is required.

look up table function between desired as a function of reference torque, and different speed of each connected motors. Data concerning motors and few information concerning the real inverter have been taken from technical documentation of E404 locomotive. In particular in Fig.3/a/b some characteristic curves of the drive-motor system obtained from available technical documentation are shown, both the curves (efficiency and power) are calculated when both the parallel connected induction motors are travelling at the same speed and the maximum torque curve is required to the drive.

The curves represented in Fig.(21) are obtained by imposing to the two parallel connected motors different speeds ω_1 and ω_2 which are different from the mean velocity ω_m :

$$\omega_m = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}, \tag{27}$$

the sliding S_r is defined as:

$$S_r = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}. \tag{28}$$

In this way exerted torque can be calculated as a function of a command reference, the rotating speed and relative slide S_r defined as according to the preceding expression.

The values obtained during simulations are used to produce a look up table that is used to approximate the response of parallel connected induction motor in the real time model. From torque curves visible in Fig.(21) it is quite clear how the simulated behavior of the traction system can deeply influence the performances of the system especially during degraded adhesion tests, when high relative slidings S_r occurs.

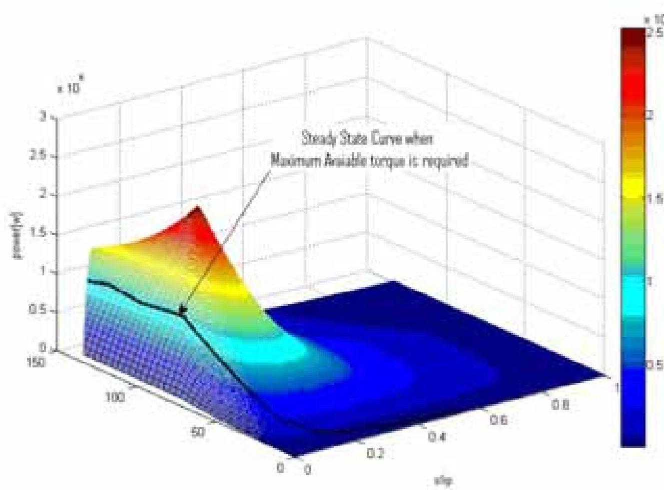


Figure 20: Power erogated by the motor as a function of electrical frequency and slip, black curve represents the steady state response on which the system works when the maximum torque is required.

5. CONCLUSIONS

In this paper a scaled roller rig able to test the full-scale dynamics of a locomotive bogie is described. The main design and control issues necessary to realize the test rig have been presented. The main aspect that actually differentiate the presented test rig from the existing one is that tests where the simulated adhesion conditions are low can be reproduced. These simulated degraded adhesion conditions cause the intervention of the locomotive anti-slip system, an then losses and recoveries of adhesion have to be simulated on the rig. This should be done without the physical sliding between the wheel and the rail, but only by means of a proper control of the wheel angular speed and of the tangential force. The problem of scaling factor has been analyzed, then the torque necessary to control the test rig has been evaluated. The proposed solution for the control and the scaling factors have been verified by means of numerical tests. The scaled test rig has been realized and will be soon available in order to start the testing activity.

REFERENCES

[1] F. Song, A. Folleco, E. A., 2001. "High fidelity hardware-in-the-loop simulation development for an autonomous underwater vehicle". In OCEANS, M. Conference and Exhibition, eds.

[2] Hanselmann, H., 1996. "Hardware-in-the-loop simulation testing and its integration into a cacsd toolset,". In Proceedings of the IEEE International Symposium on Computer-Aided Control System Design, I. Conference and Exhibition, eds.

[3] M., M., B., A., and L., P., 2008. "Feasibility of degraded adhesion tests in a locomotive roller rig". *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineering, Part F,* **222**, pp. 27–43.

[4] Bosso, N., Gugliotta, A., Napoli, E., and Somà, A., 2000. "Simulation of a scaled roller rig". In 5th ADAMS Rail Users' Conference, M. Software, ed.

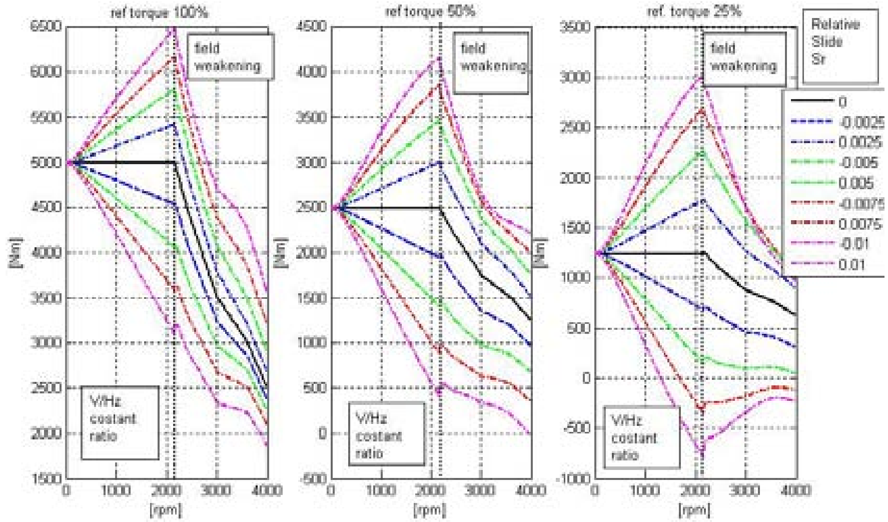


Figure 21: Torque/speed curves as a function of reference torque command and relative slide S_r.

[5] Jaschinki, A., Chollet, H., Iwnicki, S. D., Wickens, A. H., and Wurzen, J., 1999. "The application of the roller rigs to railway vehicle dynamics". *Vehicle System Dynamics,* **31**, pp. 345–392.

[6] D., I. S., and H., W. A., 1999. Validation of a matlab library vehicle simulation using a roller rig. Tech. rep., Manchester Metropolitan University, Department of Engineering and Technology.

[7] Dukkipati, R., 1999. "A parametric study of the lateral stability of a railway bogie on a roller rig". *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineering, Part F,* **213**, pp. 39–47.

[8] Dukkipati, R., 2001. "Lateral stability analysis of a railway truck on roller rig". *Mechanism and Machine Theory,* **36**, pp. 189–204.

[9] P.D. Allen, S. D. I., 2001. "The critical speed of a railway vehicle on a roller rig". *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineering, Part F,* **215**, pp. 55–64.

[10] S. Bruni, F. Cheli, F. R., 2001. "A model of an actively controlled roller rig for tests on full size railway wheelsets". *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineering, Part F,* **215**, pp. 277–288.

[11] Polach, O., 1999. "Fast wheel-rail forces calculation computer code". *Vehicle System Dynamics,* **Supplement 33**, pp. 728–739.

[12] Polach, O., 2005. "Creep forces in simulations of traction vehicles running on adhesion limit". *Wear,* **258**, pp. 992–1000.

[13] Bose, B. K., 2002. *Modern Power Electronics and AC Drives*. Prentice-Hall, N.J.

[14] Grelet, G., G. C., 1997. *Actionneurs lectriques*. ditions Eyrolles, Paris.

[15] Krause, P. C., 1986. *Analysis of Electric Machinery*. McGraw-Hill.

VERIFICA SPERIMENTALE DI MODELLI EFFICIENTI AGLI ELEMENTI FINITI PER LA PREVISIONE DEL COLLASSO STATICO DI STRUTTURE INCOLLATE COMPLESSE

Davide Castagnetti
Dipartimento di Scienze e Metodi dell'Ingegneria,
Università di Modena e Reggio Emilia, Italy
E-mail: davide.castagnetti@unimore.it

Andrea Spaggiari
Dipartimento di Scienze e Metodi dell'Ingegneria,
Università di Modena e Reggio Emilia, Italy
E-mail: andrea.spaggiari@unimore.it

Eugenio Dragoni
Dipartimento di Scienze e Metodi dell'Ingegneria,
Università di Modena e Reggio Emilia, Italy
E-mail: eugenio.dragoni@unimore.it

***Sommario**. Il lavoro ha l'obiettivo di verificare l'applicabilità e l'accuratezza di un modello semplificato agli elementi finiti (EF) per l'analisi a collasso statico di strutture incollate complesse in parete sottile. Il modello descrive gli aderendi mediante piastre o gusci e l'adesivo mediante un singolo strato di elementi coesivi. Il collegamento tra gli elementi piastra (privi di spessore) degli aderendi e gli elementi dell'adesivo è effettuato utilizzando semplici condizioni di vincolamento relativo tra le mesh delle parti corrispondenti. Il lavoro è incentrato sull'analisi di una giunzione tubolare incollata ottenuta per sovrapposizione di lamierini e caricata a flessione su tre punti fino a collasso. Si presenta il confronto tra le curve forza-spostamento numeriche e quelle sperimentali ottenute da una campagna sistematica.*
I risultati ottenuti mostrano un ottimo accordo tra le previsioni fornite dal modello e le prove sperimentali, specialmente in termini di forza massima e rigidezza del sistema. L'originalità del lavoro consiste nella semplicità degli strumenti computazionali proposti, basati su opzioni di modellazione standard disponibili in ogni applicativo agli EF commerciale.

***Keywords**: adhesive bonding, efficient finite element modeling, design of experiment*

1. INTRODUZIONE

La diffusione industriale dell'incollaggio per la realizzazione di giunzioni strutturali primarie è legata allo sviluppo di metodi di calcolo semplici, veloci e accurati per la previsione della loro resistenza meccanica. Il lavoro riguarda l'applicazione di un modello efficiente agli elementi finiti (EF), precedentemente verificato dagli autori in campo elastico

[1] ed esteso al campo post-elastico [2-4], per l'analisi a collasso statico di strutture incollate complesse.

In letteratura si ritrovano numerosi metodi agli elementi finiti per l'analisi delle giunzioni incollate [5-14]. Molti di questi metodi sono basati su elementi speciali per descrivere lo strato adesivo o la zona di sovrapposizione. I principali svantaggi di questi metodi risiedono nel fatto che gli elementi speciali da essi impiegati sono difficili da implementare nei software agli elementi finiti commerciali impiegati nell'ambito industriale e il loro uso è confinato ad applicazioni di ricerca. In lavori recenti, invece, i metodi più comunemente impiegati adottano approcci basati sulla meccanica della frattura [15-18]. In questo caso i criteri di cedimento impiegati richiedono dati che si ottengono da prove sperimentali dedicate.

Per superare queste limitazioni, il presente lavoro approfondisce l'analisi di un metodo computazionale semplificato, già presentato dagli autori in [1], per l'analisi di giunzioni strutturali in parete sottile. Il metodo è basato su strumenti di modellazione convenzionali e su elementi finiti standard, implementati nei più diffusi software di calcolo commerciali. Il metodo descrive gli aderendi mediante elementi semi-strutturali (piastre o gusci), l'adesivo mediante un singolo strato di elementi solidi e ricorre a vincoli cinematici interni per riprodurre la continuità strutturale. In [1] si è dimostrata l'efficienza e l'accuratezza del modello ridotto nel calcolare la distribuzione delle tensioni elastiche lungo il piano medio dello strato adesivo per parecchie geometrie 2D e 3D. Successivamente, gli autori hanno esteso il metodo in campo post-elastico [2-4] adottando il semplice criterio di cedimento alle tensioni regolarizzate proposto in [19, 20] ed ottenendo risultati incoraggianti.

L'obiettivo del lavoro è valutare l'applicabilità e l'accuratezza del metodo nella previsione della risposta post-elastica di strutture incollate complesse di dimensioni anche elevate. La convalida del metodo viene svolta rispetto ad una campagna sperimentale sistematica. La struttura incollata che si considera è costituita da una trave tubolare, composta da due tratti di lunghezza differente incollati testa a testa mediante sovrapposizione di lamierini. Il caricamento della trave a flessione su tre punti fino a completo collasso origina uno stato tensionale complesso nella zona di incollaggio. Le curve sperimentali forza spostamento sono confrontate direttamente con quelle fornite dal modello computazionale semplificato. Il modello computazionale implementa un criterio di cedimento secondo l'approccio della zona coesiva come proposto in [21] in modo da unire accuratezza del modello e velocità di calcolo. Si propone, infine, una interpretazione analitica dei risultati ottenuti per spiegare l'influenza della dimensione del lato del tubo quadro sul carico di collasso della struttura.

L'originalità del lavoro consiste nella semplicità degli strumenti computazionali proposti, basati su opzioni convenzionali di modellazione disponibili in ogni applicativo agli EF commerciale. Ne deriva un metodo generale e di facile impiego, caratterizzato da una forte riduzione del costo computazionale (occupazione di memoria e tempo di calcolo), conseguente alla minimizzazione dei gradi di libertà del modello. Semplicità, generalità ed efficienza fanno del metodo proposto un valido strumento industriale per simulare il comportamento meccanico di strutture incollate di grandi dimensioni e geometria complessa.

2. METODO

La Figura 1 mostra la struttura trabeiforme incollata considerata nel lavoro. La struttura è costituita da due spezzoni di tubo quadro, aventi lunghezza differente, uniti da piastrine di

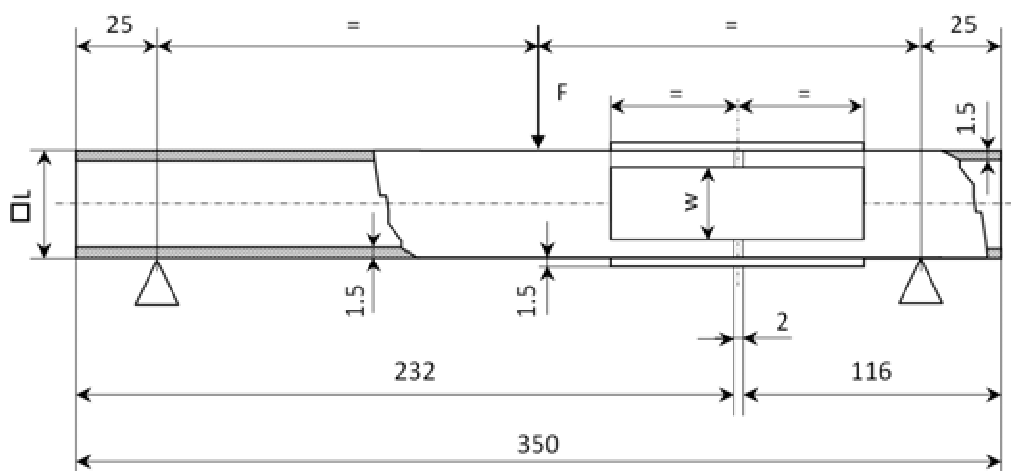


Figura 1. Schema del giunto tubolare incollato, dimensioni in mm.

collegamento incollate per sovrapposizione semplice sui lati. La struttura viene caricata a flessione su tre punti. Essendo la zona di unione lontana dalla mezzeria, nell'adesivo delle giunzioni si sviluppa uno stato di sollecitazione indiretto e complesso. La struttura, di semplice realizzazione, vuole rappresentare un simulacro di una struttura reale incollata e costituisce un buon banco di prova per il metodo proposto. Il lavoro è diviso in due fasi: prove sperimentali e analisi computazionali. Le prove sperimentali sono condotte in forma sistematica secondo un piano fattoriale completo. Le analisi computazionali implementano tutte le configurazioni esaminate sperimentalmente. Le prove, sia sperimentali che computazionali, sono state effettuate fino al raggiungimento del completo collasso della struttura.

Prove sperimentali

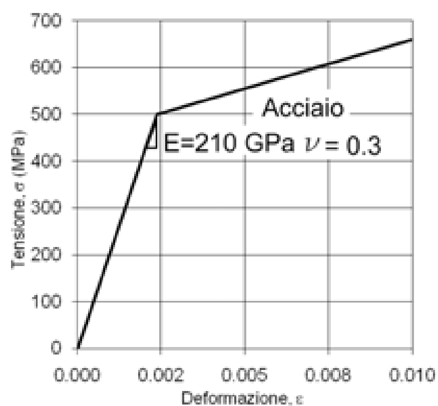
La campagna sperimentale ha preso in esame due variabili: la dimensione del lato del tubo quadro (su due livelli, 25 e 40 mm) ed il numero di piastrine di collegamento, su quattro livelli, 0 (ossia tubo integro senza giunzione), 2 disposte lateralmente, 2 disposte rispettivamente sulla faccia inferiore e superiore e 4 ossia una per ciascun lato del tubo quadro. Per ciascuna configurazione si sono effettuate 4 ripetizioni, per un totale di 32 giunzioni.

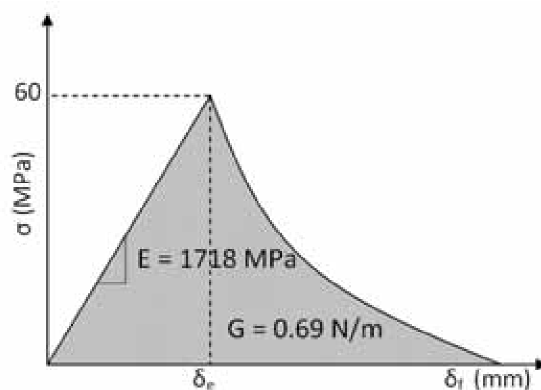
I tubi quadri sono profilati commerciali, saldati longitudinalmente, in acciaio da costruzione Fe510. I piatti di lamiera che realizzano la giunzione per sovrapposizione sono dello stesso acciaio da costruzione ma ottenuti da fogli di lamiera. Lo spessore di parete dei tubi quadri e quello dei piatti di lamiera è pari a 1.5 mm.

Per i tubi quadri aventi lato di 25 mm si sono impiegati piatti di lamiera di larghezza 19 mm, mentre per i tubi di lato 40 mm la larghezza dei piatti è pari a 30 mm. Questo consente un ricoprimento quasi completo della zona planare della giunzione. L'adesivo impiegato è un epossidico bi-componente ad alta resistenza (Henkel 9466 [22]). Lo spessore dello strato adesivo è stato ottenuto portando a contatto le parti incollate (tubo e piatto). La Tabella 1 raccoglie le principali dimensioni geometriche e le proprietà elastiche di aderendi

Tabella 1. Variabili geometriche e proprietà meccaniche materiali

		Geometria	
Lato tubo quadro, *L*	(mm)	25	40
Larghezza piatti, *w*	(mm)	19	30
Spessore adesivo	(mm)	0.05	0.05
		Materiali	
		Aderendi	**Adesivo**
		Acciaio	Henkel Loctite 9466
Modulo di Young	(MPa)	206.000	1718
Coefficiente di Poisson		0.3	0.3
Tensione elastica massima	(MPa)	500	60





(a) (b)

Figura 2. Legame costitutivo acciaio elastoplastico (a) e legame coesivo adesivo (b)



Figura 3. Famiglia di giunzioni realizzate sperimentalmente

ed adesivo. Il comportamento post-elastico degli aderendi e dell'adesivo è descritto, invece,dalle curve di Figura 2a e 2b la cui origine è spiegata nella sezione 2.2..
Gli aderendi sono stati preparati all'incollaggio attraverso 4 fasi: pulitura, carteggiatura e due successive puliture con due differenti solventi. La prima fase di pulitura è stata effettuata con diluente nitro. Questa ha lo scopo di rimuovere i residui degli oli di lavorazione e protettivi. La carteggiatura è stata effettuata impiegando carta abrasiva (grana P80) secondo una trama incrociata a 45°. Le successive fasi di pulitura sono state effettuate con diluente nitro ed infine con il solvente Loctite 7063.

Si è infine proceduto alla realizzazione delle giunzioni incollate che sono state lasciate polimerizzare a temperatura di 40° per 75 ore. Durante l'esecuzione delle giunzioni si è provveduto a misurare lo spessore dello strato adesivo mediante un calibro. La misura è stata fatta per differenza tra le dimensioni dell'assemblato prima e dopo la realizzazione dell'incollaggio. La Figura 3 mostra l'intera famiglia di giunzioni realizzate nella campagna sperimentale.

Le prove sperimentali sono state svolte ad una velocità costante della traversa di 5 mm/min fino al collasso completo del giunto. La macchina di prova usata è una MTS MINI Bionix 858, servo idraulica, con capacita assiale di 25KN. La macchina è comandata tramite PC mediante software proprietario di gestione ed acquisizione dati.

Analisi computazionali

Lo scopo dell'analisi computazionale è di ottenere la curva forza spostamento fino al collasso completo, permettendo un confronto diretto con i risultati sperimentali.

Il modello computazionale è stato sviluppato in forma tridimensionale sia per la struttura tubolare incollata sia per la struttura integra. Gli aderendi sono stati descritti mediante elementi semi-strutturali di tipo piastra (shell) collocati sulle superfici medie rispettivamente delle pareti del tubo e dei piatti di collegamento. Lo strato adesivo è stato descritto mediante un singolo strato di elementi coesivi solidi. La modellazione degli aderendi mediante elementi strutturali determina una discontinuità virtuale tra aderendi ed adesivo. Per assicurare la continuità strutturale, si impiegano vincoli cinematici interni che rendono uguali i gradi di libertà corrispondenti delle parti vincolate. Sia gli aderendi sia l'adesivo sono stati modellati per mezzo di elementi lineari ad integrazione ridotta, aventi forma quadrata. La dimensione della mesh sull'aderendo e sugli strati di adesivo è pari alla distanza dei piani medi degli aderendi. Questa scelta, è derivata da una procedura di convergenza effettuata su una delle configurazioni in esame ed ha permesso di ottenere un buon compromesso tra precisione dei risultati e tempi di calcolo ragionevoli.

Gli aderendi sono stati modellati con un semplice legame elasto-plastico incrudente bilineare (Fig. 2a), mentre l'adesivo è stato descritto mediante il modello di zona coesiva di Fig. 2b. La tensione di snervamento degli aderendi è stata individuata sulla base dei dati forniti dal produttore dei tubi. I parametri che governano l'andamento della zona coesiva (tensione massima = 60 MPa, energia di frattura = 0.69 N/m) sono stati ricavati, invece, da lavori di letteratura [21] riguardanti il medesimo adesivo. Il criterio scelto prevede che al raggiungimento del limite elastico, in modo I, II, III l'adesivo perda progressivamente le sue proprietà meccaniche con legge esponenziale (Fig. 2b).

Al fine di eliminare i moti rigidi del sistema, il modello computazionale è stato vincolato applicando delle cerniere in corrispondenza dell'appoggio di sinistra e dei carrelli in corrispondenza dell'appoggio di destra.

Il carico è stato invece assegnato nella forma di una velocità costante verso il basso, applicata sulla sezione di mezzeria del giunto. Il valore di velocità applicata è stato pari a 150 mm/s, superiore a quella sperimentale. Questa scelta, congiuntamente alla strategia di scalatura della massa, ha consentito di ridurre i tempi di analisi (metodo esplicito), pur senza pregiudicare i risultati. Dalle analisi si è ricavato il carico di reazione della struttura in relazione all'abbassamento della sezione di mezzeria fino al suo cedimento. I modelli computazionali sono stati sviluppati per tutte le configurazioni esaminate sperimentalmente e sono stati implementati mediante il solutore esplicito del software agli elementi finiti ABAQUS 6.8 [23]. Tutte le analisi sono state risolte mediante un calcolatore Dual Core Xeon 3.2GHz con 4GB di memoria RAM.

3. RISULTATI

Prove sperimentali

Lo spessore dello strato di adesivo, misurato al termine dell'esecuzione delle giunzioni, è risultato uniforme per tutte le configurazioni e mediamente pari a 0.05 mm.

I diagrammi di Figura 4 mostrano, mediante le linee continue nere, le curve forza-spostamento ottenute sperimentalmente per le 4 configurazioni strutturali caratterizzate dalla presenza di due lamierini di giunzione rispettivamente sopra e sotto Fig. 4a, c e laterali Fig. 4b, d. Analogamente la Figura 5 mostra le medesime curve per le configurazioni strutturali caratterizzate da 4 lamierini di giunzione Fig. 5a, c e per i due tubi quadri integri Fig. 5b, d.

In Tabella 2 si presentano, per tutte le configurazioni esaminate sperimentalmente, le rigidezze misurate nel tratto elastico della curva forza-spostamento. Le prime quattro righe mostrano i valori relativi ad ogni ripetizione. La quinta riga presenta per ciascuna configurazione, il valor medio e la deviazione standard delle quattro ripetizioni sperimentali.

In Tabella 3 e Tabella 4 si presentano rispettivamente i valori sperimentali della forza massima e dell'energia spesa per portare a collasso le giunzioni. L'energia spesa rappresenta l'area sottesa alle curve forza-spostamento. Entrambe le tabelle hanno la medesima struttura di Tabella 2.

Analisi computazionali

I diagrammi di Figura 4 riportano in linea tratteggiata le curve forza spostamento ottenute dalle analisi computazionali svolte sulle stesse configurazioni di giunzione della campagna sperimentale.

In Tabella 2, alla sesta riga, si presentano, per tutte le configurazioni esaminate, le rigidezze misurate nel tratto elastico della curva computazionale forza-spostamento. L'ultima riga di tabella mostra, infine, il valore di errore relativo tra il valore computazionale ed il valor medio sperimentale. L'errore relativo è calcolato come un rapporto avente a numeratore la differenza tra la risposta computazionale e quella sperimentale e a denominatore la risposta sperimentale.

In Tabella 3 e Tabella 4 si presentano rispettivamente i valori di forza massima ed energia spesa per portare a collasso le giunzioni forniti dalle analisi computazionali. Entrambe le tabelle hanno la medesima struttura di Tabella 2.

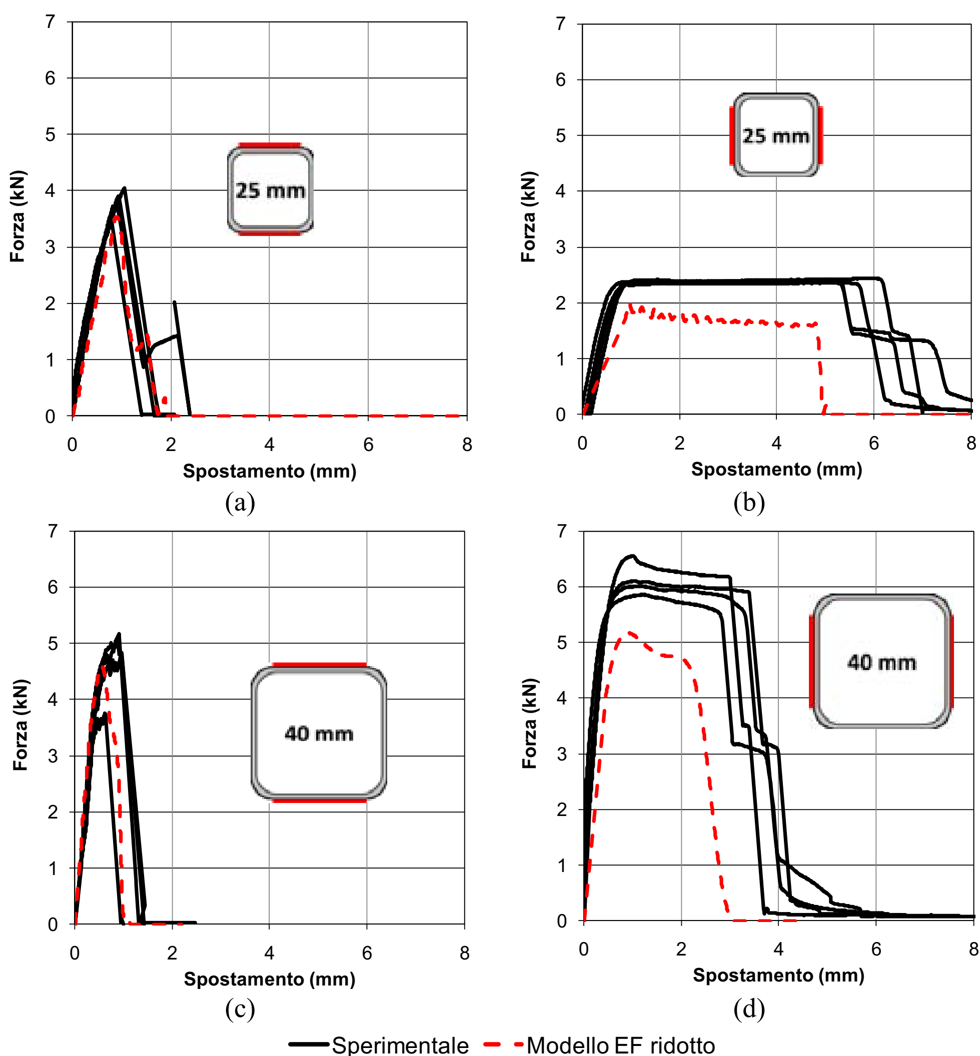


Figura 4. Curve forza-spostamento sperimentali e computazionali per la struttura di Fig. 1 nel caso di 2 soli lamierini

4. DISCUSSIONE

Prove sperimentali

Dai diagrammi di Figura 4 e 5 si osserva in primo luogo una minima dispersione delle curve forza-spostamento tra le varie ripetizioni delle prove. In particolare, anche l'istante di cedimento dello strato adesivo, nei casi in cui si verifica, è molto vicino tra le diverse prove.

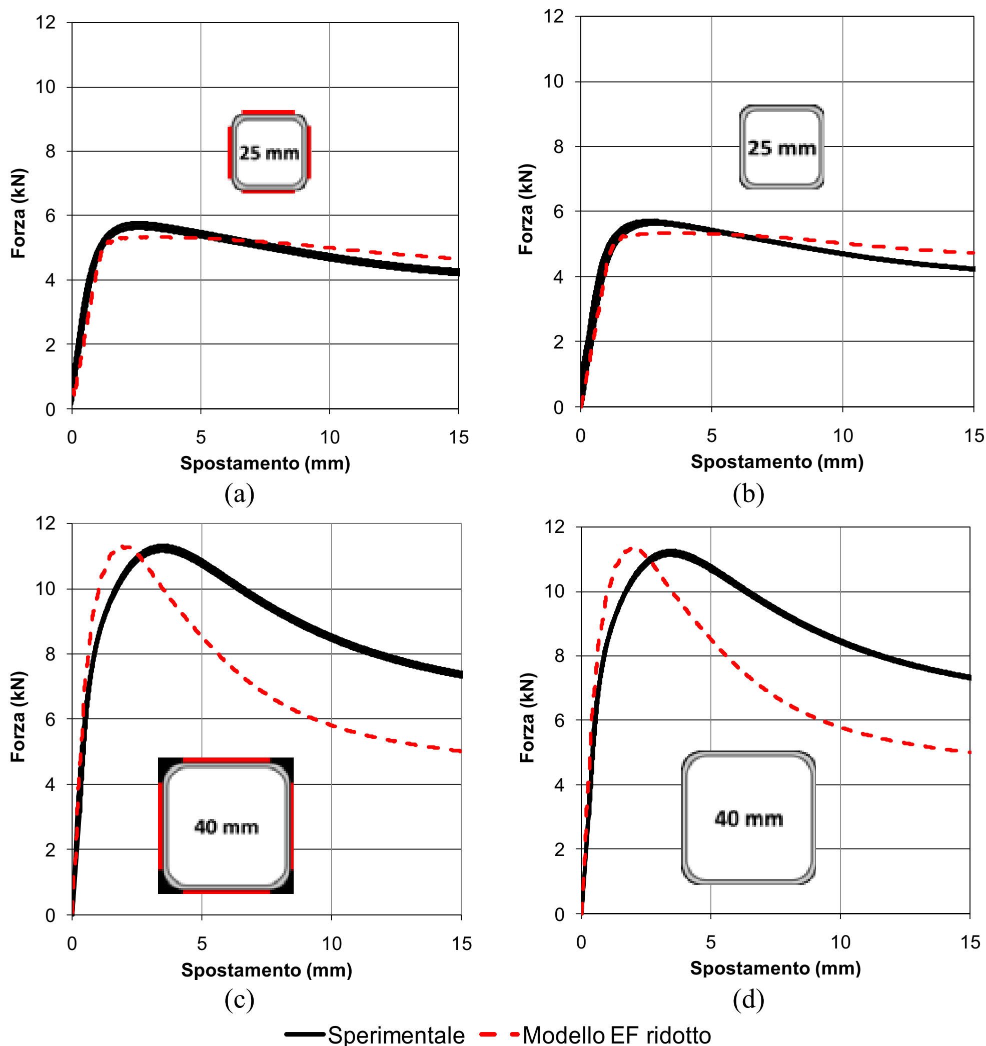


Figura 5. Curve forza-spostamento sperimentali e computazionali per la struttura di Fig. 1, nel caso di 4 o nessun lamierino

Questo testimonia la validità della configurazione di giunzione scelta e la buona esecuzione sperimentale. Le configurazioni di Fig. 4, nelle quali avviene il cedimento della zona di giunzione, mostrano due modi di collasso completamente diversi. In entrambi i casi si osserva che sia la rigidezza (Tab. 2) che la forza massima raggiunta dalle giunzioni (Tab. 3) sono molto simili a parità di dimensione geometrica. Una differenza sostanziale si osserva, invece, nel tratto post-elastico. Nel caso di tubolare incollato mediante lamierini disposti sopra e sotto, si verifica la frattura immediata dopo il superamento del limite elastico.

Nel caso di tubolare incollato mediante lamierini disposti lateralmente si osserva, invece, un tratto rilevante a forza costante dopo il raggiungimento del limite elastico, prima del cedimento della struttura. In termini quantitativi tale differenza di comportamento è apprezzabile in Tabella 4 dove si riporta l'energia assorbita dal giunto.

Tabella 2 Rigidezza raggiunta dalla struttura di Fig. 1

Configurazione	25	25	40	40	25	25	40	40
Rig. sperimentale media $k_{s,\ media}$ ± dev.st (kN)	4.9 ±0.1	4.0 ±0.1	10.5 ±2.0	9.7 ±0.1	5.1 ±0.1	4.6 ±0.1	13.1 ±1.2	12.0 ±0.6
Rig. modello EF, k_{EF} (kN)	4.1	2.0	10.9	7.8	4.6	4.3	12.2	12.3
Errore percentuale, $((k_{EF} - k_{s,\ media})/k_{s,\ media})*100$	-15.7	-49.2	3.8	-19.0	-11.2	-6.7	-7.4	2.5

Tabella 3 Forza massima raggiunta dalla struttura di Fig. 1

Configurazione	25	25	40	40	25	25	40	40
Media della forza sperimentale massima $F_{s,\ max,\ media}$ ± dev.st (kN)	3.8 ±0.3	2.4 ±0.0	4.7 ±0.7	6.1 ±0.3	5.7 ±0.1	5.7 ±0.0	11.2 ±0.1	11.2 ±0.1
Forza massima modello EF, $F_{EF\ max}$ (kN)	3.53	2.00	4.58	5.17	5.32	5.34	11.29	11.35
Errore percentuale, $(F_{EF,\ max} - F_{s,\ max,\ media})/F_{s,\ max,\ media})*100$	-6.7	-16.8	-2.5	-15.5	-6.1	-5.7	0.6	1.4

Tabella 4 Energia di deformazione per portare a collasso la struttura di Fig. 1

Configurazione	25	25	40	40	25	25	40	40
En. sperimentale media $E_{s,\ media}$ ± dev.st (J)	3.5 ±0.5	14.3 ±0.6	3.9 ±1.1	20.8 ±1.2	72.5 ±1.1	72.2 ±0.8	135.2 ±0.9	134.0 ±0.7
En. modello EF, $E_{EF\ max}$ (J)	3.0	7.6	3.0	11.2	72.9	73.4	108.3	108.3
Errore percentuale, $((E_{EF} - E_{s,\ media})/E_{s,\ media})*100$	-16.1	-47.2	-22.9	-46.1	0.5	1.7	-19.8	-19.2

L’energia di deformazione risulta, infatti, da 4 a 5 volte più grande passando dalla giunzione con lamierini disposti sopra e sotto a quella con lamierini laterali, a parità di dimensioni geometriche. Questo comportamento è spiegabile poiché le tensioni di pelatura (associate alla caratteristica di sollecitazione di taglio globale) che si originano sullo strato incollato disposto sopra e sotto sono peggio tollerate dall’adesivo rispetto alle tensioni puramente tangenziali che agiscono nel caso di strato adesivo disposto lateralmente.

Dalle curve sperimentali di Figura 5 si osserva, invece, che la configurazione con 4 lamierini fornisce una risposta pressoché identica a quella del tubo integro con valori quasi coincidenti di rigidezza (Tab. 2), forza massima (Tab. 3) ed energia di deformazione (Tab.

4). Questo comportamento si riscontra per entrambe le dimensioni del lato del tubo. Si può quindi affermare che lo strato adesivo trasferisce completamente ed efficacemente il carico.

Analisi computazionali

Dai diagrammi di Figura 4a, c emerge un buon accordo tra la previsione computazionale e le curve sperimentali nel caso di configurazione con lamierini sopra e sotto. Per tale configurazione l'errore sulla rigidezza (Tab. 2) è inferiore al 16%, quello sulla forza massima (Tab. 3) è minore del 7%, quello sull'energia di deformazione (Tab. 4) del 23%. Meno accurata è risultata, invece, la previsione della configurazione con lamierini disposti lateralmente (Fig. 4b, d). L'errore che si registra in questo caso è attribuibile al fatto che, in prima approssimazione, si sono attribuite all'adesivo le stesse proprietà in modo I e modo II, non avendo reperito in letteratura, per questo specifico adesivo, le proprietà di modo II. Questa discrepanza suggerisce che l'adesivo presenta una risposta differente in modo II in termini sia di tensione di picco della zona coesiva sia di energia di frattura.

Dai diagrammi di Figura 5a, b si osserva un accordo ottimo tra la risposta computazionale e quella sperimentale per la struttura di lato 25 mm. L'errore massimo sulla rigidezza (Tab. 2) è circa dell'11%, quello sulla forza massima (Tab. 3) del 6%, l'errore sull'energia (Tab.4) è minore del 2%.

Buono è anche l'accordo tra le curve computazionali e sperimentali per la struttura di lato 40 mm. L'accuratezza nella previsione della rigidezza è simile al caso precedente, con un errore massimo di circa il 7% (Tab. 2). E' minimo, invece, l'errore nella previsione della forza massima (Tab. 3) che supera di poco l'1%, mentre la previsione dell'energia di deformazione (Tab. 4) è meno accurata con un errore di circa il 20%.

Alla luce dei risultati ottenuti il metodo si propone come uno strumento accurato ed efficiente per la previsione del comportamento strutturale di costruzioni incollate complesse. La disponibilità di dati affidabili e accurati in merito al comportamento elastico e fino a collasso dell'adesivo appare un requisito essenziale per l'attendibilità dei risultati forniti dal metodo.

Dall'osservazione delle curve forza-spostamento di Figura 4 si nota un'apparente anomalia. Il carico che il giunto è in grado di sostenere è massimo per la configurazione con lamierini posti sopra e sotto se il tubo ha lato 25mm. Se il tubo ha lato 40 mm, invece, il carico è massimo per la configurazione con lamierini laterali. La spiegazione di questo comportamento, che trova conferma anche nei risultati delle analisi FEM, può essere qualitativamente ottenuta attraverso semplici considerazioni analitiche che vengono presentate nel dettaglio nell'Appendice 1. In base a questa interpretazione analitica si osserva che il carico di collasso delle giunzioni dipende dal lato del tubo quadro, L, in maniera differente per il giunto con i lamierini sulle basi o laterali.

Come riepilogato in Tabella 5, infatti, nel caso di giunzione con lamierini sulle basi la componente di tensione che causa il collasso è quella normale (sollecitazione di pelatura) e da ciò discende che la forza massima sopportabile dal giunto è proporzionale al lato del tubo quadro, L. Nel caso di lamierini laterali, invece, la componente di tensione critica è quella tangenziale da cui consegue che la forza massima sopportabile dal giunto è proporzionale al quadrato del lato del tubo.

Questa interpretazione analitica trova riscontro nei risultati sperimentali che mostrano come il rapporto tra i carichi massimi sostenuti dalla giunzione rispetti questo andamento (Tabella 5). In particolare, nel caso della configurazione con lamierini sulle basi, la forza

Tabella 5 Dipendenza dal lato del carico della struttura

Configurazione		
Componente di tensione critica	σ	τ
Dipendenza della componente di tensione critica dal lato, *L*	$\propto 1/L$	$\propto 1/L^2$
Rapporto tra i lati, *L*	$\frac{25}{40} = 0.63$	$\left(\frac{25}{40}\right)^2 = 0.39$
Rapporto tra le forze massime sperimentali, $F_{max,25}/F_{max,40}$	0.81	0.39

massima (sperimentale) in funzione del lato, L, aumenta poco più che linearmente, differenza probabilmente imputabile agli effetti flessionali indotti nella giunzione dallo specifico caricamento. Per la configurazione con lamierini laterali, invece, il rapporto tra le forze massime coincide esattamente con il quadrato del rapporto tra le dimensioni del lato del tubo, L.

Questo conferma la correttezza della stima analitica che presenta un errore di circa il 20% nel primo caso mentre l'errore scende sotto l'1% nel secondo.

5. CONCLUSIONI

Il lavoro mostra l'applicabilità e l'accuratezza di un modello semplificato agli elementi finiti (EF) per l'analisi a collasso statico di strutture incollate complesse in parete sottile. Il modello è applicato ad una struttura tubolare incollata ottenuta per sovrapposizione di lamierini e caricata a flessione su tre punti fino a collasso. Caratteristiche peculiari del modello proposto sono la descrizione degli aderendi mediante piastre o gusci e dell'adesivo mediante un singolo strato di elementi coesivi che sfruttano il modello di zona coesiva per descrivere le proprietà dell'adesivo. La continuità strutturale tra le piastre degli aderendi e gli elementi dell'adesivo è realizzata mediante semplici vincoli cinematici interni tra le mesh delle parti corrispondenti. Si presenta il confronto tra le curve forza-spostamento numeriche e quelle sperimentali ottenute da una campagna sistematica. Si osserva un buon accordo tra le previsioni computazionali e gli andamenti sperimentali in termini di rigidezza nella fase elastica (errore medio inferiore al 15%) e di forza massima (errore medio inferiore al 10%) mentre la previsione dell'energia di deformazione è meno accurata (errore medio di circa il 20%). L'andamento del carico di collasso in funzione della dimensione del tubo incollato è interpretato semi-quantitativamente con un semplice modello analitico che spiega i modi di rottura trovati sperimentalmente e numericamente.

La buona precisione del modello numerico ed il ridotto peso computazionale rendono il metodo proposto particolarmente adatto per l'analisi efficiente di costruzioni incollate complesse di interesse industriale.

APPENDICE 1 – MODELLI ANALITICI A PELATURA E TAGLIO PER GIUNZIONI INCOLLATE TRA ADERENDI SOTTILI

Si propongono di seguito due semplici interpretazioni analitiche del comportamento delle configurazioni di giunto rispettivamente con lamierini sulle basi e con lamierini sopra e sotto.

Modello a pelatura. La configurazione con lamierini sulle basi inferiore e superiore, è assimilabile a due giunzioni a singola sovrapposizione, pertanto lo stato di sollecitazione che nasce può essere valutato, in via approssimata, mediante i modelli analitici di Goland e Reissner [24] o di Bigwood e Crocombe [20]. Il caricamento a flessione su tre punti agente sulla trave si traduce in una componente di sforzo normale ed una di taglio (Fig. 6a). Queste sollecitazioni originano nello strato adesivo uno stato tensionale comprensivo di una componente normale e tangenziale. Poiché per l'adesivo la sollecitazione di pelatura (componente normale di tensione) è preponderante e più dannosa rispetto a quella di taglio [25], nell'analisi seguente si considera solo la componente normale di tensione. In accordo con il modello analitico di Bigwood e Crocombe [20], ad esempio, questa componente normale di tensione, originata principalmente dalla sollecitazione globale, *T*, risulta dipendente dal rapporto tra carico e larghezza della giunzione, *T*/*L*. Si può, quindi, dedurre che la forza massima, F_{max}, sopportata dalla giunzione con lamierini sulle basi e caricata a flessione su tre punti, sia in prima approssimazione direttamente proporzionale al lato del tubo quadro, *L*.

Modello a taglio. Lo stato di sollecitazione che nasce nella configurazione con lamierini laterali può essere valutato riconducendosi al semplice modello di due piastre incollate per sovrapposizione e caricate globalmente a torsione (Fig. 6b). In base a quanto proposto da Feodosyev [26] per questo specifico caso, le espressioni delle componenti di tensione tangenziale valgono rispettivamente:

$$\tau_x = \frac{M}{2J_p} \cdot \frac{w}{2} \tag{1}$$

$$\tau_y = \frac{M}{2J_p} \cdot \frac{t}{2} + \frac{T}{2A} \tag{2}$$

Dove *M* rappresenta il momento torcente originato nel baricentro della sezione incollata dalle caratteristiche di sollecitazione agenti sulla sezione BB del lamierino. J_p rappresenta il momento polare d'inerzia ed *A* l'area della sezione incollata. Infine, *T* rappresenta la caratteristica di sollecitazione di taglio applicata sulla sezione BB di Fig. 6b. L'assenza di concentrazioni di tensione nella giunzione, in virtù delle condizioni di carico e vincolo cui è sottoposta, rende queste espressioni una stima attendibile dello stato tensionale.

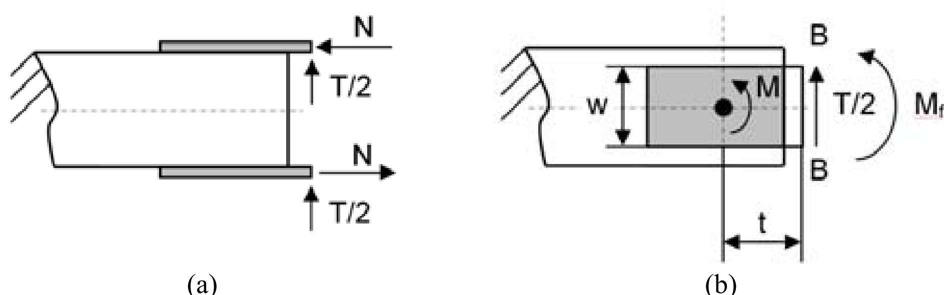
La tensione massima agente sullo strato adesivo si ottiene combinando le due sollecitazioni secondo la seguente espressione:

$$\tau_{\max} = \sqrt{\tau_x^2 + \tau_y^2} \tag{3}$$

Analizzando le espressioni (1) e (2), si può osservare che, in termini qualitativi, si hanno le seguenti dipendenze:

$$\tau_x \propto \frac{1}{L^2} \quad (4)$$

$$\tau_y \propto \frac{1}{L^3} + \frac{1}{L} \quad (5)$$



(a) (b)

Figura 6 – Schema della configurazione di giunzione con lamierini sulle basi, globalmente caricati a sforzo normale e taglio (a), e con lamierini sui fianchi globalmente caricati a momento torcente e taglio (b).

Si ha, quindi, che la componente τ_x è inversamente proporzionale al quadrato del lato del tubo. Nel caso della componente τ_y, invece, è possibile l'ipotizzare, come consueto, che la parte legata al taglio ($\propto 1/L$) sia trascurabile. La tensione tangenziale τ_y è, perciò, proporzionale a $1/L^3$. Nel complesso si ha, infine, che la tensione tangenziale globale, τ_{max}, trascurando gli infinitesimi di ordine superiore, è proporzionale ad $1/L^2$. Di conseguenza la forza massima, F_{max}, sopportata dalla giunzione con lamierini laterali caricata a flessione su tre punti, essendo inversamente proporzionale alla tensione tangenziale massima, τ_{max}, risulta direttamente proporzionale al quadrato della dimensione del lato del tubo, L.

BIBLIOGRAFIA

[1] Castagnetti, D., Dragoni, E., 2009. "Standard finite element techniques for the efficient stress analysis of adhesive joints". *Int J Adhes Adhes*, 29, pp. 125-135.

[2] Castagnetti, D., Spaggiari, A., Dragoni, E., 2007. "Metodi efficienti agli elementi finiti per l'analisi a collasso di strutture incollate". *Proceedings of the 36th AIAS*, Ischia (NA).

[3] Castagnetti, D. Dragoni, E., Spaggiari, A., 2008. "Failure analysis of bonded T-peel joints: efficient modelling by standard finite elements with experimental validation". *Proc. of "Adhesion '08"*, 03-05 September 2008, Oxford, UK, pp. 169-176.

[4] Castagnetti, D., Spaggiari, A., Dragoni, E., 2009. "Efficient Post-Elastic Analysis of Bonded Joints by Standard Finite Element Techniques". *J. of Adhes Sci and Tech.*, 23, pp. 1459-1476.

[5] Rao, B. N., Rao, Y. V. K. S., Yadagiri, S., 1982. "Analysis of composite bonded joints". *Fibre Science and Technology,* 17, pp. 77-90.

[6] Reddy, J. N., and Roy, S., 1988. "Non-linear analysis of adhesively bonded joints". Int. J. Non-Linear Mechanics, 23, pp. 97-112.

[7] Edlund, U., and Klarbring, A., 1992. "A geometrically nonlinear model of the adhesive joint problem and its numerical treatment". *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 96, pp. 329-350.

[8] Andruet, R. H., Dillard, D. A., and Holzer, S. M., 2001. "Two- and three-dimensional geometrical nonlinear finite elements for analysis of adhesive joints". *Int. J. of Adhesion and Adhesives*, 21, pp. 17-34.

[9] Goncalves, J. P. M., De Moura, M. F. S. F., and Castro, P.M.S.T., 2002. "A three-dimensional finite element model for stress analysis of adhesive joints". *Int. J. of Adhesion and Adhesives*, 22, pp. 357-365.

[10] Tong, L., and Sun, X., 2003. "Adhesive elements for stress analysis of bonded patch to curved thin walled structures". *Computational Mechanics*, 30, pp. 143-154.

[11] Crocombe, A. D., Bigwood, D. A., and Richardson, G., 1990. "Analyzing structural adhesive joints for failure". *Int. J. Adhesion and Adhesives*, 10 (3), pp. 167-178.

[12] Bigwood, D. A., and Crocombe, A. D., 1990. "Non-linear adhesive bonded joint design analyses". *Int. J. of Adhesion and Adhesives*, 10 (1), pp. 31-41.

[13] Harris, J. A., and Adams, R. D., 1984. "Strength prediction of bonded single lap joints by non-linear finite element methods". *Int. J. Adhesion and Adhesives*, 4 (2), pp. 65-78.

[14] Carlberger, T., and Stigh, U., 2007. "An Explicit FE-model of Impact fracture in an adhesive joint". *Engng. Fracture Mech*, 74(14), pp. 2247-2262.

[15] Goncalves, J. P. M., De Moura, M. F. S. F. et al, 2003. "Application of interface finite elements to three-dimensional progressive failure analysis of adhesive joints". *Fatigue Fract. Engng Master Struct*, 26(5), pp. 479-486.

[16] Hadavinia, H., Kawashita, L. Kinloch, A. J., Moore, D. R., and Williams, J. G., 2006. "A numerical analysis of the elastic-plastic peel test". *Engng. Fracture Mechanics*, 73(16), pp. 2324-233.

[17] Schmidt, P., and Edlund, U., 2005. "Analysis of adhesively bonded joints: a finite element method and a material model with damage", *Int. J. for Num. Meth. In Engng*, 1, pp. 1-34.

[18] Valoroso, N., Champaney, L., 2006. "A damage-mechanics-based approach for modelling decohesion in adhesively bonded assemblies", *Engng Fracture Mechanics*, 73 (18), pp. 2274-2801.

[19] Goglio, L. et al, 2008. "Design of adhesive joints based on peak elastic stresses", *Int J Adhes Adhes*, 28, pp. 427-435.

[20] Bigwood, D. A., Crocombe, A. D., 1989. "Elastic analysis and engineering design formulae for bonded joints". *Int. J. of Adhesion and Adhesives*, 9(4), pp. 229-242.

[21] Pirondi A., Fersini D., Perotti E., and Moroni F., 2007. "Applicabilità del modello di zona coesiva in simulazioni della frattura per diverse geometrie di giunti incollati", *Atti del 19° Congresso IGF Milano*, 2-4 luglio 2007.

[22] Loctite – Hysol 9466, 2007. "Technical Data Sheet".

[23] ABAQUS 6.8, 2008 *"Users' Manual"*, HKS Inc.

[24] Goland, M. and Reissner, E., 1944, "The stresses in cemented joints", J. of Applied Mechanics, 11, pp. 17-27.

[25] Adams, R. D., Comyn J., and Wake, W. C., 1984. *Structural adhesive joints in engineering*. Elsevier, London.

[26] Feodosyev, V.I., 1977. *Selected problems and questions in strength of materials*. Mir Publishers Moscow.

RECENT IMPROVEMENTS AND DESIGN FORMULAE APPLIED TO FRONT MOTORBIKE SUSPENSIONS

Dario Croccolo
DIEM - Department of Mechanical and Aeronautical Engineering,
University of Bologna, Italy
E-mail: dario.croccolo@unibo.it

Massimiliano De Agostinis
DIEM Department of Mechanical and Aeronautical Engineering,
University of Bologna, Italy
E-mail: m.deagostinis@unibo.it

Nicolò Vincenzi
DIEM - Department of Mechanical and Aeronautical Engineering,
University of Bologna, Italy
E-mail: nicolo.vincenzi@unibo.it

***Abstract**. The aim of this paper is to provide a methodology useful for the structural design and optimization of front motorbike suspensions. Two different types of shaft-hub couplings are used to assembly the whole suspension: interference-fit couplings and bolted joints. Some mathematical models and engineering design formulae are proposed in order to calculate the tensile state and the fundamental design parameters of the main couplings, such as, for example, the fork-steering shaft and the leg-wheel pin couplings. Both experimental tests (based on the Design of Experiment approach) and numerical analyses (based on the Finite Elements Method) have been carried out to obtain the proposed results. All the research findings culminate in an innovative software (Front Suspension Design©) which is useful to design and to verify the whole front motorbike suspensions, by applying correct and effective results, obtained for different geometries and materials combinations.*

***Keywords**: motorbike, motorcycle, suspension, formulae, design*

1. INTRODUCTION

The front motorbike suspension, reported for example in Fig. (1), is a mechanical component realised by the assembly of about 200 parts, whose design should take into account the accurate knowledge of the cinematic and dynamic behaviour of the vehicle [1]. The main structure of every suspension type (*standard* and *upside down*) is obtained by different joints of components that are realized by means of some different shaft-hub couplings: starting from the upper part of the suspension (Fig. 1) it is possible to highlight the following different joints:

- Bolted joint between the upper part of the steering shaft and the upper fork;
- Bolted joint between the upper fork and the outer tube;

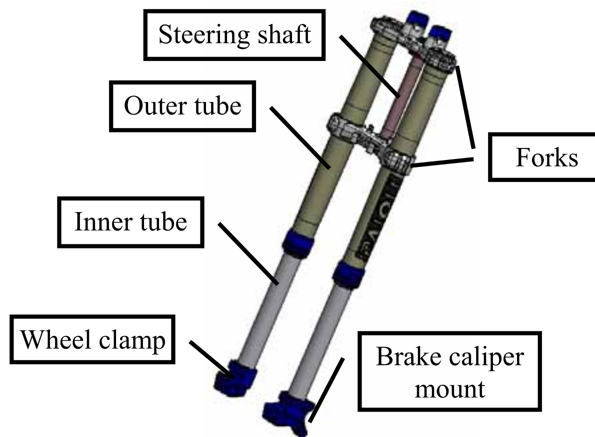


Figure 1. CAD model of an *upside down* front motorbike suspension.

- Interference fit coupling between the steering shaft and the lower fork;
- Bolted joint between the wheel clamp and the wheel pin;
- Bolted joint for the brake caliper mount.

For the aforementioned couplings a quick fulfilment of the structural optimization is requested by the shortening time of the *vehicle lifecycle* (about 2:3 years) and also by the increase in performances and reliability of these components. This paper aims at providing some engineering formulae and some design improvements useful for the structural optimisation of the whole front motorbike suspension. The present couplings are often impossible to be studied by applying the well known formulas given, for example, by the De Saint Venant or Lamè or similar theories [2-4], because geometries are not axially symmetric or do not have an overriding dimension with respect to the others. For these reasons, the well known theoretical formulas have been corrected by introducing some *ad hoc* coefficients, defined by performing a lot of numerical investigations, via Finite Elements Method. Furthermore, shaft-hub couplings are strongly influenced by friction, wear and lubrication conditions. Therefore, experimental tests, based on the Design of Experiment approach, have been carried out in order to calculate accurately the friction coefficients as a function of the type of coupling (interference fit or bolted joints), of the materials in contact (aluminium alloy or steel alloy) and of the typical or conventional production and assembly parameters (as an instance lubricating oil, resting time, number of assembly on the same component).

2. THE JOINT DESIGN: ENGINEERING FORMULAE

The design of front motorbike suspensions is mainly related to the design of two different types of shaft-hub couplings: the first one is an interference-fit coupling, between the steering shaft and the lower fork, and the second one is a bolted joint, both between the forks and the outer tube and between the wheel clamp and the wheel pin.

Table 1. Materials mechanical properties

Material	Ultimate stress S_u [MPa]	Yielding point S_y [MPa]	Elongation at break A%
G-Alsi5 T6	304-343	196-235	5-9%
S355 J2 G3	510-680	>355	>18%

The components under investigation are typically made of steel (S355 J2 G3) and of aluminium (G-AlSi5 or AlSi7) alloys, whose mechanical properties are reported in Tab. (1).

Interference fit couplings: tensile state definition

The design of the fork-steering shaft coupling is uncertain mainly because of the poor knowledge about the static friction coefficient μ_{ll} as well as of the mean coupling pressure p_F. The axial releasing force $F_{ll}=\mu_{ll}\cdot p_F\cdot A$, which is the fundamental design parameter, depends on the two aforementioned factors, usually unknown, and on the coupling surface A, usually known. Because of the increase in power and in weight of the motorbikes, the axial releasing force F_{ll} has also been much increased in the recent years in order to guarantee the driver's safety. For this reason, the amount of interference U which is proportional to the coupling pressure p_F, is a strategic design parameter because it must be high enough to exceed the releasing tests but not too much to overcome the Yielding of the components. Thus, it was decided to develop a generalized methodology useful to calculate accurately μ_{ll} and p_F parameters. The static friction coefficient μ_{ll} was determined by applying the Design of Experiment (DOE) method in order to maximize the information about the experimental data [5, 6]: three different combinations of coupled materials (steel-steel, steel-aluminium, and aluminium-aluminium) have been investigated, as shown in the next paragraph. The main issue is that the geometry of the fork is not axially symmetric, as shown in Fig. 2: the stiffness changes with the θ coordinate around the central bush. For this reason the correct definition of the tensile state on the coupling area requires the help of numerical (FEM) analyses. Our investigations were basically dedicated to find out an overall mathematical function which depends on some geometric parameters, shared by every type of fork, and which is able to correct the theoretical formulas, valid only for axially symmetric elements. The FEA investigation is necessary because the solution provided by the congruence and equilibrium equations [2, 4] are not effective when applied to asymmetric elements, such as the fork: the tensile state on the coupling area proves to be neither constant nor appreciable as average value if the Thick Walled Cylinders Theory (Lamè equations) is applied. As a matter of fact the results of FEM analyses, performed with the Ansys Code, and reported in Fig. 3, show that radial (σ_r) and hoop (σ_t) stresses on the coupling surfaces are not constant in the θ coordinate. Therefore, it was decided to perform a set of FEM analyses on 15 different fork-pin couplings in order to evaluate the p_F and σ_t trend and to define two *ad hoc* parameters to be inserted in the theoretical formulas of Eq. (1) proposed in [7], that can still continue to be effectively applied and used.

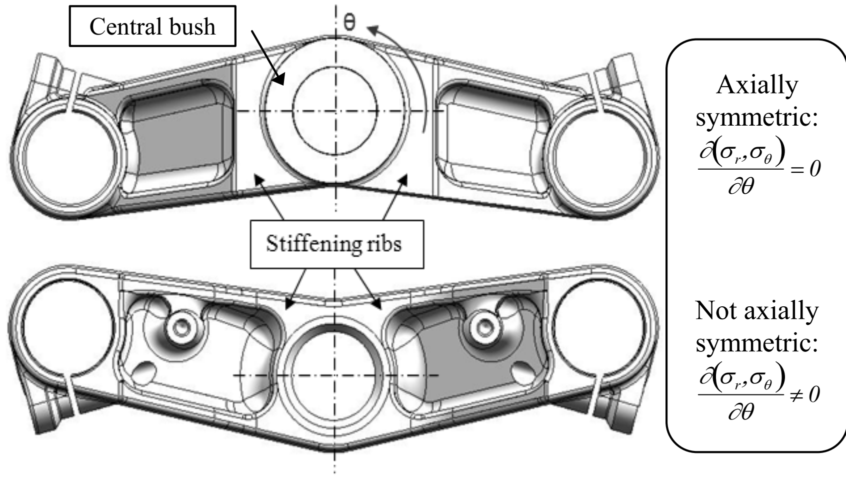


Figure 2. An example of fork geometry

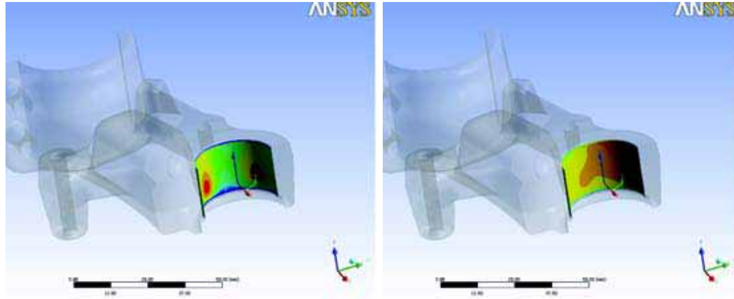


Figure 3. Radial and hoop stress on the coupling surface via FEM

$$\begin{cases} p_F = \dfrac{\xi}{\dfrac{1}{E_A}\cdot\left(\dfrac{1+Q_A^2}{1-Q_A^2}+\nu_A\right)+\dfrac{1}{E_I}\cdot\left(\dfrac{1+Q_I^2}{1-Q_I^2}-\nu_I\right)} \\ \sigma_r = -p_F \\ \sigma_t = p_F\cdot\dfrac{1+Q_A^2}{1-Q_A^2} \end{cases} \tag{1}$$

$$\sigma_r < 0;\;\; \sigma_t > 0;\;\; |\sigma_r| < \sigma_t$$

ξ is the ratio between the actual interference Z and the nominal coupling diameter D_F, E and v are the Young's Modulus and the Poisson's ratio of the hub (E_A, v_A) and the shaft

(E_I, ν_I), while Q_A is the ratio between the internal and the external diameter of the hub and Q_I is the ratio between the internal and the external diameter of the shaft. During the coupling phase, a portion of the nominal interference U (Eq. 2), evaluated as the difference between the external shaft diameter D_{Ia} and the internal hub diameter D_{Ai}, is loss as a function of the surface roughness [8, 9] of the components [10,11]: it is therefore possible to calculate the actual interference Z (Eq. 3).

$$U = D_{Ia} - D_{Ai} \tag{2}$$

$$Z = U - G \qquad G = \begin{cases} 0.8 \cdot (R_{zA} + R_{zI}) \\ 2 \cdot (R_{pA} + R_{pI}) \\ 3 \cdot (R_{aA} + R_{aI}) \end{cases} \tag{3}$$

As reported in [12] a parametric analysis has been performed to study the stress field: the internal diameter of the fork has been set equal to six different values (D_{i_f} : 25, 27, 29, 31, 33, 35 mm) while the central bush thickness s equal to five different values (6, 7.3, 8, 8.5, 9 mm) within the most frequent production range. Therefore, it is possible to develop and analyze 15 groups of 30 (6x5) forks each, as a complete combination of the internal diameter D_{i_f} and of the central bush thickness s. In each group the stiffening ribs (Fig. 2) around the central bush were left unchanged: a total of 450 (15x30) Finite Elements Analyses (FEA) have been performed, with the purpose of finding out an overall function β able to correct the theoretical formulas. Hence, by applying the β coefficients, it is possible to design the coupling and to compare some different solutions without performing again the FEM analyses. The theoretical unmodified formulas (Eq. 1) do not provide accurate results (in some cases errors are higher than 60%) because of the different hoop stiffness of the fork, which is influenced only by the geometrical parameters located near the coupling zone as shown in Fig. (4), both in the longitudinal and in the transversal section. The trend of the mean coupling pressures and hoop stresses on the fork, both theoretical (p_F, σ_t) and numerical (p_{F_FEA}, σ_{t_FEA}), have been analyzed by changing the combinations of the internal coupling diameter D_{i_f} and of the central bush thickness s [12]. The theoretical values have been calculated by applying Eq. (4), according to [2], and considering the forks as a thick walled cylinder, with the internal diameter D_{i_f} and the external diameter $D_{e_f} = D_{i_f} + 2s$, subjected to a radial displacement Z.

$$p_F = \frac{\frac{Z}{D_{i_f}} \cdot E_A}{\left(\frac{1+Q_A^2}{1-Q_A^2} + \nu_A \right)} \qquad \sigma_t = p_F \cdot \frac{1+Q_A^2}{1-Q_A^2} \qquad Q_A = \frac{D_{i_f}}{D_{i_f} + 2 \cdot s} \tag{4}$$

The p_{F_FEA} and σ_{t_FEA} were computed as the averages of the pressures and hoop stresses evaluated on the nodes belonging to the coupling surface (Fig. 3). It was noticed that, for each one of the 15 fork groups, the trend of the theoretical and FEA stresses are the same if they are plotted as a function of D_{i_f} and s: they increase in the same way while Z increases.

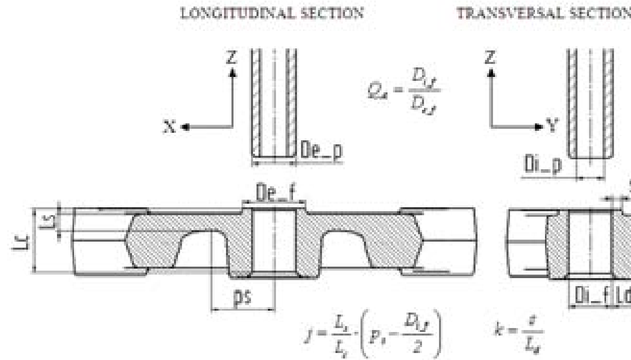


Figure 4. Fundamental geometric parameters for the computation of the β coefficients

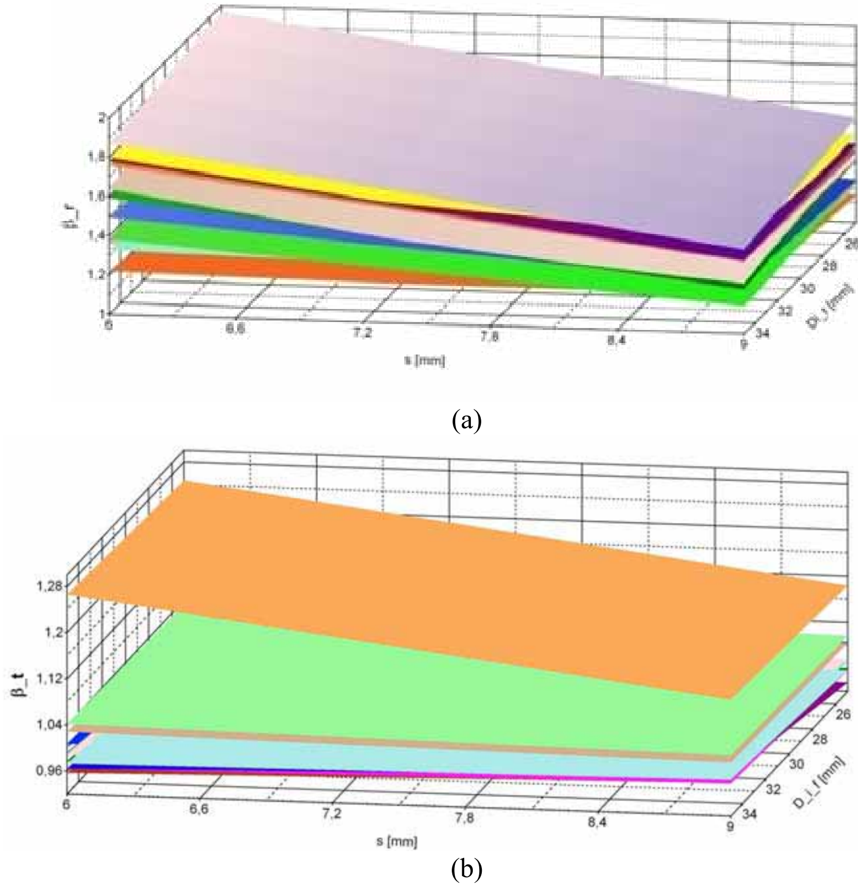
This occurrence can be explained considering that the same fork group has the same stiffness in the θ direction (Fig. 2). For this reason, each value of the mean coupling pressure obtained by FEA was compared with those obtained by applying the theoretical formulas [12]. The β_r and β_t (Eq. 5) coefficients were therefore calculated as the ratio between the FEA stress (radial and hoop, in average) and the theoretical one: they depend on the internal diameter D_{i_f} and on the central bush thickness s.

$$\beta_r = \frac{\sigma_{r_FEA}}{\sigma_r} = \frac{p_{F_FEA}}{p_F} \qquad \beta_t = \frac{\sigma_{t_FEA}}{\sigma_t} \tag{5}$$

Furthermore, as β ratio trends are similar to planes [12], they have been interpolated in order to obtain some linear functions that are able to provide the corrective coefficients with errors always lower than 4% with respect to the actual value. Fig. (5) shows β_r and β_t trends as functions of D_{i_f} and s, while Tab. (2) reports their mathematical expressions. The final step is to define two overall mathematical functions, which are able to interpolate all the 15 different β_r and β_t coefficients with acceptable errors. By analyzing Tab. (2) it is possible to highlight that all the planes of β_t are very close each other and therefore they have been easily interpolated with a mean equation (Eq. 6), which provides errors that are always lower than 5%.

$$\beta_t = 0.831 + 0.003 \cdot D_{i_f} + 0.007 \cdot s \tag{6}$$

On the contrary, dealing with the β_r coefficient a unique interpolation made through the definition of a mean plane, which depends only on D_{i_f} and s, would cause discrepancies up to 30%, because the difference in the fork stiffness is not appreciable only with these two parameters. By deeply studying the shape of the forks around the central bush we pointed out two more geometrical parameters, which are able to highlight the different stiffness of each fork group and that can help in defining the overall mathematical function. It was noticed that the stiffness is influenced both in the transversal direction (Y direction in Fig. 4) and in the longitudinal direction (X direction in Fig. 4) by the amount of material located near the central bush.



(a)

(b)

Figure 5. β_r (a) and β_t (b) planes as a function of D_{i_f} and s

Therefore, according to [12] and referring to Fig. (4), two additional parameters j and k were defined (Eq. 7) and added to the analytical expression of β_r in order to interpolate all the 15 planes with the same equation. Hence the overall β_r expression (Eq. 8) is capable to provide the corrective coefficient with mean errors always lower than 10%. A *stiff fork*, that is a fork with a large amount of material around the central bush (typically installed on a high performances vehicle) presents β_r coefficient within the range 1.7÷2, while a *light fork*, that is similar to a true bush, has β_r coefficient within the range 1.1÷1.4. As mentioned before, in the case of fork–pin couplings, Eq. (1) leads to wrong results because of the asymmetry of the fork. Therefore, it is necessary to correct the congruence and equilibrium equations by applying accurately the β coefficients in order to evaluate the actual mean tensile state. The theoretical formulas [4] have been rewritten, according to [12], in order to obtain the formulae reported in Eq. (9).

Table 2. β_r and β_t mathematical expressions

Fork ID	$\beta_r(D_{i_f}, s)$	$\beta_t(D_{i_f}, s)$
1	$1.067+0.006\ D_{i_f}-0.008s$	$1.044+0.001\ D_{i_f}-0.055s$
2	$1.953-0.005\ D_{i_f}-0.068s$	$0.868+0.002\ D_{i_f}+0.004s$
3	$1.503-0.004\ D_{i_f}-0.046s$	$0.989+0.001\ D_{i_f}+0.003s$
4	$1.492+0.0018\ D_{i_f}-0.048s$	$0.977+0.002\ D_{i_f}+0.001s$
5	$1.174+0.074\ D_{i_f}-0.018s$	$1.028+0.001\ D_{i_f}-0.005s$
6	$2.090-0.007\ D_{i_f}-0.803s$	$0.889+0.003\ D_{i_f}+0.005s$
7	$1.800-0.005\ D_{i_f}-0.078s$	$0.938+0.001\ D_{i_f}+0.004s$
8	$2.640-0.009\ D_{i_f}-0.122s$	$0.789+0.004\ D_{i_f}+0.008s$
9	$2.732-0.001\ D_{i_f}-0.125s$	$0.777+0.005\ D_{i_f}+0.009s$
10	$2.468-0.005\ D_{i_f}-0.108s$	$0.734+0.006\ D_{i_f}+0.011s$
11	$2.551-0.005\ D_{i_f}-0.124s$	$0.808+0.004\ D_{i_f}+0.008s$
12	$2.493-0.001\ D_{i_f}-0.129s$	$0.855+0.002\ D_{i_f}+0.007s$
13	$2.647-0.002\ D_{i_f}-0.134s$	$0.802+0.003\ D_{i_f}+0.008s$
14	$2.016+0.009\ D_{i_f}-0.093s$	$0.861+0.003\ D_{i_f}+0.003s$
15	$3.102-0.010\ D_{i_f}-0.146s$	$0.798+0.006\ D_{i_f}+0.010s$

$$j=\frac{L_s}{L_c}\cdot\left(p_s-\frac{D_{i_f}+2\cdot s}{2}\right)\qquad k=\frac{s}{L_d} \tag{7}$$

$$\beta_r=2.001\ +\ 0.002\ \cdot D_{i_f}\ -\ 0.071\ \cdot\ s\ +\ 0.037\ \cdot j\ -0.460\ \cdot\ k \tag{8}$$

$$\begin{cases} p_{F_actual}=\dfrac{\xi}{\dfrac{1}{E_A\cdot\beta_r}\cdot\left(\dfrac{1+Q_A^2}{1-Q_A^2}+\nu_A\right)+\dfrac{1}{E_I}\cdot\left(\dfrac{1+Q_I^2}{1-Q_I^2}-\nu_I\right)} \\ \sigma_{r_actual}=-p_{F_actual} \\ \sigma_{t_actual}=\sigma_t\cdot\beta_t=p_F\cdot\dfrac{1+Q_A^2}{1-Q_A^2}\cdot\beta_t=p_{F_actual}\cdot\dfrac{\beta_t}{\beta_r}\cdot\dfrac{1+Q_A^2}{1-Q_A^2} \end{cases} \tag{9}$$

In detail it is possible to calculate the actual mean coupling pressure p_{F_actual} by taking into account the asymmetric shape of the hub (the shaft is always axially symmetric); besides, it is possible to calculate the actual hoop stress σ_{t_actual} on the coupling surface, and therefore to evaluate the equivalent stress due to the assembly operation by applying the Tresca or the Von Mises criterion (Eq. 10).

$$\begin{cases} \sigma_{eq_Tresca}=\sigma_{t_actual}-\sigma_{r_actual}=\sigma_{t_actual}+p_{F_actual} \\ \sigma_{eq_VonMises}=\sqrt{\sigma_{t_actual}{}^2+\sigma_{r_actual}{}^2-\sigma_{r_actual}\cdot\sigma_{t_actual}}= \\ =\sqrt{\sigma_{t_actual}{}^2+p_{F_actual}{}^2+p_{F_actual}\cdot\sigma_{t_actual}} \end{cases} \tag{10}$$



Figure 6. The tools useful for the assembly and decoupling operation

Interference fit couplings: friction coefficients definition

Once the tensile state is completely and precisely defined, in order to calculate the axial releasing force $F_{//}$ (the fundamental design parameter) it is necessary to evaluate the static coefficients of friction, in axial direction, $\mu_{//}$ between the mating materials. The coupling process is a longitudinal compression-fit carried out by means of a standing press (maximum static load equal to 250kN), as reported in Fig. (6). No heat expansion of the hub is usually considered for the assembly operation. The knowledge of the most important and significant parameters, which can influence and maximize the static friction coefficients is strategic and important. After some screening tests [13], the appropriate input factors and their levels were identified [14]: the presence of rust, because steering pins are not immediately assembled and they may be stored in open metal boxes for some days and, therefore, their surfaces might be covered by some rusted spots; the presence of lubricating oil, because steering pins might be protected with a thin film of lubricating oil before being assembled with forks; the resting time, because several authors [15] state that the greatest static friction coefficient is reached some hours after the parts assembly. The DOE method was applied in case of steering pins and forks made both of steel, both of aluminium and in case of pins made of steel and forks made of aluminium. In order to reduce the number of tests, two levels for each factor were chosen: low level (0) vs high level (1). In case of rust and lubricating oil presence, low level means the lack of the factor, while high level means the presence of the factor; in case of resting time the low level implies that the pins are immediately disengaged from the forks after the insertion, while the high level means that the resting time is, at least, equal to 72 h: a complete 23 factorial plane was obtained. To reduce the influences of the noise and of any non investigated factors, it was decided to repeat each test three times, for a total of 24 tests for each coupling type, and to keep constant the coupling and decoupling speed rate (16mm/s), the environment temperature and the shape of the coupling elements throughout the tests. The experimental tests were randomized as a necessary condition for an accurate application of

the method. The DOE analysis was performed during both the coupling and the decoupling phase in order to calculate also the sliding friction coefficient μrl besides the static friction coefficient μll for each of the three types of materials in contact. Thus, a total of six DOE and six mathematical models were determined for each different friction coefficient, which has been calculated by applying Eq. (11):

$$\mu_{rl,ll} = \frac{F_{rl,ll}}{p_{F_actual} \cdot A} = \frac{F_{rl,ll}}{p_{F_actual} \cdot \pi \cdot D_F \cdot L_F} \tag{11}$$

L_F is the coupling length, while F_{rl} and F_{ll} are the axial forces given by the standing press during the coupling and decoupling phase, respectively. The actual pressure value has been calculated by applying the previous expression (Eq. 9) and it has also been checked by means of a strain gauge applied on the external surface of the fork (Fig. 6) which is able to read the mono-axial hoop deformation (on the external surface the radial stress is equal to zero): this methodology results very accurate as well demonstrated in [14, 16]. An example of the coupling and decoupling run r (r within $0 \div L_F$) is reported in Fig. (7). The axial coupling force F_{rl} results always lower than the axial releasing force F_{ll} because the sliding friction coefficient μ_{rl}, which governs the coupling phase, is lower than the static friction coefficient μ_{ll}, which influences the peak releasing force. Once the 144 experimental tests ($3 \text{x} 2^3 \text{x} 6$) have been performed, all the calculated friction coefficient have been analyzed by applying the ANalysis Of VAriance (ANOVA) [6] in order to evaluate the significance of each factor and its interactions and to identify what does impact on the friction coefficient values. By means of the Statgraphics Plus software, the Fisher test (F-test) was executed and Eqs. (12), (13) and (14) have been defined.

$$\begin{cases} \mu_{rl_St\text{-}St} = 0.144 - 0.032 \cdot oil \\ \mu_{ll_St\text{-}St} = 0.168 + 0.026 \cdot time + 0.019 \cdot rust - 0.028 \cdot oil \end{cases} \tag{12}$$

$$\begin{cases} \mu_{rl_St\text{-}Al} = 0.351 - 0.302 \cdot oil + 0.110 \cdot rust \cdot oil \\ \mu_{ll_St\text{-}Al} = 0.468 - 0.381 \cdot oil + 0.140 \cdot time \cdot oil + 0.174 \cdot rust \cdot oil \end{cases} \tag{13}$$

$$\begin{cases} \mu_{rl_Al\text{-}Al} = 0.210 - 0.126 \cdot oil \\ \mu_{ll_Al\text{-}Al} = 0.286 - 0.197 \cdot oil \end{cases} \tag{14}$$

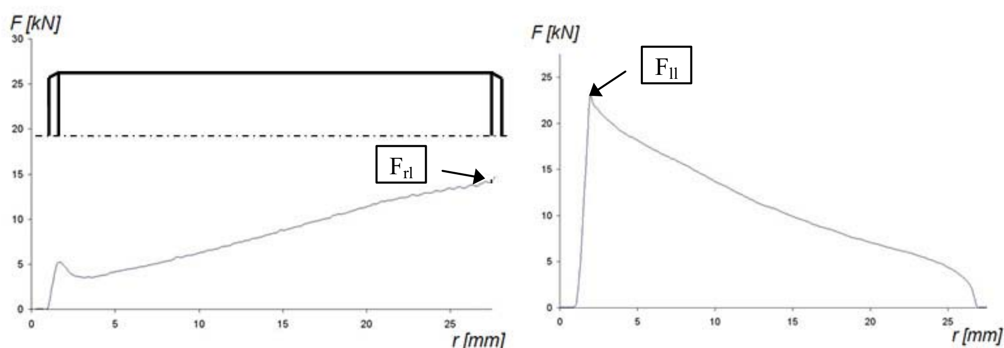


Figure 7. An example of the coupling and decoupling run

Table 3. Friction coefficient in fork-pin compression fit couplings [14]

Dry (lubricated) surfaces [resting time>72h, no rust]			
	Steel-Steel	*Steel-Aluminium*	*Aluminium-Aluminium*
μ_{rl}	0.14 (0.11)	0.35 (0.05)	0.21 (0.08)
μ_{ll}	0.19 (0.17)	0.47 (0.23)	0.29 (0.09)
$\mu_{rl}/\ \mu_{ll}$ %	74% (65%)	75% (22%)	73% (89%)

In case of *steel–steel couplings* the friction coefficients values, calculated by applying Eqs. (12), are influenced by the main effect oil, that reduces both of them, whereas rusted spots and resting time influence only the static friction coefficient by increasing it. In case of *steel–aluminium couplings*, the friction coefficients values, calculated by applying Eqs. (13), are influenced by the main effect oil, that reduces both of them, and by the interaction rust-oil, that increases both of them, whereas the interaction time-oil influence only the static friction coefficient by increasing it. Finally, in case of the *aluminium–aluminium couplings* the friction coefficients values, calculated by applying Eqs. (14), are influenced only by the main effect oil that reduces both of them. This occurrence may be explained considering the corrosion resistance of the pins made of aluminium. For further details see Ref. [14]. Friction coefficients in case of dry or lubricated surfaces (resting time greater than 72h and rust absence) are reported in Tab. (3): the values of the sliding friction coefficients are lower than the values of the static friction coefficients (their ratio is about 0.75 for dry surfaces), as widely demonstrated in literature and, particularly, in Refs [2, 15].

Interference fit couplings: recent improvements

The standard procedure to assembly the steering shaft and the fork is provided by a press fit with a standing press. In order to guarantee the axial releasing force, high interferences are used (up to Z=0.1mm with coupling diameters D_F=30mm). This assembly condition could produce a dangerous tensile state on the components, in particular referring to the fatigue behaviour: the interference fit operation results in a stress concentration factor both on the

shaft and on the hub, according to [15, 17]. For these reasons the authors have evaluated the possibility of realizing a hybrid joint (interference fit and adhesively bonded), by applying anaerobic adhesive before the assembly operation [18]. This allows the reduction of the amount of interference (Z=0.02÷0.05mm), and therefore the tensile field on the components, by taking advantage of the adhesive strength. In fact, referring to the whole coupling surface, the dry interference carries out about 20-30% of contact surfaces whereas the anaerobic adhesive is able to fill the voids increasing the actual contact surface up to 100% [19]. The strength of hybrid joints is affected by various factors such as, for example, the coupling pressure, the type and the way of assembling, the type of materials in contact, the curing time and the curing methodology, the operating temperature and the loading type [20, 21]: experimental tests have been performed in order to obtain the actual mechanical performances of the joint. The total axial decoupling force F_{tot} can be evaluated as the addition of the interference contribution F_{II} with the adhesive contribution F_{ad} (Eq. 15).

$$F_{tot} = F_{II} + F_{ad} = \mu_{II} \cdot p_F \cdot A + \tau_{ad} \cdot A \tag{15}$$

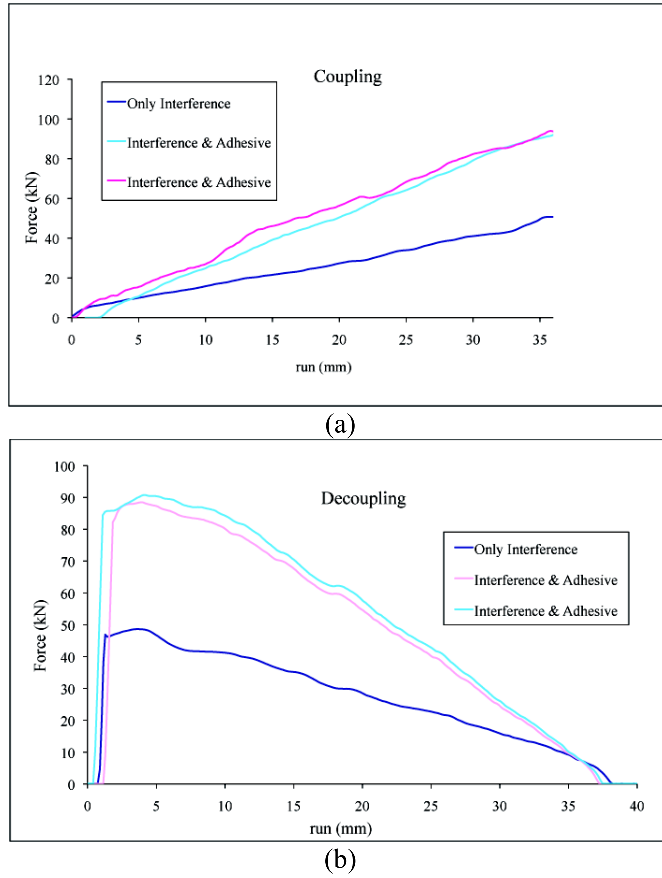
where τ_{ad} is the adhesive static shear strength. Eq. (15) is effective if also τ_{ad} is accurately evaluated. Thus, a set of coupling and decoupling tests have been carried out: the shaft and the hub fitted and adhesively bonded have been cured for 48 hours at 40°C. The static strength of the adhesive F_{ad} and its shear stress τ_{ad} have been derived by Eq. (16) in which the interference contribution F_{II} has been previously defined and the total axial decoupling force F_{tot} is provided by the load cell of the standing press.

$$\begin{cases} F_{ad} = F_{tot} - F_{II} = F_{tot} - \mu_{II} \cdot p_F \cdot A \\ \tau_{ad} = \dfrac{F_{tot}}{A} - \mu_{II} \cdot p_F \end{cases} \tag{16}$$

The adhesive used is the Loctite® 648 type, whereas the surface cleaner is the Loctite® 7061 type [22]. An example of the force trends plotted in function of the run during the coupling and decoupling tests are reported in Fig. (8) (comparison between dry and bonded surfaces). During the coupling phase (coupling speed always set at 16mm/s) the adhesive does not act as a lubricant because the total axial coupling forces in the hybrid joints (interference & adhesive) are always greater than those given by the dry interference ones. Conversely during the decoupling phase the adhesive contribution is well highlighted by the different maximum force of the curves. A strong correlation between the coupling pressure p_F and the adhesive shear stress τ_{ad} (Eq. 16) has been observed: by increasing the coupling pressure, the adhesive shear stress decreases with a power law (Eq. 17), in the pressure range considered as reported in Fig. (9).

$$\tau_{ad} = 2680 \cdot p_F^{-1.55}\ ;\ p_F \in [25...60]MPa \tag{17}$$

Once the static strength has been defined some fatigue tests have been carried out with the purpose of evaluating the residual strength of the joint at 10^6 tension-tension fatigue cycle.



(a)

(b)

Figure 8. An example of the force trend during the coupling (a) and decoupling (b) process

As the interference contribution F_{II} is constant each specimen has been loaded with a minimum force F_{min} equal to the interference contribution and with a maximum force F_{max} equal to a percentage (within the range 25%÷50%) of the estimated static strength of the adhesive, added to F_{min}: an example of the fatigue cycles is reported in Fig. 10. In case of surviving of the joint after 10^6 cycles the specimen has been disengaged and the axial decoupling force $F_{tot_D_fatigue}$ has been determined: the decrease of the adhesive strength $A_D\%$ and the residual strength of the adhesive $A_R\%$ (Fig. 10) has been evaluated according to Eq. 18. The residual strength decreases as the fatigue load amplitude increases [18, 19]: the residual strength of the adhesive is 100% until the stress on the adhesive is lower than 25% of its static strength (Eq. 17). If the stress on the adhesive reaches the 50% of its static strength (Eq. 17) the fatigue cycles disengage the specimens before 10^6 cycles, so that the adhesive residual strength is equal to 0%. In conclusion, as a fatigue design rule, it is possible to consider the following adhesive fatigue limit in case of interference fit and adhesively bonded joints (Eq. 19).

$$\tau_{ad_10^6} \approx 0.25 \cdot \tau_{ad} = 0.25 \cdot \left(2680 \cdot p_F^{-1.55}\right) \quad (18)$$

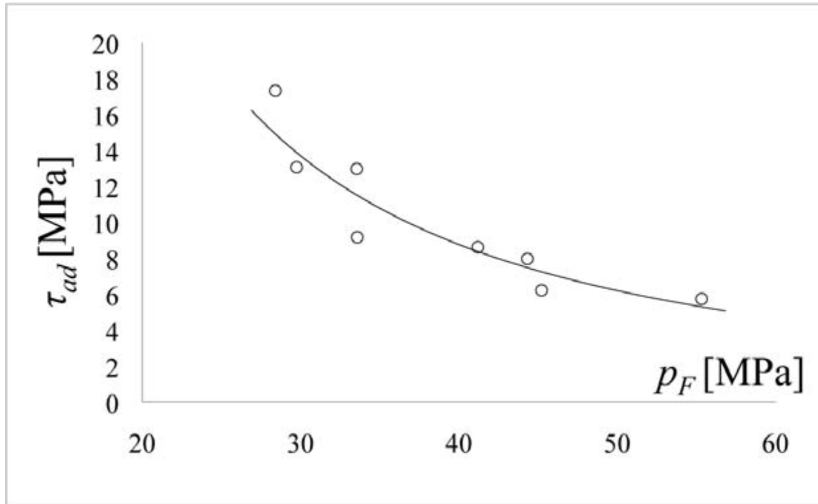
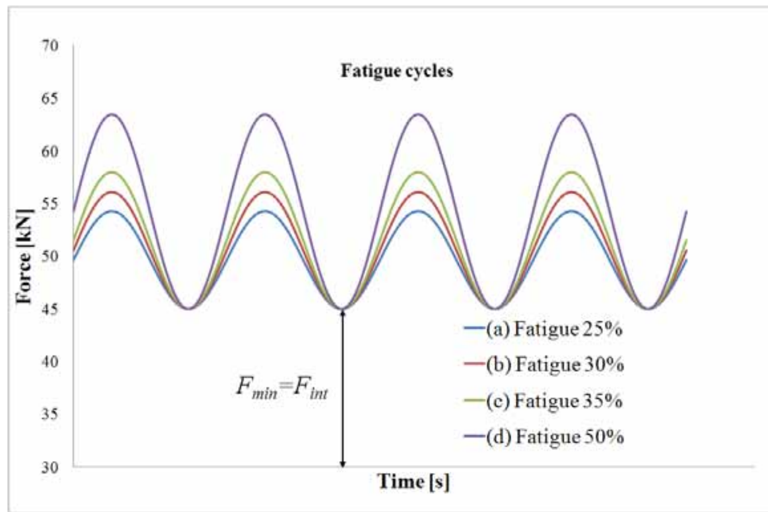


Figure 9. The adhesive shear stress as a function of the coupling pressure

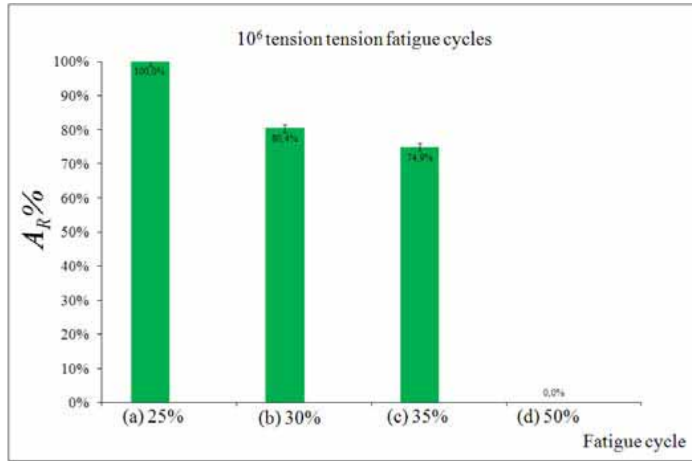
$$A_D\% = \left| \frac{\left(\frac{F_{tot_fatigue}}{A} - \mu_{ll} \cdot p_F\right) - \left(\frac{F_{tot}}{A} - \mu_{ll} \cdot p_F\right)}{\left(\frac{F_{tot}}{A} - \mu_{ll} \cdot p_F\right)} \right| \% = \left| \frac{F_{tot_fatigue} - F_{tot}}{F_{tot} - F_{ll}} \right| \% \tag{19}$$

$$A_R\% = 1 - A_D\%$$



(a)

Figure 10. Example of fatigue cycles (a) and adhesive residual strength (b)



(b)

Figure 10. Example of fatigue cycles (a) and adhesive residual strength (b)

Bolted joints: structural optimization and tensile state definition

The design and the optimization of clamps, such as those reported in Fig. (11), are difficult to carry out with theoretical formulas mainly because of the shape of the hub, which does forbid to define easily the maximum bending stress. Our investigation was firstly referred to eight different wheel clamps, five with 2 tightening bolts, according to [23], and three with 1 tightening bolt. Secondly, the methodology was extended to the joint realised between the fork and the leg outer tube (Figs. 1 and 11). The fundamental idea was to define the structural behaviour of the clamp during the tightening phase. The aim is to find the relationship between the bolt pretension load F_V and the maximum bending stress by means of the definition of a theoretical stress concentration factor K_t, which derives from the presence of the bolts holes and spot facings. The K_t definition was obtained by performing non-linear FEM analyses, in order to take into account the contact between the external surface of the shaft and the internal surface of the clamp. Referring to Fig. (12), five types of clamped joints with 2 tightening bolts, with the same slot width *t* (2mm) and the same slot location *e* have been investigated. Conversely the clamps have spot facings realised with different depth, in order to hide partially or fully the bolt head, and also different distances *v* between the bolts axes. As deeply demonstrated in Ref. [23], the clamp portion between the bolt axis and the *G-G* rectangular (*bxh*) cross section, according to Fig. (12), is loaded by a bending stress. The maximum bending value is achieved in correspondence of the *G-G* section. Thus, in order to reduce the tensile state and so optimize the clamp, the section modulus W_b shall be increased by reducing the *e* distance. The optimal location of the slot axis is when it matches the pin axis, because the section modulus W_b grows up till its maximum convenient value [23]. The contour plots of the FEM analyses are reported in Fig. (13) where different stress fields of the original and the optimized clamp can be appreciated.



Figure 11. Example of clamps: wheel and fork clamp

Regarding the maximum stress produced by the spot facings perturbation located near the coupling zone, the perturbation effects can be defined by comparing several non linear FEM results (σ_{max_FEM}) with the theoretical values (σ_{th}) given by Eq. (20), in which a (Fig. 12) is the lever arm of F_V, n the number of bolts and W_b the bending section modulus. The first analyses regarded five wheel clamps with two bolts (n=2); later three more wheel clamps with only one bolt (n=1) have been examined. A stress concentration factor K_{t_W} (Eq. 21) has been calculated and related to some geometrical parameters, which could influence the perturbation. Referring to Fig. (12), K_{t_W} is influenced by the spot facings diameter $d_{s\text{-}f}$ (depending on the bolt type), by the spot facing height $h_{s\text{-}f}$, by the distance a between the bolt axes and the G-G cross section, and, finally, by the bolt axes distance v. A parametric analysis has been performed on the five different types (five groups) of clamped joint with two bolts and with the optimal slot position. The two dimensionless parameters j_1 and j_2 (Eq. 22) have been therefore changed on three levels within their acceptable or conventional ranges.

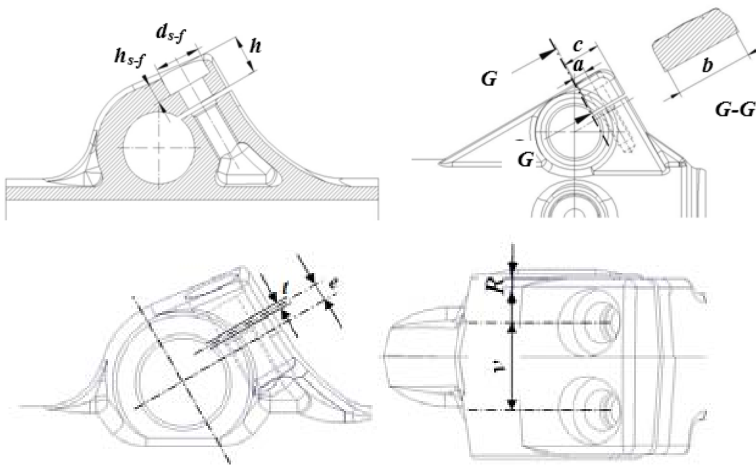


Figure 12. Geometrical dimensions and parameters of the clamp

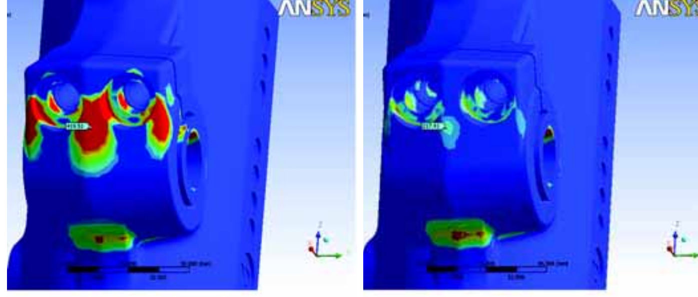


Figure 13. Von Mises contour plots of the original and optimized wheel clamp

$$\sigma_{th} = \frac{n \cdot F_V \cdot a}{W_b} = \frac{n \cdot F_V \cdot a \cdot 6}{b \cdot h^2} \tag{20}$$

$$K_{t_W} = \frac{\sigma_{\max_FEM}}{\sigma_{th}} \tag{21}$$

$$j_1 = \frac{h_{s-f}}{h} \quad j_2 = \frac{a}{d_{s-f}} \tag{22}$$

j_1 is the ratio between the spot facing height h_{s-f} and the total cross section height h, while j_2 is the ratio between the distance a and the spot facing diameter d_{s-f}. Each different group was realised with two different bolt types (M6 and M8) and with three different j_1 and j_2 parameters values, obtained by changing h_{s-f} and a. The present discrete parameterization (18 combination of parameters for each of the 5 groups) covers the most frequent or conventional production range. Hence 90 different geometries were realised and 90 non-linear FEM analyses were performed. As the trend of the K_{t_W} values is similar and almost linear they have been interpolated with a first order function depending on j_1 and j_2. Five different equations have been determined for each group of clamped joints with the M6 and the M8 bolt type. The total of 10 equations are able to interpolate the theoretical stress concentration factor values with errors that are always lower than 5%. All the K_{t_W} planes for two bolts have a similar trend and moreover they are very close to each other. The difference between the planes position is due to the different distance between the bolt axes v: more in detail the upper plane, which is the plane with the highest K_{t_W} values, has the shorter bolt distance v. In order to define an overall mathematical function for K_{t_W} it was decided to introduce also the j_3 dimensionless parameter (Eq. 23) obtaining a unique expression. Therefore two different mathematical models have been determined (Eq. 24): the first is suitable for the M6 bolt type while the second for the M8. The errors between the FEM values of K_{t_W} and the proposed ones given by Eq. (24) are always lower than 10% for all the clamped joints under investigation.

$$j_3 = \frac{v}{d_{s-f}} \tag{23}$$

$$\begin{cases} K_{t_W_2Bolts_M6} = 2.438 + 0.548 \cdot j_1 - 1.131 \cdot j_2 - 0.393 \cdot j_3 \\ K_{t_W_2Bolts_M8} = 4.085 + 1.590 \cdot j_1 - 3.308 \cdot j_2 - 1.024 \cdot j_3 \end{cases} \quad (24)$$

The same procedure has been applied also to the three groups of wheel clamp with only one bolt (M8). The chosen dimensionless parameters, according to Fig. (12), are j_1 (Eq. 22), j_4 and j_5 (Eq. 25). The overall mathematical function for K_{t_W} in case of clamps with one bolt is reported in Eq. (26).

$$j_4 = \frac{a}{b} \quad j_5 = \frac{d_{s-f}}{b} \quad (25)$$

$$K_{t_W_1Bolt_M8} = 2.982 + 1.839 \cdot j_1 - 9.749 \cdot j_4 + 1.373 \cdot j_5 \quad (26)$$

j_4 is the ratio between the distance a and the clamp width b, while j_5 is the ratio between the spot facing diameter $d_{s\text{-}f}$ and the clamp width b. The total number of FEM analyses performed in this case is equal to 81 (3^4) as we considered a combination of the three parameters j_1, j_4 and j_5 on three levels (3^3) for the three different clamp groups ($3^3 \cdot 3 = 3^4$). Errors between the FEM values of K_{t_W} and the proposed ones given by Eq. (26) are always lower than 5% for all the clamped joints under investigation. Thus the maximum stress in wheel clamps (σ_{max_W}) can be easily computed by multiplying the De Saint Venant theoretical stress σ_{th}, Eq. (20), by the *ad hoc* stress concentration factor K_{t_W} value, in order to obtain the design formulae reported in Eq. (27), where n (1 or 2) stands for the number of bolts and i (6 or 8) for the bolt diameter.

$$\sigma_{\max_W} = K_{t_W_nBolt_Mi} \cdot \sigma_{th} = K_{t_W_nBolt_Mi} \cdot \frac{n \cdot F_V \cdot a \cdot 6}{b \cdot h^2} \quad (27)$$

Finally, according to [23, 24] the mean coupling pressure p_F can be computed by applying Eq. (28), based on the cantilever scheme proposed in Fig. (14). The first support (B) is located on the pin apex, while the second support (A) is located behind the coupling region, where Finite Elements Analyses reveal the stress is equal to zero. The support A position can be evaluated considering that the distance l_1 between the two supports is always within the range $0.9 \cdot D_f \div 1.1 \cdot D_f$.

$$\begin{aligned} & F_V \cdot l_2 = F_B \cdot l_1 \Rightarrow F_B = \frac{F_V \cdot l_2}{l_1} \\ & p_F = \frac{F_B}{D_f \cdot b} = \frac{F_V \cdot l_2}{l_1 \cdot D_f \cdot b} \end{aligned} \quad (28)$$

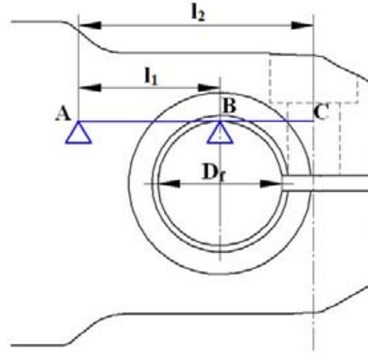


Figure 14. Cantilever scheme to evaluate the mean coupling pressure p_F

The same methodology was also applied to investigate the clamped joint between forks and the leg outer tube (Figs.1 and 15). Six different groups of fork clamps were studied: three with one bolt and three with two bolts. The chosen dimensionless parameters are, in this case, j_1 (Eq. 22), j_6, j_7 and j_8 (Eq. 29). Six groups were therefore created and analyzed, every one with three different levels of each parameter, to obtain also for these geometries an appropriate stress concentration factor expression (Eq. 30).

$$j_6 = \frac{a}{c} \quad j_7 = \frac{b}{d_{s-f}} \quad j_8 = \frac{v}{d_{s-f}} \tag{29}$$

$$\begin{aligned} K_{t_F_1Bolt} &= 3.330 + 2.404 \cdot j_1 - 1.444 \cdot j_6 + 1.047 \cdot j_7 \\ K_{t_F_2Bolts} &= 3.608 + 1.481 \cdot j_1 - 1.384 \cdot j_6 - 1.280 \cdot j_8 \end{aligned} \tag{30}$$

j_6 is the ratio between the distance a and the distance c, j_7 is the ratio between the clamp width b and the spot facing diameter d_{s-f} and j_8 is the ratio between the distance v and the spot facing diameter d_{s-f}. The total number of FEM analyses performed in this case is equal to 54 as we considered a combination of three parameters (j_1, j_6 and j_7 in case of one bolt, j_1, j_6 and j_8 in case of two bolts) on three levels, for two different clamp groups ($3^3 \cdot 2=54$). Discrepancies between the FEM values of K_{t_F} and the proposed ones given by Eq. (30) are always lower than 5% for all the clamped joints under investigation. Thus the maximum stress in fork clamps (σ_{max_F}) can be easily computed by multiplying the De Saint Venant theoretical stress σ_{th}, Eq. (20), by the *ad hoc* stress concentration factor K_{t_F} value (Eq. 30), in order to obtain the design formulae reported in Eq. (31), where n (1 or 2) stands for the number of bolts.

$$\sigma_{\max_F} = K_{t_F_nBolt} \cdot \sigma_{th} = K_{t_F_nBolt} \cdot \frac{n \cdot F_V \cdot a \cdot 6}{b \cdot h^2} \tag{31}$$

Some experimental tightening tests performed on the components under investigation have recently confirmed the proposed results. In Fig. (16) a comparison between FEM prediction and the actual broken section is reported.

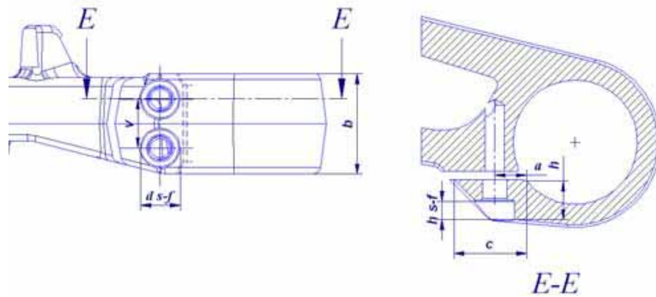


Figure 15. Geometrical dimensions and parameters of the fork clamp



Figure 16. Comparison between numerical and experimental results

3. *FRONT SUSPENSION DESIGN©* SOFTWARE

All the proposed design formulae presented in this paper have been implemented into an innovative software, *Front Suspension Design©*, realised in Visual Basic programming language, with the aim of designing and verifying the main components and joints of the front motorbike suspension. As a matter of fact the software is useful to design or to verify, in a guided way, the basic elements and the fundamental couplings of the front motorbike suspension, in a very short time, and without applying FEM analyses or experimental tests anymore. The input windows (Figs. 17 and 19) have to be filled with the geometrical parameters and with the information about the materials, the surface finishing, and the production/assembly conditions. The output windows (Figs. 18 and 20) show all the project parameters calculated and provided by the program. In detail, concerning the interference fit couplings, the program provides the maximum and the minimum value of the interference, the maximum and the minimum value of the axial releasing force, the ISO Standard suggested coupling, the maximum stress in the coupling, and safety coefficients referred to the yield and ultimate points: at any time it is possible to perform the calculation by applying the proposed mathematical models or the theoretical formulae.

Front suspension design - New design - \\.psf\Home\Documents\Nicola\Accoppiamento_Paioli\Front Suspension Design 2009\New.dat

Coupling geometry | Materials | Superficial roughness | Assembly conditions

Nominal coupling diameter	Dn_acc	[mm]	30
Internal steering shaft diam	Di_p	[mm]	15
External bracket diameter (collar)	De_t	[mm]	42
Collar thikness	s	[mm]	6
Coupling lenght	L_acc	[mm]	30
Hollow depth	L_s	[mm]	18
Hollow position	P_s	[mm]	29
Lungitudinal outrigger	L_d	[mm]	9
Minimum releasing force		[kN]	20
Minimum releasing moment		[Nm]	0

Di_p
De_t
L_d
s
L_acc
L_s
P_s
Dn_acc

Modifyed theoretical formulas   Unmodifyed theoretical formulas   OK   Cancel   Exit

Front suspension design - New design - \\.psf\Home\Documents\Nicola\Accoppiamento_Paioli\Front Suspension Design 2009\New.dat

Coupling geometry | Materials | Superficial roughness | Assembly conditions

Steering shaft material: Fe 510D_STD   Bracket material: AL_G-Al Si 5 (T6)_STD

Same material for the steering shaft and the bracket

	Material characteristcs (steering shaft)	Material characteristics (bracket)
Material	Fe 510D_STD	AL_G-Al Si 5 (T6)_STD
Young's modulus E [MPa]	206000	70000
Poisson's ratio	0.3	0.3
Yield stress [MPa]	355	196
Ultimate tensile stress [MPa]	510	304

Add material   Add material

Modifyed theoretical formulas   Unmodifyed theoretical formulas   OK   Cancel   Exit

Figure 17. Input windows for interference fit couplings

Concerning the clamped joints definition, the program provides the maximum actual stress on the clamp, the mean coupling pressure between the shaft and the hub, and the safety coefficients referred to the yield and ultimate points. *Front Suspension Design©* can be successfully used for every type of material combination, as the friction coefficient equations are included: it is, therefore, possible to complete the design of the front motorbike suspension in a guided way and in a very short time.

Figure 18. Output window for interference fit couplings

Figure 19. Input window for wheel clamped joints

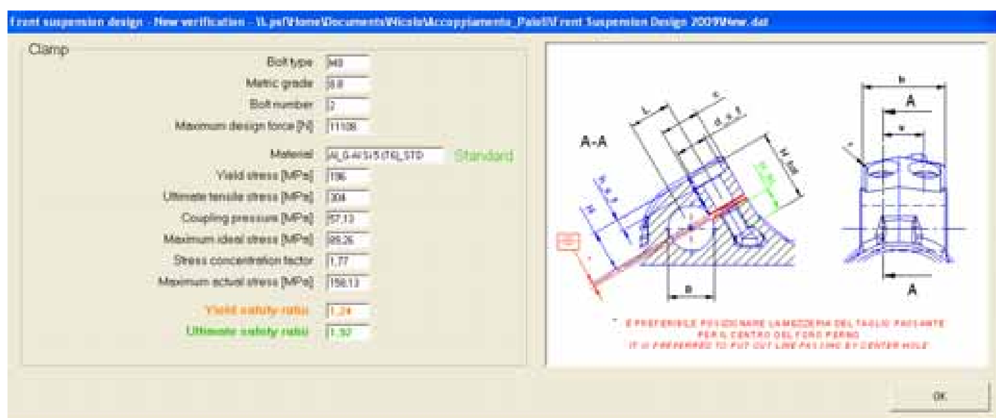


Figure 20. Output window for wheel clamped joints

4. CONCLUSIONS

This paper deals with the structural design and optimization of front motorbike suspensions. Two different types of shaft-hub couplings have been taken into account: the interference-fit coupling between the fork and the steering shaft and the clamped joint between the leg and the wheel pin and between the fork and the leg. Different fork and leg geometries have been analysed in light of some fundamental design parameters. The analytical study has been supported by several numerical analyses and experimental tests, since all the coupling geometries are not axial symmetric and therefore the theoretical formulae provide unacceptable errors. The numerical results have been compared with the theoretical values in order to define some coefficients that are able to correct the Thick Walled Cylinders theory and the De Saint Venant formulae. A detailed Design of Experiment has been also applied in order to define the static and sliding coefficients of friction in the interference couplings for different types of materials combinations: steel-steel, steel-aluminium, and aluminium-aluminium. The new developed models are useful to optimize and to verify the basic components and the fundamental types of couplings of front motorbike suspensions without performing any complex numerical analysis. The effectiveness of the models has been proved by several experimental tests carried out in cooperation with Paioli Meccanica S.p.A, which produces front motorbike suspensions. The results have been implemented in an innovative software (*Front Suspension Design©*) realized by the authors via Visual Basic programming language. This software can be used for designing or comparing different geometries and materials combinations.

REFERENCES

[1] Cossalter, V., 2006. *Motorcycle Dynamics*, 2*nd* ed. LULU Publisher.

[2] Kollmann, F.G., 1984. *Welle-Nabe Verbindungen.* Konstructionsbucher Bd.32. Springer (Berlin).

[3] Timoshenko, S.P., Woinowsky-Krieger, S., 1959. *Theory of Plates and Shells*. McGraw Hill (London).

[4] Croccolo, D., Vincenzi, N., 2009. “A generalized theory for shaft-hub couplings”. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: *Journal of Mechanical Engineering Science* 223 (10) 2231-2239.

[5] Poles, S., 2006. “Design of experiments”. *Newsletter Engine-Soft* 4, 22–25.

[6] Montgomery, D. C., 2001. *Design and Analysis of Experiment*, 5*th ed.* Wiley (New York).

[7] DIN 7190, 2001. Interference fit – calculation and design rules.

[8] UNI EN ISO 4287, 2002. Geometrical product specifications (GPS). Surface texture: Profile method. Terms, definitions and surface texture parameters.

[9] NF E22-620, 1984. Assemblage frettes sur portee cylindrique: fortion, realisation, calcul., AFNOR, Paris la defense.

[10] Yang G.M., Coquille J.C., Fontaine J.F., Lambertin, M., 2001. “Influence of roughness on characteristics of tight interference fit of a shaft and a hub”. *International Journal of Solids and Structures* 38 7691-7701.

[11] Yang G.M., Coquille J.C., Fontaine J.F., Lambertin, M., 2002. “Contact pressure between two rough surfaces of a cylindrical fit”. *Journal of Materials Processing Technology* 123 490-497.

[12] Croccolo, D., Cuppini, R., Vincenzi, N., 2007. “The design and optimization of fork-pin compression coupling in front motorbike suspension”. *Finite Elements in Analysis and Design* 43 977-988.

[13] Croccolo, D., Reggiani, S., 2002. “Modello matematico del coefficiente di attrito in accoppiamenti stabili”. *Tecniche Nuove* 1 45-55.

[14] Croccolo, D., Cuppini, R., Vincenzi, N., 2008. “Friction coefficient definition in compression fit couplings applying the DOE method”. *Strain* 44 170-179.

[15] Niemann, G., Winter, H. and Hohn, B.R., 2005. Maschinenelemente Bd. I. Springer-Verlag (Berlin).

[16] Croccolo, D., Cuppini, R., 2006. “A methodology to estimate the adhesive bonding defects and the final releasing moments in conical joints based on the acoustic emissions technique”. *International Journal of Adhesion and Adhesives* 26 (7) 490-497.

[17] Croccolo, D., Vincenzi, N., 2009. “Stress concentration factors in compression fit couplings”. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: *Journal of Mechanical Engineering Science* In press, DOI: 10.1243/09544062JMES1881.

[18] Croccolo, D., Cuppini, R., Vincenzi, N., 2008. “The adhesive residual stress of press fit and adhesively bonded cylindrical joints loaded with a tension tension fatigue cycle”. Euradh 2008 - Adhesion '08 Tenth International Conference on the Science and Technology of Adhesion and Adhesives - 03/05 September 2008 - St. Catherine College, Oxford, UK - pp. 277-281.

[19] Sekercioglu T., Gulsoz A., Rende H., 2005. “The effects of bonding clearance and interference fit on the strength of adhesively bonded cylindrical components”. *Material and Design* 26 377-381.

[20] Sekercioglu T., 2005. “Shear strength estimation of adhesively bonded cylindrical components under static loading using the genetic algorithm approach”. *International Journal of Adhesion and Adhesives* 25 352-357.

[21] Dragoni E., Mauri P., 2000. “Intrinsic static strength of friction interfaces augmented with anaerobic adhesives”. adhesively bonded cylindrical components under static loading using the genetic algorithm approach”. *International Journal of Adhesion and Adhesives* 20 315-321.

[22] Loctite Worldwide Design Handbook 1995.

[23] Croccolo, D., Cuppini, R., Vincenzi, N., 2009. "Design improvement of clamped joints in front motorbike suspension based on FEM analysis". *Finite Elements in Analysis and Design* 45 406-414.

[24] Beitz, W., Grote, K.H., 1997. Dubbel, Taschenbuch fur den Maschinenbau, 19 Auflage, Springer (Berlin).

CONCENTRAZIONI DI TENSIONE NEGLI INTAGLI PERIODICI: ANALISI CRITICA DEL METODO DI NEUBER

Eugenio Dragoni
Dipartimento di Scienze e Metodi dell'Ingegneria,
Università di Modena e Reggio Emilia, Italia
E-mail: eugenio.dragoni@unimore.it

Davide Castagnetti
Dipartimento di Scienze e Metodi dell'Ingegneria,
Università di Modena e Reggio Emilia, Italia
E-mail: davide.castagnetti@unimore.it

Sommario. *Il lavoro riguarda le concentrazioni di tensione prodotte da intagli periodici (ossia ripetuti con regolarità) in solidi elastici variamente caricati. Si esamina criticamente il criterio di Neuber che riconduce gli effetti dell'intaglio periodico a quello dell'intaglio singolo di profilo similare ma meno profondo. Il criterio fa dipendere il coefficiente correttivo della profondità dal solo rapporto tra profondità originaria e passo della schiera di intagli, prescindendo dalla forma. Elaborando risultati di letteratura su intagli periodici in barre tonde e nastri piani soggetti a torsione o tiro assiale, il lavoro conferma la validità della teoria di Neuber solo per il caso ideale da lui studiato di intaglio acuto e superficiale, soggetto a tensioni tangenziali. Per intagli reali, con ampio raggio di fondo e profondità finita, l'accuratezza è scadente, soprattutto in presenza di tensioni normali. Si osserva però che, previa ridefinizione del fattore di profondità e distinguendo tra intagli soggetti a tensioni tangenziali o a tensioni normali, il criterio produce previsioni molto attendibili ed assume grande utilità pratica.*

Parole chiave: *intaglio periodico, concentrazioni di tensione, metodo di Neuber*

1. INTRODUZIONE

Nella sua celebre opera sulle tensioni negli intagli, Neuber [1] riconduce la concentrazione di tensioni dell'intaglio periodico a quella dell'intaglio singolo di geometria analoga, ma meno profondo (Fig. (1)). La profondità dell'intaglio singolo equivalente è legata a quella originaria tramite il coefficiente correttivo, γ (curva *a* di Fig. (2)), funzione del rapporto tra profondità, *t*, e passo, *P*, della schiera di intagli

$$\gamma = (P/\pi t)\, Tgh(\pi t/P) \tag{1}$$

La validità di questo criterio, dedotto analiticamente per intagli periodici acuti al bordo di un semipiano elastico soggetto a tensioni tangenziali, è stato estesa acriticamente da Neuber stesso [1] e da altri [2] ad intagli qualunque soggetti ad ogni tipo di sollecitazione.

Tale estensione mira a rendere utilizzabile per l'intaglio ripetitivo (filettature, alberi scanalati, gole a labirinto) la quantità di informazioni disponibili sull'intaglio singolo [3,4].

Benché attraente per eleganza, generalità e semplicità applicativa, la procedura di Neuber delude dal punto di vista quantitativo. A dispetto dei riscontri positivi citati in [2], il suo impiego indiscriminato sovrastima spesso (e di molto) la sollecitazione. Ad esempio, per il semipiano teso parallelamente al bordo, munito di intagli semicircolari distanti tra loro 2.5 volte il raggio, la procedura prevede una concentrazione di tensioni pari a 2.7, contro il valore esatto 1.8 reperibile in letteratura [3,5].

Muovendo da questo divario, gli autori hanno condotto una serie di indagini numeriche [6-8] volte a verificare l'attendibilità del metodo di Neuber. Il presente lavoro riassume i risultati di quelle ricerche e propone correzioni all'espressione (1) del coefficiente correttivo di profondità al fine di conservare il concetto di equivalenza proposto da Neuber.

La presentazione è divisa in tre parti, relative alla verifica del metodo nei seguenti casi: 1) intaglio ideale (acuto e superficiale) soggetto a tensioni tangenziali (caso esaminato da Neuber); 2) intaglio reale (raccordato e profondo) soggetto a tensioni tangenziali; 3) intaglio reale (raccordato e profondo) soggetto a tensioni normali. Si dimostra che il metodo di Neuber risulta applicabile integralmente (con il coefficiente γ fornito dalla (1)) solo nel caso 1. Nei casi 2 e 3, il principio di corrispondenza tra intaglio periodico e intaglio singolo può essere conservato a condizione di modificare l'espressione di γ e distinguendo tra intagli soggetti a tensione tangenziale oppure normale.

2. INTAGLIO IDEALE SOGGETTO A TENSIONI TANGENZIALI (NEUBER)

Questa sezione esamina il caso ideale, trattato analiticamente da Neuber in [1], di intaglio periodico acuto (raggio di fondo molto piccolo rispetto alla profondità), superficiale (profondità molto piccola rispetto alle dimensioni del solido), soggetto a tensioni tangenziali. I risultati presentati sono tratti dal lavoro di Dragoni [7].

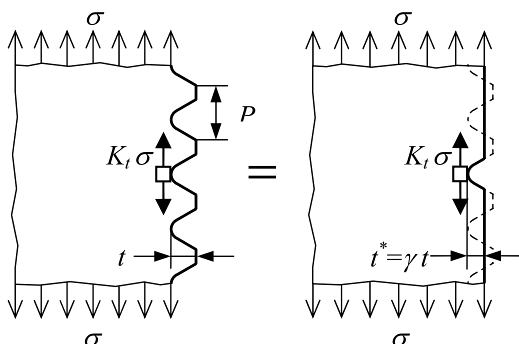


Figura 1. Equivalenza simbolica tra intaglio periodico e intaglio singolo ai fini della concentrazione di tensioni.

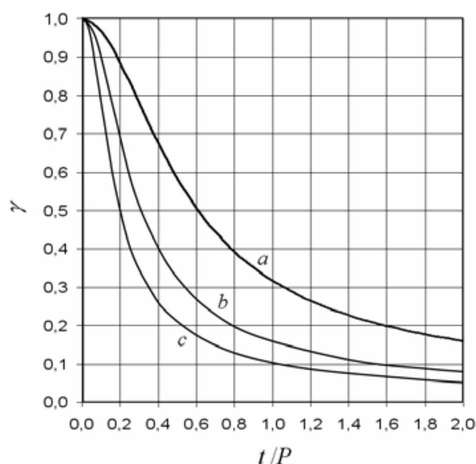


Figura 2. Andamento del coefficiente correttivo della profondità in funzione della profondità relativa dell'intaglio periodico (curva *a* = teoria di Neuber [1])

Metodo

Per riprodurre la situazione di Neuber, si è fatto riferimento alla torsione di una barra con scanalature longitudinali avente la sezione di Fig. (3). Il bordo della sezione è interessato da una schiera di intagli ad U con raggio di fondo ρ, profondità t e disposti con passo P sulla circonferenza di raggio R. La condizione di intaglio superficiale è ottenuta scegliendo il raggio esterno R molto più grande (circa 1000 volte) della profondità t. Nell'esplorazione parametrica della geometria, si varia il rapporto ρ/t tra 0.2 e 1, con passo 0.2, ed il rapporto t/P tra circa 0 (un solo intaglio) e 2, con passo 0.1/0.2 . Il rapporto ρ/t riassume il profilo del singolo intaglio mentre il rapporto t/P misura l'accostamento relativo della schiera. Benché le geometrie esaminate prevedano raggi di intaglio abbastanza grandi in rapporto alla profondità (valore minimo di $\rho/t = 0.2$), il caso ideale di raggio tendente a zero (come previsto da Neuber) è ottenuto virtualmente con il ragionamento esposto nella sezione 2.2 .

Per l'analisi delle tensioni torsionali nella sezione di Fig. (3), in [7] si sfrutta l'analogia formale esistente tra il problema torsionale originario ed un problema termico ausiliario riguardante il dominio piano con lo stesso profilo della sezione. In breve, il mantenimento a temperatura nulla del bordo del dominio, sede di un opportuno carico termico fittizio ed avente una precisa conducibilità termica fittizia, porta ad una distribuzione interna di flussi termici riconducibili alle tensioni tangenziali di origine torsionale. I dettagli del procedimento, con le espressioni delle condizioni termiche fittizie che rispettano l'analogia termo-elastica, sono descritti in [7].

Strumento di analisi è il codice commerciale *BEASY* (versione 5.0), basato sul metodo degli elementi al contorno [9] e dotato di un modulo specifico per analisi termiche stazionarie. Per ragioni di simmetria, il modello computazionale si limita al settore *Oabc* di Fig. (3), con condizioni di adiabaticità (componente radiale nulla delle tensioni tangenziali) sui raggi *Oa* e *Oc* e di temperatura nulla sul bordo esterno *abc*.

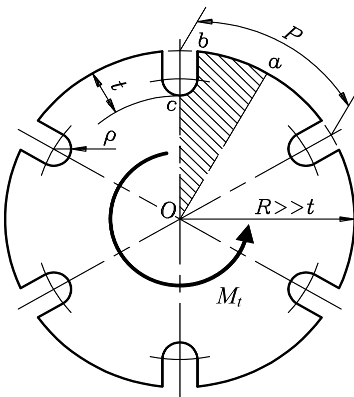


Figura 3. Sezione trasversale di barra scanalata soggetta a torsione.

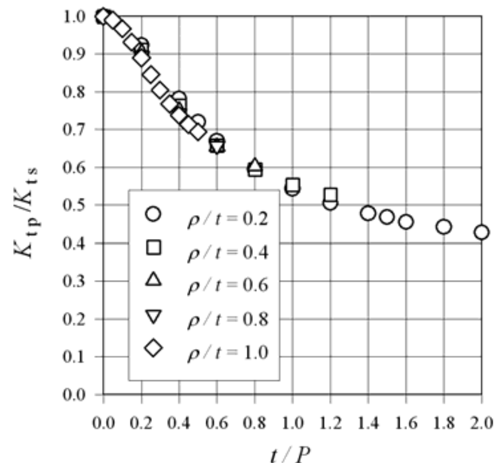


Figura 4. Risultati numerici per il fattore di concentrazione delle tensioni normalizzato nella barra di Fig. (3).

Le tensioni massime, τ_{max}, determinate numericamente sono convertite nel fattore di concentrazione delle tensioni, K_{tp}, così definito

$$K_{tp} = \frac{\tau_{max}}{\tau_n} \tag{2}$$

dove τ_n è la tensione nominale calcolata come rapporto tra la coppia torcente, M_t, applicata al solido ed il modulo di resistenza della sezione piena (non intagliata) di raggio R.

Risultati e discussione

Tutte le analisi effettuate hanno portato al rilevamento del massimo flusso termico (massima tensione tangenziale) in corrispondenza del fondo dell'intaglio (punto c in Fig. 3). I risultati complessivamente ottenuti sono raccolti in forma normalizzata nel diagramma di Fig. (4). La normalizzazione è compiuta rapportando il fattore di concentrazione delle tensioni per l'intaglio periodico, K_{tp} (Eq. (2)), al fattore di concentrazione delle tensioni per l'intaglio singolo superficiale di ugual profilo, K_{ts}. Quest'ultimo è stato calcolato con la seguente formula, empirica ma accurata, presa dalla letteratura [10]

$$K_{ts} = K_{ts}\left(t/\rho\right) = 1 + \left(t/\rho\right)^{0.556} \tag{3}$$

L'esame di Fig. (4) rivela innanzi tutto che i risultati normalizzati tendono all'unità al tendere a zero dell'ascissa t/P, nel qual caso l'intaglio periodico tende alla configurazione di intaglio singolo. Poichè la base (3) adottata nella normalizzazione proviene da fonte indipendente, questo risultato è indice di buona qualità delle analisi computazionali. Un altro aspetto notevole che risalta dalla Fig. (4) è la sostanziale indipendenza della distribuzione normalizzata dal rapporto ρ/t. Ammettendo che l'influenza di questo parametro sia nulla anche al di fuori del campo di valori (0.2~1) esaminato, si può scrivere

$$\frac{K_{tp}}{K_{ts}} = f\left(t/P\right) \tag{4}$$

dove f è la funzione descritta implicitamente dalla catena di punti in Fig. (4).

In base al criterio di Neuber, illustrato simbolicamente in Fig. (1), il fattore di concentrazione delle tensioni per l'intaglio periodico superficiale si ottiene dalla (3) sostituendo t con $t^* = \gamma t$

$$K_{tp} \equiv K_{ts}\left(t^*/\rho\right) = 1 + \left(\gamma t/\rho\right)^{0.556} \tag{5}$$

L'inserimento di (3) e (5) nella (4) conduce all'espressione

$$\frac{1 + \left(\gamma t/\rho\right)^{0.556}}{1 + \left(t/\rho\right)^{0.556}} = f\left(t/P\right) \tag{6}$$

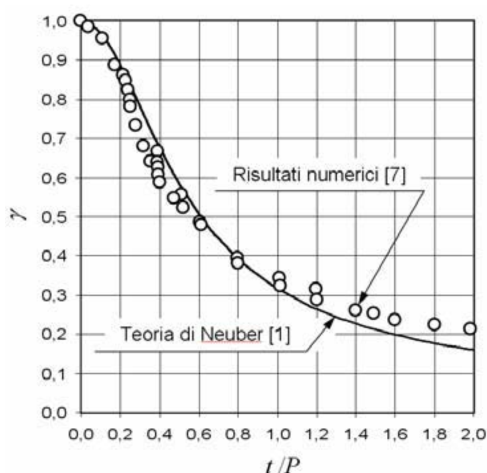


Figura 5. Confronto tra risultati numerici (pallini) e teoria (linea continua) per il coefficiente correttivo della profondità dell'intaglio acuto e superficiale.

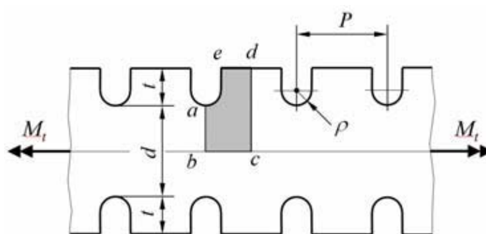


Figura 6. Profilo longitudinale di barra assialsimmetrica con gole periodiche soggetta a torsione.

la quale, valutata per la condizione limite di intaglio acuto ($t/\rho \to \infty$), diventa

$$\gamma = \left\{ f\left(t/P \right) \right\}^{1/0.556} \tag{7}$$

Ricavando i valori di $f(t/P)$ dai punti di Fig. (4) e calcolando γ con la (7), si ottiene la punteggiata di Fig. (5). Il confronto di questi risultati con il grafico di γ proposto da Neuber (curva *a* di Fig. (2), riprodotta a linea continua in Fig. (5)) mostra un ottimo accordo con le deduzioni analitiche di Neuber nelle medesime condizioni di intaglio acuto ($t/\rho \to \infty$) e superficiale ($t/R \to 0$), soggetto a tensioni tangenziali. Questa conclusione rappresenta il principale risultato di questa sezione. Quanto l'espressione originale (1) di Neuber per il coefficiente γ sia capace di prevedere la concentrazione di tensioni tangenziali per intagli meno acuti ($t/\rho \to 1$) e più profondi ($t/R \to 1$), sarà discusso nella prossima sezione.

3. INTAGLIO REALE SOGGETTO A TENSIONI TANGENZIALI

Rispetto al caso ideale appena discusso, questa sezione conserva le condizioni di carico (tensioni tangenziali) ma abbandona le semplificazioni geometriche. L'intaglio acuto e superficiale è sostituito da un intaglio con ampio raggio di fondo (confrontabile con la profondità) e di profondità finita (confrontabile con le dimensioni del solido). I risultati presentati sono tratti dai lavori di Dragoni [7] e di Castagnetti e Dragoni [8] .

Metodo

Le configurazioni esaminate sono due: la barra prismatica con la sezione di Fig. (3) e la barra circolare con gole anulari avente il profilo longitudinale di Fig. (6), entrambe

soggette a torsione. Per la geometria ed il metodo di analisi della barra in Fig. (3) si è già detto nella sezione 2. Per la barra di Fig. (6) si esplorano tutte le geometrie ottenute variando il rapporto ρ/t tra 0.2 e 1, con passo 0.2, il rapporto t/P tra circa 0 (un solo intaglio) e 2, con passo 0.1/0.2, ed il rapporto d/ρ secondo la serie 5, 25, 100.

Anche per l'analisi delle tensioni torsionali nella barra di Fig. (6), Castagnetti e Dragoni in [8] utilizzano un metodo numerico basato su analogia termica. In questo caso l'analogia riconduce la torsione del solido assialsimmetrico alla conduzione di calore planare in una lastra omogenea di spessore variabile. La lastra possiede, in pianta, lo stesso profilo della sezione meridiana della barra assegnata (Fig. (6)) ed il suo spessore nel punto generico è proporzionale al cubo del raggio (distanza dal bordo corrispondente all'originario asse di simmetria) in quel punto. A differenza del caso precedente, non esiste calore diffuso nel volume e la lastra mantiene inalterato il flusso complessivo di calore in direzione assiale. Le tensioni torsionali in ogni punto della barra sono date dal prodotto tra il raggio ed il gradiente termico nel punto omologo della piastra, secondo la procedura commentata dettagliatamente in [8].

Strumento di analisi è il codice commerciale agli elementi finiti LUSAS (versione 13.4), munito di elementi termici e capace di assegnare spessore variabile ai domini bidimensionali secondo qualunque legge definita dall'utente. In virtù della simmetria, i modelli termici riguardano la sola regione *abcde* di Fig. (6), con temperatura assegnata su *ab* e *cd*, condizioni di adiabaticità su *bc* e *aed* e spessore variabile con legge cubica da *bc* (spessore nullo) verso *aed*.

Per ogni geometria, il fattore di concentrazione delle tensioni è valutato con la (2), in cui la tensione nominale, τ_n, è calcolata come rapporto tra la coppia torcente applicata al solido, M_t, ed il modulo di resistenza della sezione di gola (*ab* in Fig. (6)).

Risultati e discussione

Per la barra di Fig. (3), la Fig. (7) confronta il fattore di concentrazione di tensione numerico [7] con le previsioni ottenute applicando integralmente il metodo di Neuber. Ai fini dell'applicazione del metodo, il fattore di concentrazione di tensione per l'intaglio singolo è stato calcolato inserendo nella (3) la profondità ridotta $t^* = \gamma t$, con γ fornito dalla (1). Le differenze tra i risultati sono notevoli, con le previsioni di Neuber sistematicamente in eccesso rispetto ai valori computazionali (da ritenersi esatti). L'errore percentuale massimo rispetto a questi ultimi raggiunge il 100 % per gli intagli più ravvicinati (t/P elevato). Si percepisce inoltre la dipendenza di K_{tp} dal parametro ρ/t, implicita nella (6) ed assente solo per l'intaglio acuto (Eq. (7)).

La Fig. (8) mostra che la correlazione può essere migliorata euristicamente conservando il concetto di Neuber (coefficiente γ funzione della sola profondità relativa t/P) ed adottando per γ, invece della (1), la seguente espressione

$$\gamma = (P/2\pi t)\, Tgh(2\pi t/P) \qquad (8)$$

descritta dalla curva *b* di Fig. (2). Il fattore 2 che ora compare nella (8) è stato ottenuto con una procedura di ottimizzazione volta a minimizzare l'errore tra le previsioni del metodo e valori numerici. L'errore massimo in Fig. (8) scende in questo caso al 10 %.

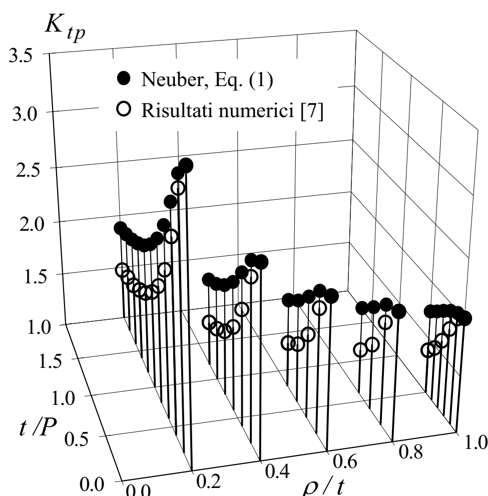


Figura 7. Confronto tra risultati numerici e previsioni di Neuber (γ da Eq. (1)) per la concentrazione di tensioni nell'intaglio di Fig. (3).

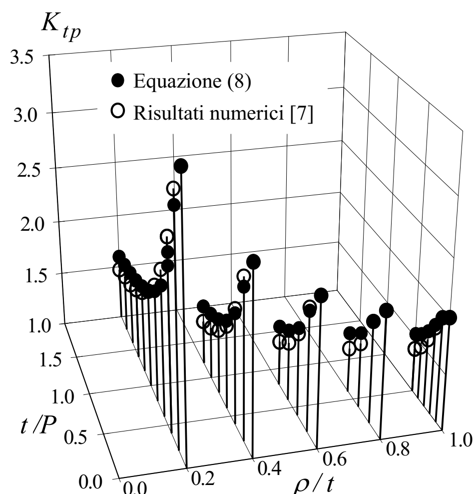


Figura 8. Confronto tra risultati numerici e nuova interpolazione (γ da Eq. (8)) per la concentrazione di tensioni nell'intaglio di Fig. (3).

Analogo confronto è mostrato in Fig. (9) per la barra con gole circonferenziali di Fig. (6). I risultati numerici in Fig. (9) derivano dalle analisi descritte nella sezione 3.1 . Le previsioni teoriche sono ottenute inserendo nell'espressione empirica proposta da [10] per l'intaglio singolo la profondità di intaglio, $t^* = \gamma t$, corretta con il coefficiente γ dato dalla (8). Anche in questo caso l'accordo tra le serie di valori è ottimo, con una deviazione tra risultati numerici e valori teorici inferiore al 4 %. Esprimendo il coefficiente di profondità mediate l'espressione originale di Neuber (1), si perverrebbe invece ad uno scostamento tra risultati numerici e stime teoriche spesso superiore al 100 %.

I risultati di questa sezione confermano la possibilità di applicare il principio di Neuber agli intagli periodici esaminati, a condizione di esprimere il coefficiente di profondità γ con la nuova funzione (8). Quest'ultima espressione si presenta come relazione generale di corrispondenza tra intaglio periodico ed intaglio singolo, muniti di geometria realistica (raggio e profondità di intaglio finiti) e sottoposti a tensioni tangenziali.

4. INTAGLIO REALE SOGGETTO A TENSIONI NORMALI

Questa sezione considera situazioni di intaglio reale (raggio di fondo e profondità a piacere) come nella sezione precedente e sostituisce la sollecitazione tangenziale con tensioni normali. Si tratta di condizioni diverse in ogni aspetto dalle ipotesi assunte da Neuber nella sua storica trattazione [1]. I risultati esposti sono tratti dal lavoro di Dragoni [6].

Metodo

La Fig. (10) illustra la geometria generale degli intagli considerati e la condizione di carico ipotizzata. Per chiarezza grafica, il disegno si riferisce al caso di nastri piani di larghezza netta (ossia misurata alla radice dell'intaglio) pari a *d*. Lo studio comprende però anche

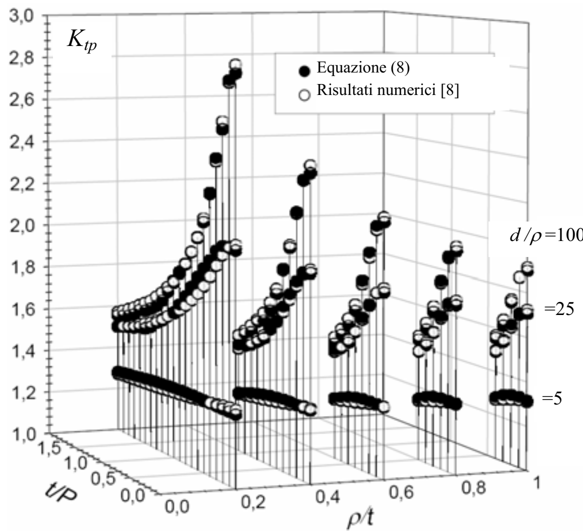


Figura 9. Confronto tra risultati numerici e nuova interpolazione (γ da Eq. (8)) per la concentrazione di tensioni nell'intaglio di Fig. (6).

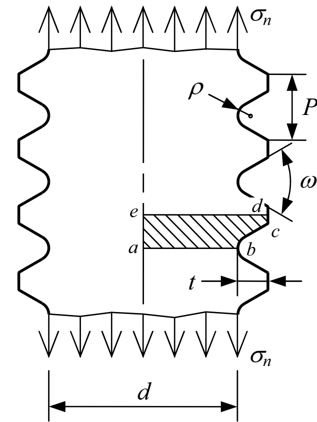


Figura 10. Geometria di intaglio periodico soggetto a sforzo assiale.

barre assialsimmetriche caricate assialmente, per le quali la dimensione d assume il significato di diametro di fondo gola.

Ogni geometria particolare in Fig. (10) è individuata dai quattro parametri adimensionali ω, ρ/t, t/d e t/P. Di questi, i primi due fissano la geometria base dell'intaglio, il terzo ne esprime la profondità relativa rispetto al solido, il quarto definisce la periodicità della schiera di intagli. Le analisi sono state condotte su intagli definiti dalle combinazioni $\omega = 0°$, 60°,120°, $\rho/t = 0.2, 0.4, ... ,2$, $t/P = 0.01, 0.2, 0.4, ... , 2$ e $t/d = 0.01, 0.05, 0.1, 0.2, 0.5, 1$, per un totale di circa 1 000 geometrie. Per ogni geometria base (ω e ρ/t) e profondità di intaglio (t/d), col valore $t/P = 0.01$ si è inteso riprodurre la situazione di intaglio singolo, verificata esattamente per $t/P \to 0$. Analogamente, per ogni profilo della schiera (ω, ρ/t e t/P), col valore $t/d = 0.01$ si è voluto simulare la condizione di semipiano intagliato (intaglio superficiale), realizzabile teoricamente solo per $t/d \to 0$.

Per l'analisi delle tensioni nell'intaglio, [6] utilizza il codice commerciale *BEASY*, fondato sulla tecnica degli elementi al contorno. Sfruttando le simmetrie geometriche e di carico nonchè la ciclicità dell'intaglio, ogni analisi riguarda il modello ridotto *abcde* (area tratteggiata in Fig. (10)), delimitato da un piano (o asse di simmetria) verticale e da due piani orizzontali. Il modello è vincolato fissandone la base inferiore e caricato assegnando uno spostamento unitario alla sua base superiore. Attraverso un codice appositamente sviluppato, la risposta in tensione fornita da *BEASY* è stata poi elaborata per calcolare il fattore di concentrazione delle tensioni, K_{tp}, secondo la definizione seguente

$$K_{tp} = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_n} \tag{9}$$

dove σ_{max} è la tensione massima registrata alla base dell'intaglio e σ_n è la tensione media calcolata sulla sezione netta del solido.

Risultati e discussione

Il diagramma prospettico di Fig. (11a) riporta il fattore di concentrazione delle tensioni per il caso più significativo di intaglio periodico superficiale ($t/d = 0$) con profilo ad U ($\omega = 0°$), confrontando i valori numerici di [6] con le previsioni originali di Neuber. Per effettuare la previsione, la profondità dell' intaglio periodico è stata dapprima corretta con il coefficiente γ dato dalla (1). In base alla nuova profondità, $t^* = \gamma t$, il fattore di concentrazione delle tensioni è stato poi calcolato usando le espressioni accurate fornite da Kato [10] per questa tipologia di intagli.

Con la sola ovvia eccezione rappresentata dall'intaglio singolo ($t/P \approx 0$), la Figura (11a) mostra una notevole discordanza tra le previsioni di Neuber ed i valori numerici. In linea con quanto osservato nell'Introduzione, il procedimento di Neuber sovrastima sempre la sollecitazione con errori che superano il 100 %. Un attento esame del diagramma mostra però che, per ogni fissato valore di t/P, le previsioni di Neuber ed i risultati numerici stanno tra loro all'incirca nello stesso rapporto, indipendentemente dal valore di ρ/t. Ciò suggerisce di conservare anche in questo caso il valore concettuale del metodo, correggendone l'aspetto quantitativo attraverso la ridefinizione del coefficiente di profondità γ.

Con una procedura di ottimizzazione simile a quella descritta nelle sezione precedente, si trova che la seguente espressione del coefficiente correttivo della profondità

$$\gamma = (P/3\pi t)\, Tgh(3\pi t/P) \tag{10}$$

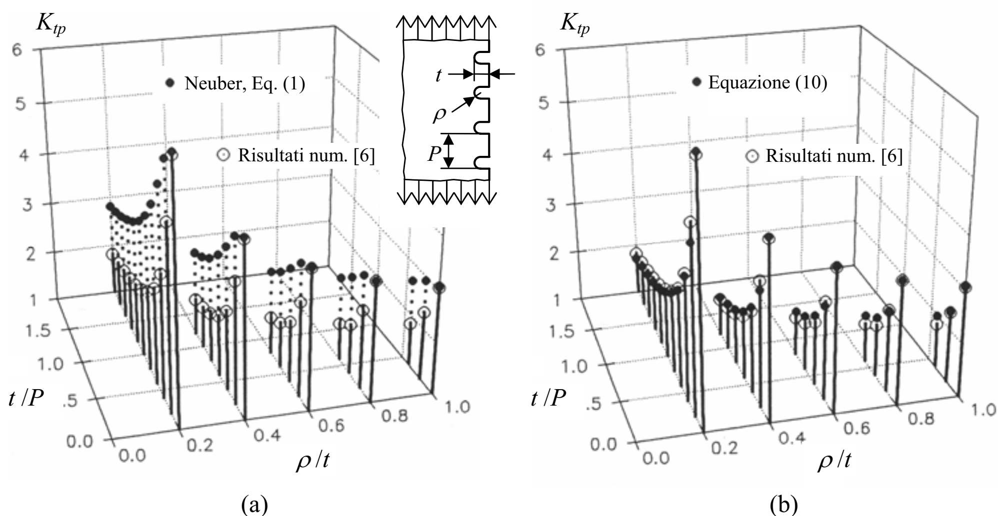


Figura 11. Confronto tra risultati numerici [6] e previsioni teoriche per la concentrazione di tensioni nel semipiano con intagli a U in trazione. Coefficiente γ da Eq. (1) (caso a) e da Eq. (10) (caso b).

porta alla incoraggiante correlazione di Fig. (11b), contraddistinta da errori relativi mai superiori al 5 %. Precisioni analoghe si ottengono, con la medesima formulazione di γ, anche per tutti gli altri casi esaminati in [6]. A titolo di esempio, la Fig. (12) ribadisce il buon accordo tra valori esatti (codice *BEASY*) e la nuova interpolazione (Eq. (10)) nel caso di barra circolare con intaglio ad U profondo ($t/d = 0.5$).

La Fig. (13), frutto di una recente elaborazione, applica la nuova forma (10) del coefficiente γ al caso del piano elastico con una serie infinita di fori, uguali ed equidistanti, soggetto a trazione longitudinale. L'ascissa del diagramma, r/P, varia da 0 (foro singolo) a 0.5 (fori a contatto), coprendo l'intero campo di configurazioni possibili. Il diagramma confronta tre curve: la curva (a) rappresenta la soluzione esatta desunta da [11]; la curva (b) riporta la previsione secondo il metodo originale di Neuber (γ da Eq. (1)); la curva (c) corrisponde alla previsione basata sulla nuova funzione (10) per γ. Mentre l'errore commesso dalla previsione di Neuber è molto elevato (fino al 50 %), il comportamento della nuova interpolazione è soddisfacente, con un errori in eccesso che raggiungono il 15 % solo per configurazioni in cui i fori si sfiorano ($0.4 \le r/P \le 0.5$).

Il buon accordo mostrato dalle Fig. (11b, 12 e 13), anche per configurazioni molto diverse da quelle usate per ottimizzare il coefficiente γ (Fig. (13)) conferma la validitá del concetto di Neuber anche nel caso di intagli reali soggetti a tensioni normali. Similmente a quanto visto per le tensioni tangenziali, la condizione perché le previsioni siano attendibili è che il coefficiente correttivo della profondità sia calcolato con la nuova funzione (10), sostitutiva della funzione originaria (1) di Neuber.

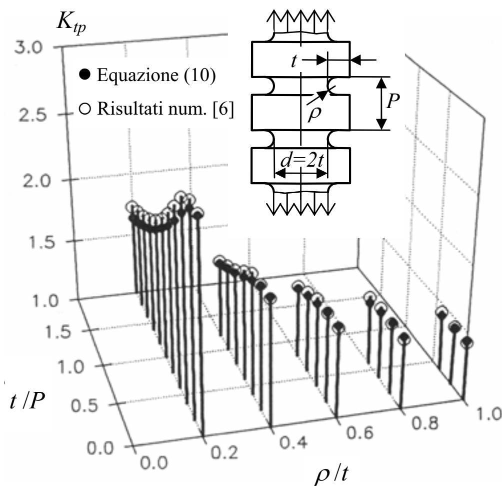


Figura 12. Confronto tra risultati numerici e nuova interpolazione (γ da Eq. (10)) per la concentrazione di tensioni nella barra tesa con intagli profondi a U.

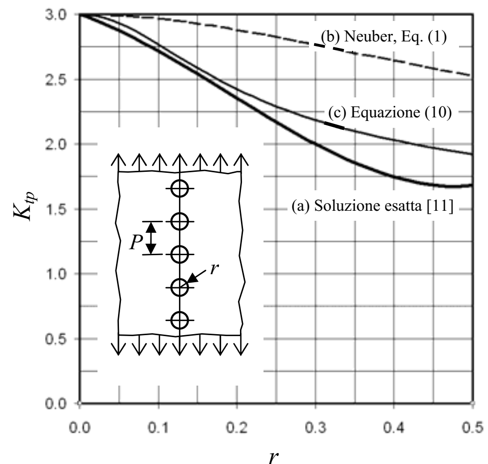


Figura 13. Confronto tra risultati esatti (a) e previsioni (b)-(c) per la concentrazione di tensioni nel piano in trazione, recante una schiera infinita di fori uguali equidistanziati.

5. CONCLUSIONI

Il lavoro riassume le ricerche degli autori sulle concentrazioni di tensione prodotte dagli intagli periodici in solidi elastici variamente caricati. Viene esaminato il criterio di Neuber che riconduce gli effetti dell'intaglio periodico a quello dell'intaglio singolo di ugual profilo ma meno profondo. Il criterio poggia sul concetto di coefficiente correttivo della profondità, γ, funzione del solo rapporto tra profondità originaria, t, e passo, P, della schiera di intagli. Per il coefficiente γ Neuber propone l'espressione $\gamma = (P/\pi t)\, Tgh(\pi t/P)$, limite analitico ricavato per intagli acuti (raggio di fondo molto inferiore alla profondità), superficiali (profondità molto inferiore alla dimensione del solido), soggetti a tensioni tangenziali. Elaborando i risultati ottenuti numericamente per intagli periodici in barre tonde e nastri piani soggetti a torsione o tiro assiale, il lavoro conferma la validità della teoria di Neuber nelle condizioni ideali in cui è stata sviluppata (intaglio acuto, superficiale, sottoposto a tensioni tangenziali). Per intagli reali (raggio di fondo arbitrario, profondità finita) le previsioni del metodo sono inattendibili, soprattutto in presenza di tensioni normali. Si osserva però che, previa ridefinizione del fattore di profondità e distinguendo tra intagli soggetti a tensioni tangenziali ($\gamma = (P/2\pi t)\, Tgh(2\pi t/P)$) e intagli soggetti a tensioni normali ($\gamma = (P/3\pi t)\, Tgh(3\pi t/P)$), il criterio produce risultati molto accurati e può essere utilmente applicato ai casi pratici.

BIBLIOGRAFIA

[1] Neuber, H., 1958. *Kerbspannungslehre*, 2ª edizione, Springer, Berlino, pp. 159 – 163.

[2] Heywood, R.B., 1952. *Designing by photoelasticity*, Chapman & Hall, Londra, 202 – 205.

[3] Peterson, R.E., 1974. *Stress concentration factors*, Wiley, New York.

[4] Hardy, S.J., Malik, N.H. (1992) "A survey of post-Peterson stress concentration factor data", *Int. J. Fatigue*, 14(3), 147 – 153.

[5] Atsumi, A., 1958. "Stress concentrations in a strip under tension and containing an infinite row of semicircular notches", *Quart. J. Mech. and Applied Math.*, **11**(4), pp. 478 – 490.

[6] Dragoni, E., 1994. "Concentrazione delle tensioni negli intagli periodici", *Atti XXIII Convegno Nazionale AIAS*, Rende (CS), 20-24 Settembre, pp. 441 – 447.

[7] Dragoni, E., 1999. "Concentrazione di tensioni torsionali in intagli periodici superficiali tramite analogia termica", *Atti XXIII Convegno Nazionale AIAS*, Vicenza, 8-11 Settembre, pp. 95 – 102.

[8] Castagnetti, D., Dragoni, E., 2003. "Concentrazione di tensioni torsionali in intagli periodici assialsimmetrici con il metodo dell'analogia termica", *Atti XXXII Convegno Nazionale AIAS*, Salerno, 3-6 Settembre.

[9] Brebbia, C.A., Dominguez, J., 1992. *Boundary elements: an introductory course*, 2ª edizione, McGraw-Hill, New York.

[10] Kato, A., 1991. "Design equation for stress concentration factors of notched strips and grooved shafts", *J. Strain Analysis*, **26**(1), pp. 21 – 28.

[11] Young, W.C., Budynas, R.G., 2002. *Roark's formulas for stress and strain*, 7ª edizione, McGraw-Hill, New York, p. 793.

LA FORMAZIONE DI STRIATURE SUI PROFILI ESTRUSI

Antonio Segatori
DIEM, Dip. di Ingegneria delle Costruzione Meccaniche, Nucleari, Aeronautiche e di Metallurgia
University of Bologna, Italy
antonio.segatori2@unibo.it

Lorenzo Donati
DIEM, Dip. di Ingegneria delle Costruzione Meccaniche, Nucleari, Aeronautiche e di Metallurgia
University of Bologna, Italy
l.donati@unibo.it

Luca Tomesani
DIEM, Dip. di Ingegneria delle Costruzione Meccaniche, Nucleari, Aeronautiche e di Metallurgia
University of Bologna, Italy
luca.tomesani@unibo.it

Marco Rompato
Pandolfo Alluminio s.p.a., Italy
mrompato@pandolfoalluminio.com

Sommario*. Nella produzione di profili estrusi per applicazioni architettoniche e di design, ovvero dove i requisiti estetici sono tra i fattori guida, la comparsa di difetti superficiali è una delle principali problematiche che un estrusore deve affrontare, tra queste le striature sono uno dei difetti di più difficile risoluzione, cui spesso è associata l'aggravante di comparire solo alla fine del ciclo di fabbricazione ossia dopo l'anodizzazione.*

Nel presente articolo è riportata inizialmente una panoramica su definizione, origine fisica e classificazione di cause e effetti di tale difetto, successivamente viene descritta l'analisi effettuata su un profilo che presenta una striatura sottile ma ben marcata comparsa solo successivamente al trattamento di anodizzazione superficiale. Il profilo in esame è prodotto per estrusione diretta di una lega di alluminio AA6060 mediante una matrice di tipo 'porthole' a 6 razze.

Nello specifico sono state analizzate tre zone del profilo (due sezioni ed una porzione superficiale) con i seguenti metodi di indagine: microscopio ottico, microscopio ottico in luce polarizzata, microscopio elettronico a scansione (SEM), SEM con sonda EDS. Le indagini svolte hanno permesso di correlare la presenza del difetto con la distribuzione delle dimensioni dei grani e la distribuzione di precipitati e intermetallici a base ferrosa localizzati in prossimità delle zone di saldatura del profilo.

Keywords*: estrusione, difetti, striature, alluminio*

1. INTRODUZIONE

L'utilizzo di profili estrusi anodizzati nel mercato architettonico o in prodotti dove i requisiti estetici hanno un ruolo importante ha visto negli ultimi decenni un incremento impressionante: dalla fabbricazione di serramenti alla produzione di componentistica meccanica, dalla realizzazione di arredi per interno fino all'applicazione all'oggettistica di design. Una delle richieste principali legate a questa tipologia di prodotti è quindi l'assoluta assenza di difetti estetici che modifichino l'aspetto delle superfici: in particolare qualsiasi differenza in termini di omogeneità dell'aspetto, della colorazione o della rugosità della superficie. Le striature rappresentano il difetto di più difficile risoluzione soprattutto a causa della carenza di conoscenze sulla formazione e lo sviluppo di queste imperfezioni che riguardano sia un campo strettamente metallurgico ma anche di controllo di processo. Un ulteriore problema inerente la formazione di tali difetti è l'aggravio economico dovuto alla comparsa delle striature solo dopo l'anodizzazione conseguente all'impossibilità di determinare l'accettabilità delle superfici subito dopo l'estrusione e che genera quindi lo scarto di notevoli quantità di materiale ad uno stadio avanzato del processo produttivo.

Una prima definizione del difetto "striature" è stata proposta da Parson nel 1992 [1] come "*bande o linee che appaiono più scure o chiare, più luminose o opache, nel colore e nel tono rispetto al resto della superficie*". Partendo da questa definizione molti difetti possono rientrare sotto la definizione di *'striature'* ma la loro origine può essere attribuita a differenti fenomeni o aspetti del processo: dalla composizione chimica della lega alla distribuzione di temperatura nel profilo durante la produzione, dall'efficacia del ciclo di omogeneizzazione o a cambiamenti di rugosità sulla superficie del profilo, per citarne alcuni.

In letteratura sono reperibili varie proposte di classificazione delle striature e delle relative cause: la maggior parte, come quella proposta da Takagi et al. [2], evidenziano una distinzione tra le striature causate da alterazioni della geometria della superficie (ad. es. rigature o solchi) da quelle causate da differenze nella struttura metallurgica. L'analisi esposta in questo articolo tratta principalmente la seconda tipologia; viene tuttavia proposta

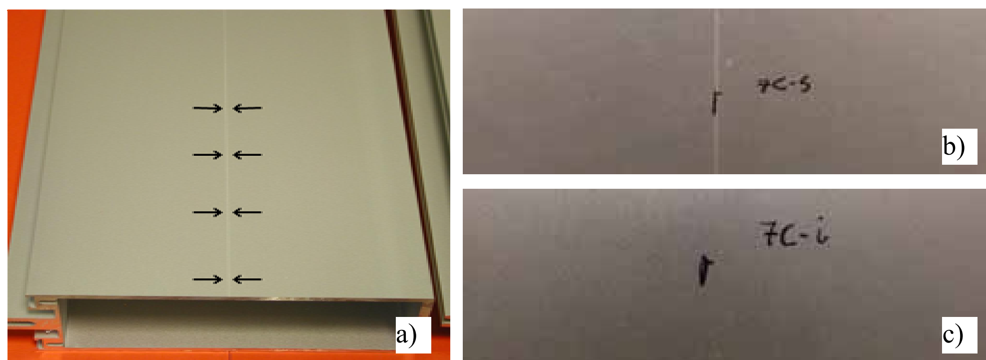


Figura 1. a) Superficie del profilo e striatura (lato superiore), b) lato superiore ingrandimento, c) lato inferiore ingrandimento.

una breve descrizione di entrambe al fine di permettere una migliore comprensione della problematica industriale.

Esistono inoltre iterazioni fra le due tipologie come descritto da Zhang et al. [3] che imputa la visibilità delle striature a una diversa intensità e diffusione della luce riflessa. La presenza di imperfezioni superficiali localizzate (ovvero disuniformità), come ad esempio quelle generate da una diversa risposta all'attacco di anodizzazione, aumentano la componente diffusa della luce riflessa. Procedendo quindi a ritroso nel processo di formazione delle striature si deve cercare l'origine di tale differenza nella risposta e questo porta ad indagare le cause di una disuniformità nella microstruttura. Una diversa microstruttura può essere indotta da disomogeneità nella dimensione dei grani, nella distribuzione degli intermetallici o nella distribuzione dei precipitati.

Il prodotto analizzato è un profilo cavo rettangolare realizzato in lega AA6060-T6 mediante estrusione diretta tramite matrice di tipo 'porthole'. Tale tipologia di matrice consente la realizzazione di profili cavi anche complessi mediante l'utilizzo di due matrici accoppiate fra loro: un mandrino che realizza la sagoma interna del profilo (sorretto da una serie di razze o 'web') e una matrice che ne realizza la sagoma esterna. Una striatura sottile e brillante compare dopo l'anodizzazione al centro della superficie maggiore in coincidenza di una delle razze, Fig. (1 a); la striatura risulta più visibile sul lato superiore del profilo, Fig. (1 b e c), dove per 'lato superiore' ci si riferisce al posizionamento del profilo all'uscita dalla pressa. Il profilo è stato analizzato con tre diverse metodologie: analisi metallografica, osservazioni SEM e valutazioni EDS onde comprendere l'origine del difetto e le sue relazioni con i parametri di processo e la geometria della matrice.

L'origine ottica del difetto

Come riportato in precedenza, la visibilità delle striature può essere correlato alla differenza in intensità e diffusione della luce riflessa. Zhang et al. [3] riportano la condizione di Rayleigh per superfici lisce:

$$h \prec \frac{\lambda}{8 \cos i} \tag{1}$$

dove h è il parametro di rugosità, Fig. (2), λ la lunghezza d'onda della luce (0.38-0.78μm per il campo visibile) e *i* l'angolo di riflessione. Per un angolo di 60° si ottiene h≤0.2μm, ossia per cambiamenti di rugosità maggiori di 0.2μm è associato un effetto visibile. É importante ricordare che la superficie riflettente in un profilo anodizzato è quella dell'interfaccia metallo-ossido, poiché l'ossido di alluminio risulta trasparente. Cambiamenti nella rugosità maggiori di 0.2μm generati prima o dopo l'anodizzazione possono quindi indurre una difetto visibile. É altresì evidente come questo tipo di difetto non possa essere recuperato dopo l'anodizzazione.

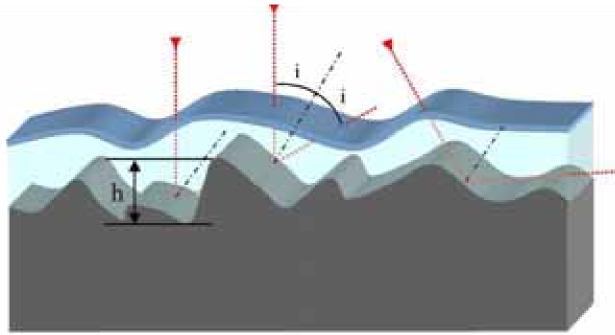


Figura 2. Diagramma di una superficie anodizzata; superficie riflettente, parametro di rugosità h, angolo i.

Il ciclo metallurgico della billetta

Procedendo ancora più a ritroso nel processo di formazione del difetto risulta evidente come, per scoprire le cause di una eterogeneità microstrutturale, sia necessario considerare tutto il ciclo di produzione della billetta, dalla fusione all'anodizzazione finale del profilo.

In Fig. (3) seguito viene descritto il ciclo termico teorico con i relativi cambiamenti microstrutturali [4].

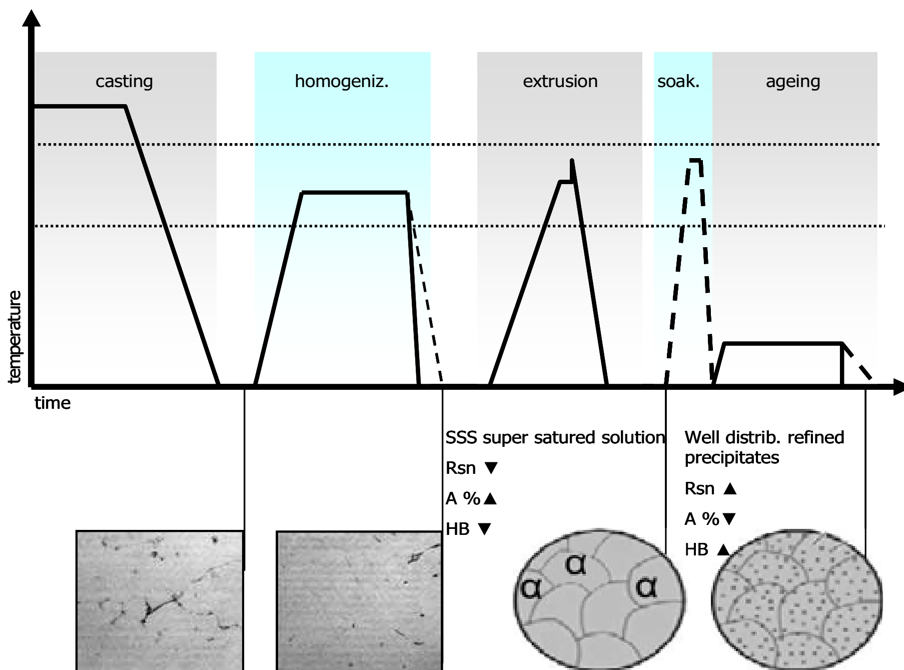


Figura 3. Billet methallurgical hitory

La fusione. Le billette per estrusione sono ottenute per colata continua; il materiale viene portato in fase liquida e poi raffreddato in maniera rapida all'interno della lingottiera partendo dalla superficie della billetta; con questa tecnologia è possibile produrre billette molto lunghe ma le velocità di raffreddamento rimangono comunque insufficienti ad impedire fenomeni di segregazione o la formazione di precipitati ed intermetallici grossolani o di forma allungata. La presenza di tali strutture limita fortemente infatti l'estrudibilità della lega.

Omogeneizzazione. É un trattamento termico ad alte temperature, entro la zona di fase-α, (500-550°C per la lega AA6060) successivo alla fusione al fine di rimuovere fenomeni di micro-segregazione e ottenere una composizione chimica maggiormente omogenea; consente di rimuovere alcuni difetti di fusione e dovrebbe permettere la dissoluzione di precipitati (Mg_2Si) e intermetallici ($Al_{15}(FeMn)_3Si_2$). Tutti gli alliganti (Mg, Si e impurità come Fe e Mn) dovrebbero essere a fine trattamento in fase α (*supersaturated solid solution*, SSSS). Temperatura di processo e tempo di permanenza influenzano la completa soluzione degli alliganti, mentre la velocità di raffreddamento influenza il tipo e la forma di precipitati ed intermetallici [5]. La pratica industriale non permette tuttavia di evitare una seppur minima precipitazione di precipitati e intermetallici, che però risultano perlomeno piccoli o di forma globulare.

Preriscaldo ed estrusione. Il riscaldamento e la deformazione dovrebbero essere effettuati velocemente al fine di evitare cambiamenti rilevanti nelle dimensioni dei precipitati, tuttavia nella pratica industriale ciò risulta difficilmente perseguibile; per leghe particolarmente critiche da questo punto di vista è possibile eseguire un ulteriore trattamento di solubilizzazione sui profili estrusi.

Raffreddamento. Se la lega fosse raffreddata lentamente la fase β (principalmente Mg_2Si nell'AA6060) nucleerebbe e crescerebbe localmente per formare una fase equilibrata α+β. Raffreddando molto rapidamente è possibile ridurre il tempo di diffusione ed effettivamente congelare la struttura non equilibrata in fase α. Poichè questa contiene più soluto che il livello di equilibrio, questa soluzione solida è definita *supersaturated*.

Solubilizzazione. La solubilizzazione implica il riscaldamento del materiale al di sopra della temperatura di *solvus* per un tempo sufficiente a dissolvere ogni fase secondaria che può essere fuoriuscita dalla *solid solution* durante il processo. Per ottenere una *supersaturated solid solution* anche a basse temperature il materiale deve essere poi raffreddato molto velocemente.

Invecchiamento. L'obiettivo del trattamento è ottenere una precipitazione controllata della SSSS così da avere al termine precipitati (Mg_2Si) finemente dispersi. Le tipologie di precipitati (GP, β',β) e le distanze sono fortemente dipendenti dalla temperatura e dalla durata del processo. Una distribuzione ottimale con precipitati fini ed uniformemente dispersi inibisce lo spostamento di dislocazioni, fornendo così il miglior effetto di indurimento.

Tipologie di striature

Nel tentativo di focalizzare il problema industriale in oggetto all'interno della grande varietà di tipi di striature viene riportata una breve classificazione delle stesse. Riferendoci alla Fig. (4) le striature possono essere classificate in base alla loro causa in quattro categorie principali: struttura della billetta, parametri e processo di estrusione, design matrice, performance matrice.

Le striature dovute alla struttura della billeta sorgono in conseguenza ad un cattiva qualità intrinseca alla stessa (condizioni di fusione). Questo include segregazione, disomogeneità della pelle della billetta, intermetallici eccessivamente aggregati e porosità.

Le striature da processo e parametri di estrusione si formano come risultato di errate condizioni di estrusione; queste non sono solo la velocità del pistone o la temperatura ma tutte le condizioni al contorno sia dirette, come la lubrificazione, che indirette, come l'usura o i depositi di impurezze nel contenitore. L'aspetto finale del prodotto è fortemente dipendente da tutti i parametri sopraccitati. La temperatura cui esce l'estruso è legata al logaritmo della velocità di processo e può arrivare a superare la temperatura di *solidus*. Prima ancora però del conseguente '*speed cracking*' il profilo risulta inaccettabile a causa della comparsa di difetti di '*pick-up*' sulla superficie. La stessa velocità di uscita è però data dalla distribuzione dei precipitati; risulta quindi evidente come questo parametro sia legato anche alla struttura della billetta -soprattutto al processo di omogeneizzazione- ed ad altri fattori dando un esempio della complessa rete di interazioni tra i parametri. La composizione chimica del materiale può essere inquinata dal lubrificante, da ossidi ed elementi della pelle che, trascinati nel profilo durante l'estrusione, creeranno, a prescindere dall'effetto sulle caratteristiche meccaniche, eterogeneità localizzate e conseguente difetti nel caso emergessero in superficie

Le striature da design matrice sono correlate alle scelte di progettazione della matrice stessa: profili con incroci a T o spessori variabili sullo stesso profilo o saldature longitudinali sono tutti fattori che possono essere cause di un flusso non uniforme del materiale ma sono imposti al progettista mentre le scelte di progettazione quali altezza delle camere, forma delle razze, dimensione degli alimentatori influenzano l'evoluzione dei parametri quali deformazione, velocità di deformazione e temperatura e quindi anche il flusso del materiale ma possono essere ottimizzate con maggiore libertà;

Le striature da performance della matrice posso sopraggiungere come conseguenza di una azione meccanica sul profilo in uscita. Una matrice danneggiata o usurata può infatti graffiare o alterare la geometria dell'estruso, così come può accadere a causa di depositi duri (ossidi e carbonio) o zone di ristagno del materiale.

Il processo di formazione delle striature di questa ultima categoria è sostanzialmente diversa dai precedenti come evidenziato in Fig. (4). In un caso è un'azione meccanica diretta che altera la geometria della superficie, negli altri casi è invece un insieme di parametri che influiscono sulla struttura metallurgica (es. dimensione del grano, precipitati, intermetallici).

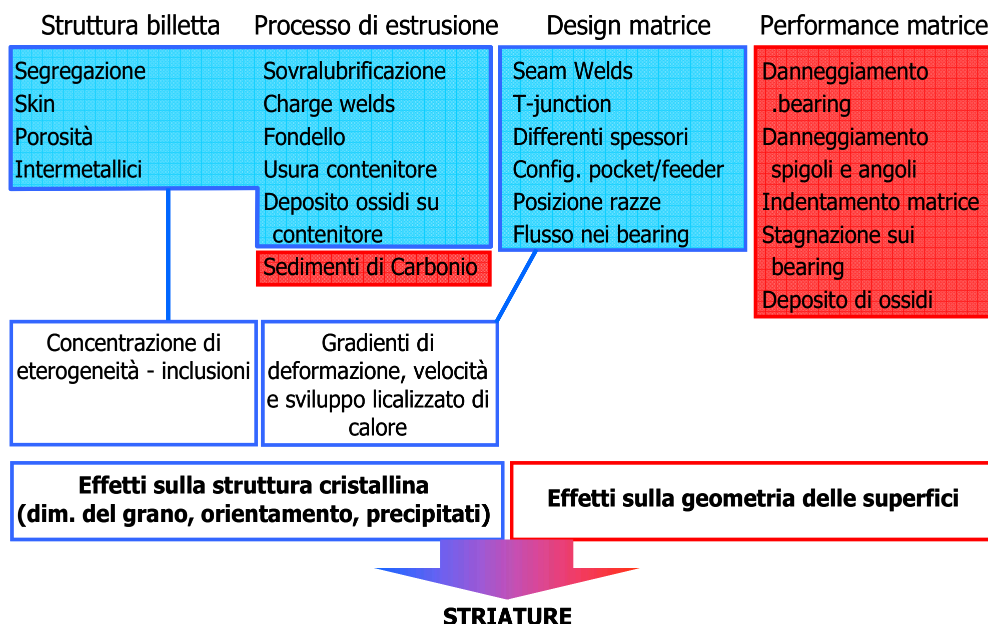


Figura 4. Diagramma di classificazione delle cause delle striature.

Saldature. Tra le varie cause esposte le saldature longitudinali e trasversali sono due tra i maggiori fattori di difetto. Pur inducendo la medesima tipologia di effetto, esse hanno origini differenti, ragione per cui vengono distinte in saldature da cambio billetta, e saldature provocate dalla razza del mandrino.

Le saldature longitudinali (o provocate dalle razze) si verificano a causa dell'incontro dei flussi di materiale uscenti dalle diverse alimentazioni del mandrino; sono perciò presenti quasi esclusivamente in profili cavi e si estendono per l'intera lunghezza del profilo Fig. (5). Prescindendo dall'effetto sulle proprietà meccaniche è importante evidenziare come tali saldature implichino un'alterazione nel flusso del materiale, nella deformazione, nella velocità di deformazione e nella temperatura. Nel caso vi siano differenze, seppur minime, in velocità o direzione dei flussi che si uniscono tali effetti sono moltiplicati. Tutte le alterazioni descritte si traducono in una struttura metallurgica differente dal resto del profilo. A seconda dell'entità della disomogeneità microstrutturale la striatura può essere più o meno visibile: il difetto è difatti sempre presente seppur non visibile.

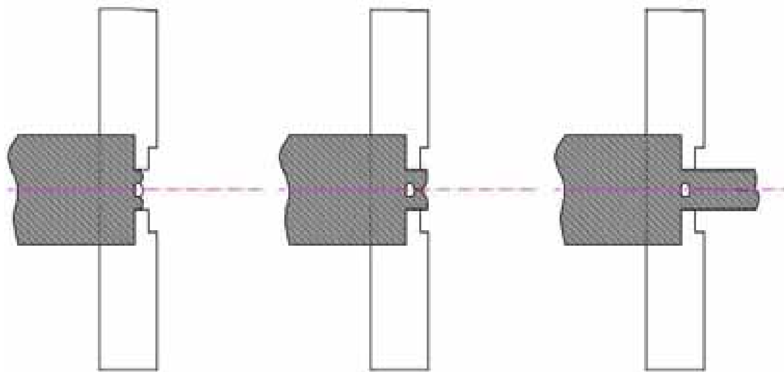


Figura 5. Flusso di materiale attraverso le bocche e sviluppo della saldatura longitudinale.

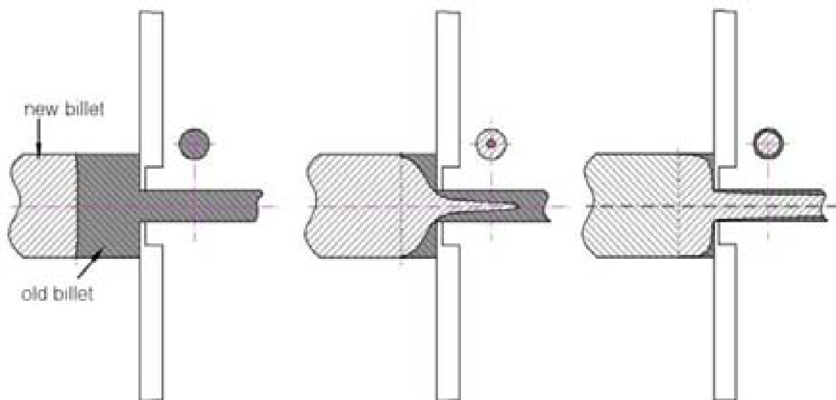


Figura 6. Sviluppo del flusso di materiale di una nuova billetta in un profilo pieno**.**

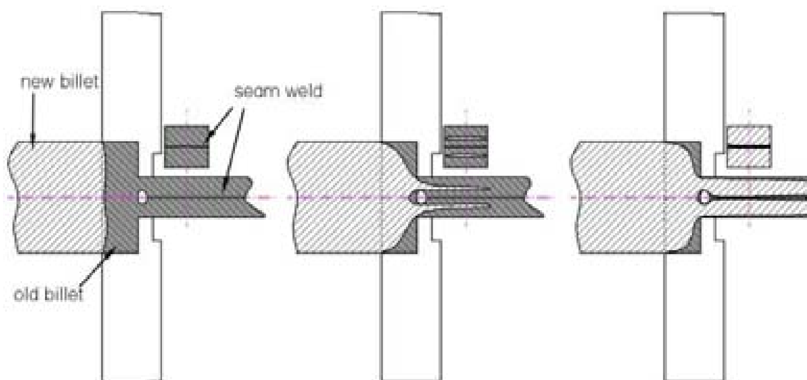


Figura 7. Sviluppo del flusso di materiale di una nuova billetta in un profilo cavo.

Le saldature trasversali (o da cambio billetta) si verificano nell'unione della nuova billetta con la vecchia: la saldatura è inizialmente una superficie piana, ma a causa dell'attrito col contenitore che genera velocità maggiori nel centro della billetta, tale superficie si deforma longitudinalmente. Una rappresentazione schematica è riportata in Fig. (6) dove sono rappresentati 3 istanti successivi. Il materiale, fluendo molto più velocemente al cuore, deforma tale superficie di interfaccia al punto da estrudere il profilo anche per lunghezze rilevanti prima che non siano più presenti tracce della vecchia billetta.

Nel caso di profili cavi lo stesso fenomeno produce una superficie di saldatura più complessa poiché questa viene trascinata attraverso ogni canale di alimentazione, Fig. (7). Nella vista in sezione l'evoluzione della superficie si manifesta come linee separate per ogni bocca che si espandono verso la superficie del profilo e contemporaneamente verso le linee di saldatura longitudinali; questo comportamento porta ad una triplice linea di saldatura longitudinale per ogni razza.

Il difetto associato alla saldatura trasversale ha un altro importante parametro da tenere in considerazione: ovvero la storia metallurgica e composizione del fondello della billetta precedente. Non considerando al momento il lubrificante e l'usura della billetta, il fondello è la zona dove si concentra la maggior parte della pelle e degli strati superficiali della billetta. Anche se gran parte di esso viene rimosso prima dell'inserimento della nuova billetta, è comunque presente una porzione di materiale con disomogeneità metallurgiche che verrà estruso con la conseguenza di peggiorare ulteriormente il difetto.

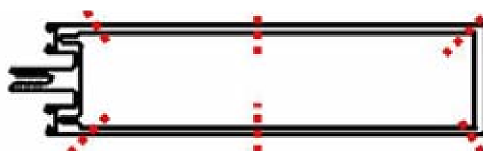


Figura 8. Ubicazione delle razze.

2. SPERIMENTAZIONE

In Fig. (8) è riportata la geometria del profilo in studio per la realizzazione del quale è necessaria una matrice con sei razze, quattro localizzate negli angoli e due sulla mezzeria delle superfici maggiori. Il caso in esame è di particolare interesse poiché la striatura appare solo sulla superficie superiore nonostante la simmetria del profilo e della matrice, permettendo così un raffronto microstrutturale delle due sezioni simmetriche.

Tre zone del profilo sono state analizzate: le due sezioni superiore e inferiore (1 e 3 in Fig. (9)), e la superficie superiore incriminata (2 in Fig. (9)). L'analisi è stata effettuata con microscopio ottico in campo chiaro, microscopio ottico in luce polarizzata, microscopio elettronico a scansione (SEM) e SEM con sonda EDS.

Per l'**analisi al microscopio ottico in campo chiaro** il materiale è stato inglobato, lucidato e attaccato con soluzione Keller. Questa analisi permette di evidenziare la presenza di intermetallici e precipitati come AlFeMnSi e MgSi e la loro distribuzione. Questi appaiono in colore diverso, più scuro, rispetto alla matrice base di alluminio. Nelle figure da Fig. (10) a Fig. (13) appaiono più scuri e distribuiti in una striscia che taglia trasversalmente l'intera sezione. La striatura è in realtà la composizione di tre linee (saldatura longitudinale, materiale della vecchia billetta, saldatura trasversale) ciò è maggiormente visibile vicino alla superficie dove le tre linee divergono. Queste linee sono meno visibili nella sezione inferire, Fig. (12). In un raffronto con l'andamento delle linee di saldatura (Fig. (7)) appare subito evidente l'analoga tendenza.

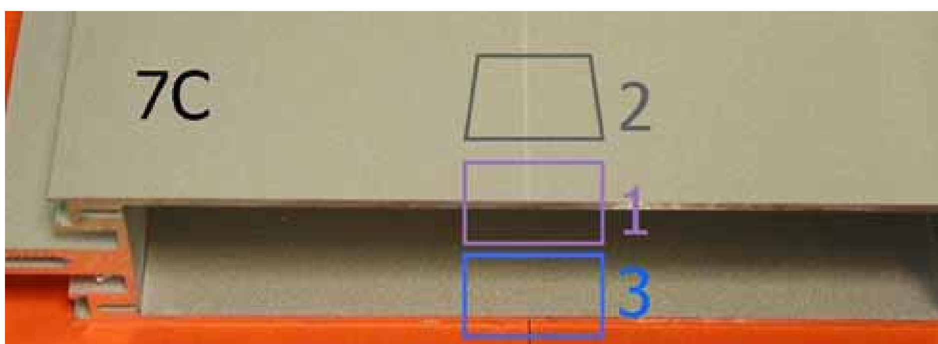


Figura 9. Punti di analisi del profilo.

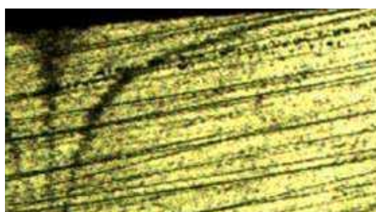


Figura 10. Zona 1, superficie.



Figura 11. Zona 1, intera sezione.



Figura 12. Zona 3, zona interna.



Figura 13. Zona 3, intera sezione.

Per l'**analisi al microscopio ottico con luce polarizzata** il materiale è stato inglobato, lucidato e sottoposto ad attacco elettrolitico. L'analisi in luce polarizzata permette una visione migliore della forma dei grani e del loro differente orientamento (differente colorazione). In Fig. (14) è mostrata in luce polarizzata la medesima sezione di Fig. (11).

Queste due analisi mostrano come la striatura sia l'effetto congiunto delle tre linee di saldatura che corrono attraverso i grani, così come tra di essi. Questi ultimi hanno dimensioni paragonabili in tutte le varie zone.

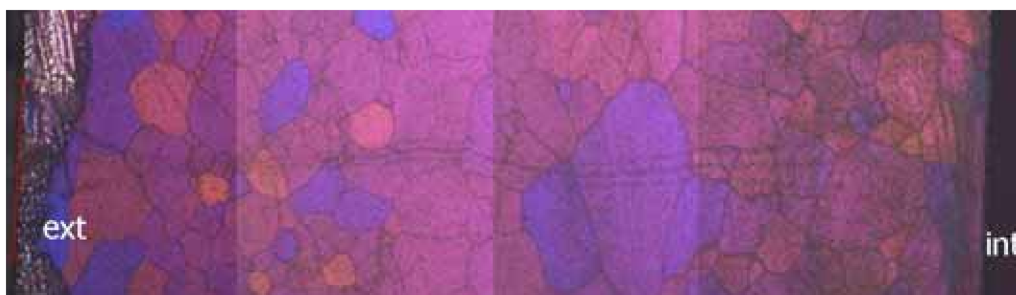


Figura 14. Zona 1, intera sezione vista in luce polarizzata.

L'analisi al **microscopio elettronico a scansione** è stata effettuata senza alcun attacco - il semplice stato anodizzato- sulla superficie (zona 2) e dopo attacco Keller sulle due sezioni (zone 1 e 3). Questo tipo di analisi fornisce una visione più tridimensionale della struttura del materiale.

Le tre linee precedentemente visibili come aree più scure sono visibili anche nell'analisi SEM come zone con forte presenza di cavità Fig. (15). La sonda EDS permette di analizzare la composizione chimica di una determinata area: in Fig. (16) sono riportati i risultati per due differenti ingrandimenti di una stessa zona. Oltre alla maggioritaria presenza di alluminio il diagramma non mostra traccia di altri elementi a parte i normali alliganti; si esclude di conseguenza la contaminazione da ossidi o lubrificanti come causa delle striature.

Due tipi di difetti sono visibili nell'analisi della superficie (zona 2) [3]: *etch pits* e *grain boundary grooves*. *Etch pits* (cavità da attacco) sono cavità la cui formazione ha un legame diretto con la distribuzione e la dimensione degli intermetallici sulla superficie. Nascono in conseguenza alla dissoluzione degli intermetallici e della matrice di alluminio intorno agli stessi, a causa della differenza in potenziale elettrochimico. Durante l'anodizzazione il maggiore potenziale degli intermetallici ricchi di Fe rispetto alla basi di Al incentiva la loro dissoluzione. In Fig. (17) è stata evidenziata l'entità di tale difetto sulle due diverse zone: dentro e fuori la striatura.

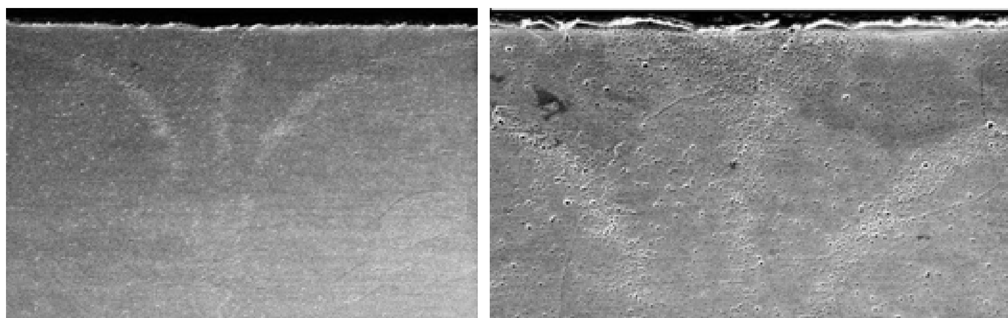


Figura 15. SEM, spot 1, zona superficiale; due diversi ingrandimenti.

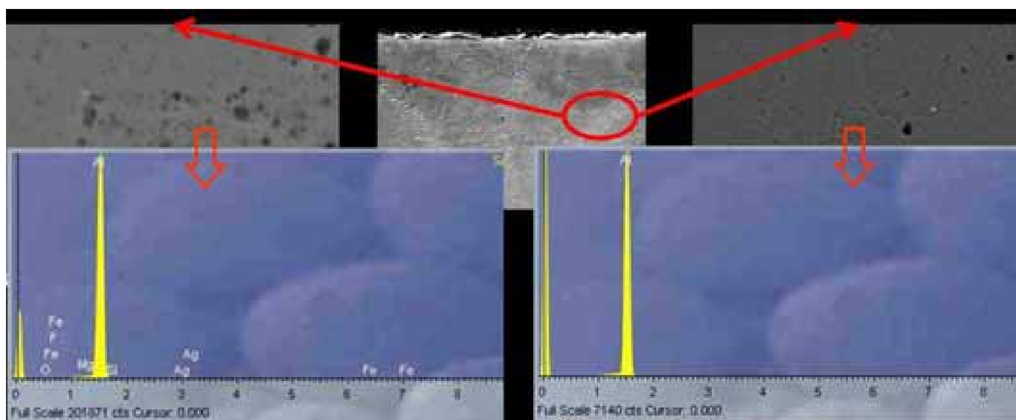


Figura 16. EDS: composizione chimica delle saldature.

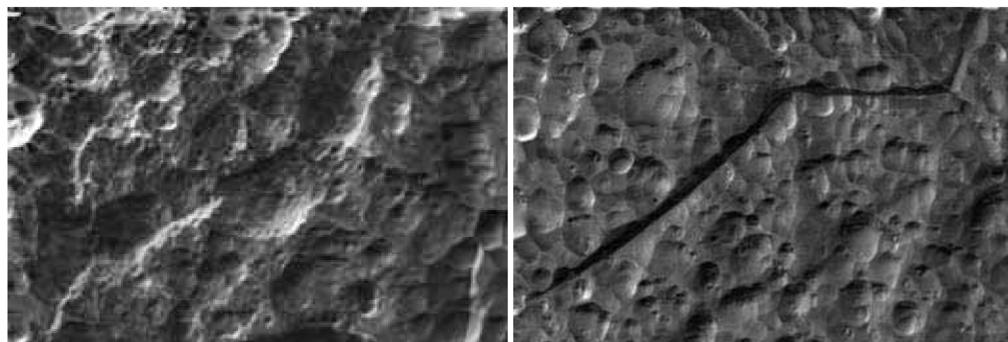


Figura 17. Viste SEM a 2000x, dentro (sinistra) e fuori (destra) striatura.

I *Boundary grain groove* (cavità di bordo grano) sono solchi lungho i bordi grano causati da un attacco preferenziale lungo gli stessi durante l'anodizzazione. La loro formazione è legata alla distribuzione di precipitati Mg_2Si e intermetallici $Al_{15}(MnFe)_3Si_2$ principalmente all'interfaccia tra i vari grani. In Fig. (17) è visibile come nella parte di superficie priva di difetto le cavità di bordo grano sono ben marcate e profonde, mentre nella zona di striatura non sono riconoscibili, ove presenti, poiché interamente corrosi.

L'analisi effettuata sulla superficie (zona 2) mostra ora la striatura come un sorta di "*canyon*" che attraversa l'intera superficie (Fig. (18)), tale cavità risulta evidente solo a seguito dell'anodizzazione. Gli ingrandimenti delle zone interne ed esterne alla striatura visibili in Fig. (18) rivelano come il cambiamento dell'aspetto della superficie sia repentino. La striatura ha una superficie più ruvida e disomogenea rispetto al resto del profilo che presenta un aspetto più uniforme e con corrosioni di profondità inferiore. Effettuando un raffronto della dimensione dei grani tra le due zone si riscontra una presenza di grani di dimensione ridotta all'interno della striatura.

Come esposto precedentemente, il processo di anodizzazione è un attacco acido che può generare un difetto visibile se è presente una disomogeneità microstrutturale sufficientemente elevata da generare uno squilibrio nell'attacco acido.

Si è quindi effettuata una analisi con sonda EDS in punti interni ed esterni alla striatura sulla superficie (Fig. (19)). A differenza delle analisi sulle sezioni viene ora evidenziata la presenza di ossigeno e zolfo conseguenti all'interazione con la soluzione di anodizzazione, mentre il confronto tra interno ed esterno della striatura non mostra differenza di composizione chimica.

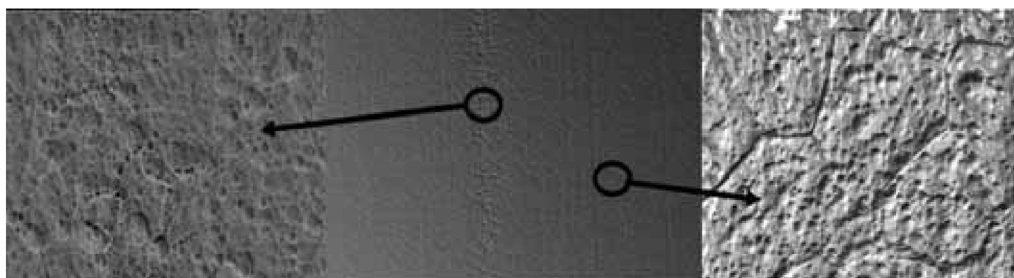


Figura 18. Osservazione SEM della superficie al 75x (al centro), ingrandimenti delle zone interne ed esterne alla striatura al 1000x.

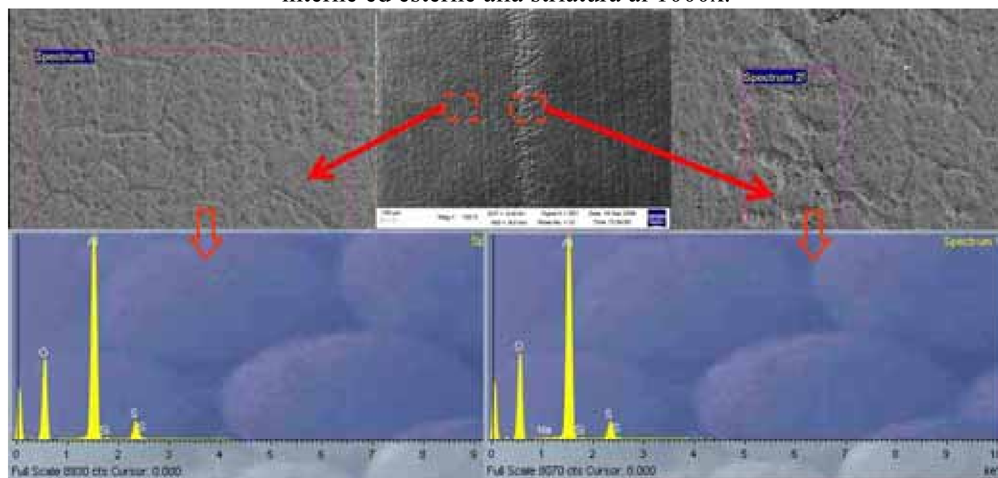


Figura 19. Risultati della sonda EDS per zone interne ed esterne alla striatura.

3. CONCLUSIONI

Nel presente articolo è stata inizialmente proposta una panoramica sulle principali cause delle striature e i relativi fenomeni di sviluppo. Si è quindi proceduto ad una analisi di un profilo industriale che ha rilevato come l'interazione tra saldature longitudinali e trasversali produca una distribuzione metallurgica disomogenea tale da creare zone di attacco preferenziale durante l'anodizzazione. Queste interazioni sono risultate particolarmente sensibili all'evoluzione termomeccanica del processo inducendo un difetto maggiormente visibile su una delle superfici nonostante la simmetria del profilo e della matrice. Il risultato di una tale asimmetria nel comportamento è una distribuzione di precipitati e intermetallici più reattiva ad eventuali attacchi sulla superficie superiore.

BIBLIOGRAFIA

[1] N.C. Parson, J.D. Hankin, e A.J. Bryant, 1992. "*The metallurgical background to problems occurring during the extrusion of 6XXX alloys*", ET Seminar 1992, vol.2, pp. 13-23.

[2] S.Takagi and H.Hamzah, 2008. "*Extrusion Defects - Streaking*", Proceedings of Extrusion Technology Seminar (ET 2008), vol. 1 pp. 261-270.

[3] X. Zhang, H. Zhu, A.K. Dahle, M.J. Couper, 2008. “*Mechanisms of streaking on anodized 6XXX series extrusions*” ET Seminar 2008, vol.2, pp. 455-464;

[4] Porter D.A. e Easterling K.E. "*Phase transformations in metals and alloys*", Chapman & Hall

[5] R. Shahani, R. Tirard-Collet, C. Sigli, 2000. “*Optimized 6XXX alloy billet performance: a structural approach*” Proceedings of Extrusion Technology Seminar (ET 2000), vol. 1 pag. 13-22.

[6] T. Ramanan, 1992. “*Helping the Customer*” ET Seminar 1992, vol.2, pp. 35-42;

[7] L.Donati e L.Tomesani, 2008. "*Evolution of particles and intermetallics during hot plastic eformation of AA6060 alloy*" AMPT International Conference, Manama, Barhain, October.

COMPENSAZIONE ELASTICA DI ATTUATORI LINEARI A MEMORIA DI FORMA PER AUMENTARE LA FORZA E LA CORSA

Giovanni Scire' Mammano
Dipartimento di Scienze e Metodi dell'Ingegneria,
University of Modena and Reggio Emilia, Italy
E-mail: giovanni.sciremammano@unimore.it

Eugenio Dragoni
Dipartimento di Scienze e Metodi dell'Ingegneria,
University of Modena and Reggio Emilia, Italy
E-mail: eugenio.dragoni@unimore.it

Sommario. *Gli attuatori a memoria di forma rappresentano una classe di attuatori molto interessante grazie all'elevato rapporto potenza-peso, alla possibilità di lavorare in ambiente ostili e alla semplicità costruttiva. Per contro i difetti principali di questa tecnologia sono la difficoltà di realizzare corse elevate e la loro sfavorevole curva caratteristica ossia il fatto che la forza generata dipende linearmente dalla posizione dell'attuatore. Obiettivo del lavoro è quello di mitigare questi due difetti, introducendo un sistema passivo di compensazione elastica. Il lavoro presenta una metodologia integrata di progettazione degli elementi attivi e del sistema di compensazione che consente di proporzionare attuatori contraddistinti dalla forza e dalla corsa desiderate. Si presentano due possibili meccanismi di compensazione elastica idonei a realizzare le leggi richieste e si forniscono le espressioni per il loro dimensionamento cinematico. Infine in appendice 1, si propone un esempio di proporzionamento di una attuatore SMA compensato a singolo elemento attivo, e si valutano i benefici introdotti della compensazione elastica mediante confronto con un attuatore non compensato capace delle stesse prestazioni.*

Parole Chiave: *attuatori a memoria di forma, compensazione elastica, meccanismi bistabili*

1. INTRODUZIONE

I materiali a memoria di forma (SMA, Shape Memory Alloys) sono leghe metalliche normalmente costituite da nickel e titanio che presentano diverse caratteristiche funzionali interessanti come la pseudo-plasticità, la pseudo-elasticità e la memoria di forma. Quest'ultima caratteristica consente al materiale deformato di recuperare una forma memorizzata se riscaldato al di sopra della temperatura di transizione. La temperatura di transizione corrisponde alla temperatura alla quale è terminata la trasformazione cristallina da martensite (stabile a bassa temperatura) ad austenite (stabile ad alta temperatura). Al passaggio da martensite ad

austenite è associato un aumento del modulo elastico che può essere sfruttato efficacemente per realizzare attuatori con elevatissime potenze specifiche. Un attuatore basato su questi materiali è costituito da un elemento SMA che lavora in contrapposizione ad un elemento di contrasto (un peso o altra forza costante, una molla convenzionale o un secondo elemento SMA). Ad attuatore disattivato, l'elemento di contrasto è in grado di vincere la resistenza dell'elemento SMA, facilmente deformabile perché mantenuto al di sotto della temperatura di trasformazione. L'attuatore viene attivato riscaldando l'elemento SMA sopra la temperatura di trasformazione. Il conseguente aumento di rigidezza porta l'elemento SMA a superare la resistenza del contrasto generando uno spostamento utile per produrre lavoro meccanico. Il riscaldamento è di norma realizzato per effetto Joule, ossia dissipando corrente elettrica nella lega. La caratteristica forza-spostamento degli attuatori a memoria di forma è di tipo lineare, mentre usualmente i carichi che un attuatore deve vincere sono costanti durante la sua corsa utile. Il dimensionamento di un attuatore SMA è quindi effettuato sul valore minimo di forza erogata [1]. Ciò comporta una riduzione della corsa utile rispetto al valore limite dettato dalla massima deformazione sopportabile dagli elementi a memoria di forma.

L'idea alla base del lavoro è di introdurre un sistema compensativo capace di sottrarre opportunamente energia all'elemento SMA, prelevandola nelle posizioni dove la generazione di forza è elevata e restituendola nelle posizioni in cui la generazione è limitata [2]. In analogia a quanto si realizza nel campo dei manipolatori [3] e dei sistemi di supporto a forza costante [4], si introducono meccanismi bistabili associati ad un elemento elastico tipo molla elicoidale. Il sistema di compensazione così generato ha una caratteristica elastica negativa, capace cioè di generare una forza decrescente all'aumentare della deformazione del meccanismo. Lo stesso principio è già stato applicato con successo nel campo degli attuatori a polimeri elettroattivi (PEA) mediante l'introduzione di meccanismi cedevoli [5].

2. PROGETTO FUNZIONALE DELL'ATTUATORE COMPENSATO

Caratteristica Forza-Spostamento degli attuatori a memoria di forma

Per meglio illustrare i vantaggi legati all'introduzione di un sistema di compensazione si riporta in Fig. (1) la caratteristica forza-spostamento di un attuatore SMA per vari tipi di elemento antagonista. Per tutti i 4 casi, si è ipotizzato lo stesso elemento attivo, la stessa deformazione massima imposta a freddo e la stessa forza F da vincere durante il moto nei due versi. Inoltre, per semplicità si è considerato un comportamento elastico lineare del materiale sia nello stato martensitico che nello stato austenitico.

Il grafico di Fig. (1a) è relativo al caso di contrasto con una molla tradizionale. Dal punto di vista della corsa ottenibile dal dispositivo questo caso è il peggiore in assoluto. In Fig. (1b) è invece riportato il caso di contrasto con un grave: come si può osservare la corsa ottenibile da questo sistema a parità di ogni altra condizione (forza utile, deformazione massima) è sensibilmente maggiore rispetto al caso precedente. In Fig. (1c) si riporta invece il caso del contrasto con un secondo elemento SMA, identico al primo. In generale, rispetto al caso di contrasto con peso, l'utilizzo di due elementi SMA contrapposti, attivati alternativamente, è sempre migliorativo, seppur a scapito di un maggior costo per via del doppio elemento a memoria di forma. I due casi danno luogo alla medesima corsa solo nel caso in cui la forza F da vincere sia pari a 0 (dispositivo posizionatore) e i due elementi attivi siano identici. In Fig. (1d) si riporta infine la caratteristica forza-spostamento dell'attuatore di Fig. (1a) (contrasto mediante molla tradizionale) e coadiuvato da un sistema di compensazione. Il sistema compensatore ha lo scopo di realizzare un sistema globale di contrasto che diminuisca l'entità

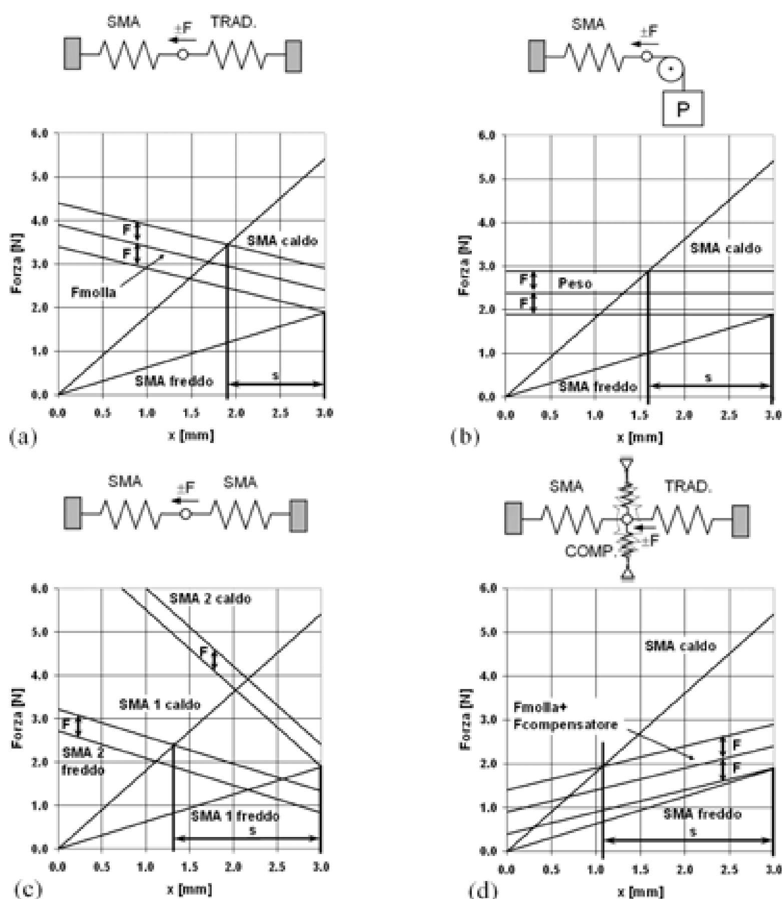


Figura 1: Diagramma forza-spostamento di un attuatore SMA contrastato da: a) molla tradizionale, b) peso, c) SMA identico contrapposto, d) molla tradizionale e sistema di compensazione elastica

della sua azione all'aumentare della sua deflessione (costante elastica negativa). Come si può notare, l'introduzione di un sistema di compensazione è in grado di assicurare un notevole incremento della corsa erogata dall'attuatore, che risulta essere maggiore anche rispetto al sistema a SMA contrapposti, pur avendo un solo elemento attivo.

Il sistema di compensazione è ovviamente applicabile anche al caso di due SMA contrapposti.

Principio della compensazione elastica degli attuatori

Veniamo ora a spiegare più in dettaglio cosa si intende per sistema di compensazione applicato agli attuatori SMA. Per far ciò consideriamo un attuatore costituito da due fili di materiale a memoria di forma contrapposti secondo lo schema di Fig. (2a). I due fili sono montati a telaio prestirati, in modo che attivando il generico filo a memoria di forma si produrrà un accorciamento del filo stesso. L'attuatore così costituito è equipaggiato inoltre con un sim-

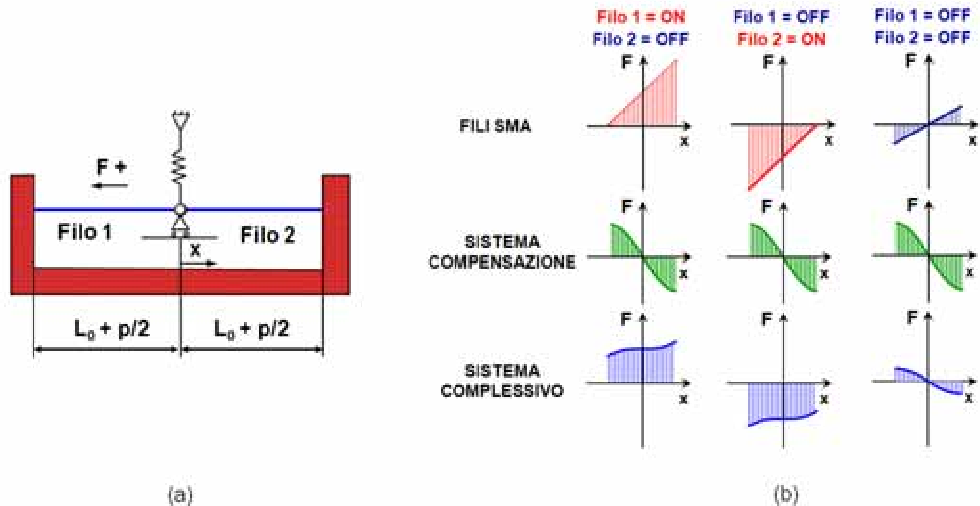


Figura 2: Principio di funzionamento del sistema di compensazione elastica: a) Schema di attuatore a fili SMA contrapposti compensato con molla di compressione; b) Caratteristica forza-spostamento

bolico sistema di compensazione elastica formato da una molla tradizionale di compressione precaricata ed un carrello verticale, entrambi vincolati agli estremi dei due fili a memoria di forma.

Analizziamo ora la forza netta F generata globalmente dai due fili a memoria di forma (con la convenzione che la forza sia positiva se diretta verso sinistra), al variare della posizione del carrello, per tre casi di attivazione: filo 1 attivato e filo 2 disattivato (prima colonna dei grafici di Fig. (2b)), filo 1 disattivato e filo 2 attivato (seconda colonna dei grafici di Fig. (2b)), entrambi i fili disattivi (terza colonna dei grafici di Fig. (2b)). L'andamento della forza netta dei due fili SMA, visibile nella prima riga dei grafici di Fig. (2b) è per tutti e tre i casi lineare, con la differenza che nel caso del solo filo 1 attivato la forza è sempre positiva, al contrario, nel caso del solo filo 2 attivato la forza è sempre negativa; infine nel caso di nessun filo attivato la forza cambia di verso passando dalla posizione $x = 0$ e risulta sempre opposta al moto. La forza necessaria all'equilibrio del solo sistema di compensazione, visibile nella seconda riga dei grafici di Fig. (2b), cala all'aumentare della deformazione x, divenendo sempre più negativa. L'andamento è di tipo non lineare in quanto dipende dal seno dell'angolo d'inclinazione della molla. Sovrapponendo i due effetti è possibile ottenere la forza di equilibrio risultante (terza riga dei grafici di Fig. (2b)). Come si può notare per i due casi di filo attivato, la forza risultante è pressoché costante su tutta la corsa dell'attuatore. Poiché normalmente è necessario garantire una forza minima su tutta la corsa, l'aver uniformato la forza erogata consente di aumentare la capacità di corsa del dispositivo senza aumentarne l'ingombro. Nel caso invece di entrambi i fili disattivati, è evidente come l'attuatore con compensatore non abbia più nessun punto di equilibrio stabile: la posizione $x = 0$ è infatti ora di equilibrio instabile. Questo fenomeno obbliga ad inserire dei finecorsa meccanici per prevenire sovra-deformazioni degli elementi a memoria di forma, indispensabili

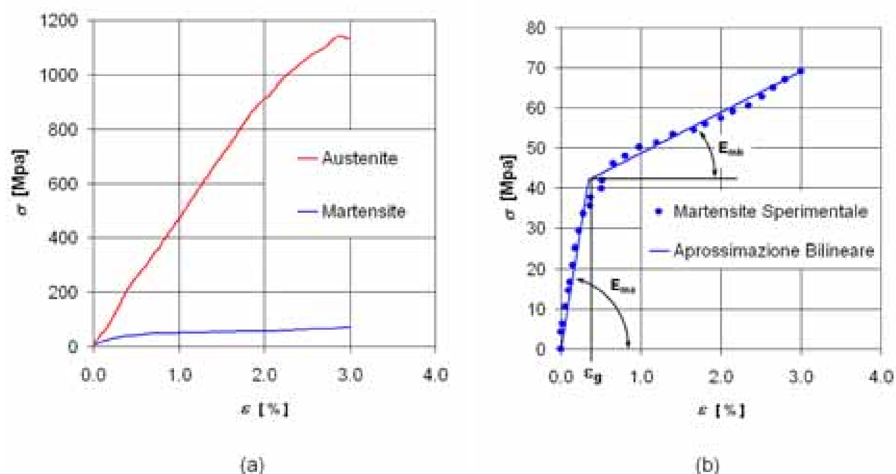


Figura 3: a) Diagramma sperimentale di trazione in fase austenitica e martensitica di un filo da 78 m di diametro b) Approssimazione bilineare della curva sperimentale $\sigma - \epsilon$ dello stato martensitico

per preservarne la funzionalità. Grazie ai finecorsa si realizza di fatto un sistema bistabile, con il triplice vantaggio di possedere una posizione stabile in assenza di alimentazione, di consentire posizionamenti precisi e di favorire la capacità di controllo. Nel caso di attuatore a singolo elemento SMA è necessario introdurre un solo finecorsa meccanico per evitare la sovra-deformazione dell'elemento e l'attuatore risulta quindi monostabile.

In [6] è presentato un attuatore a memoria di forma reso bistabile mediante l'introduzione di meccanismi cedevoli. Nel lavoro citato, l'introduzione del meccanismo è volta alla sola realizzazione della funzione di autoposizionamento e non all'incremento delle prestazioni (forza e corsa) dell' attuatore, principale obiettivo del presente lavoro.

Modellazione materiale a memoria di forma

Prima di procedere alla progettazione di attuatori a memoria di forma compensati è necessario definire una modalità di modellazione del materiale. In particolare è conveniente considerare la lega nelle due condizioni termiche limite: sotto la temperatura M_f di fine trasformazione austenite - martensite (stato OFF o disattivato) e sopra la temperatura A_f di fine trasformazione martensite - austenite (stato ON o attivato). In queste due condizioni all'interno del materiale a memoria di forma sarà presente una sola fase cristallina e quindi le caratteristiche meccaniche saranno quelle proprie della fase. Per la progettazione e l'utilizzo dei materiali a memoria di forma è indispensabile conoscere il diagramma $\sigma - \epsilon$ di ogni fase cristallina.

In Fig. (3a) si riporta il risultato della prova di trazione di un filo SMA da $78\mu m$ di diametro, in campo martensitico (linea blu) e in campo austenitico (linea rossa).

Le prove sono state eseguite con un dinamometro elettromeccanico Galdabini SUN 500, alla velocità di trazione di 1mm/min. A caldo, in stato austenitico, il materiale presenta un comportamento lineare, caratterizzato da un modulo elastico che definiamo E_a. A freddo (stato martensitico), il materiale ha invece un diagramma $\sigma - \epsilon$ non lineare (Fig. (3b)). Il

comportamento può essere ottimamente interpolato tramite una legge bilineare introducendo un primo tratto avente modulo elastico E_{ma} e un secondo tratto in cui la pendenza è pari a E_{mb}. Conseguentemente, anche gli elementi SMA utilizzati negli attuatori (molle o fili) avranno un comportamento bilineare quando non attivati. Poiché il primo tratto elastico è molto limitato ($0.2\% < \epsilon_g < 0.5\%$), e vista la complicazione analitica di una legge di questo tipo è conveniente approssimare la caratteristica forza-corsa degli elementi con una relazione del tipo lineare con forza residua F_{0m} a deformazione nulla, come visibile in Fig. (4) in linea continua blu. Il valore della forza a deformazione nulla vale:

$$F_{0m} = (k_{ma} - k_{mb})x_g \tag{1}$$

La forza prodotta dal generico elemento a memoria di forma nello stato attivato (austenite) al variare della posizione dell'attuatore vale:

$$F_{SMA_ON} = k_a x \tag{2}$$

mentre allo stato disattivato (martensite), modellando il materiale con l'approssimazione bilineare la forza erogata risulta essere:

$$F_{SMA_OFF} = \begin{cases} k_{ma}x & \text{se } (x \leq x_g) \\ k_{ma}x - (k_{ma} - k_{mb})\,(x - x_g) & \text{se } (x > x_g) \end{cases} \tag{3}$$

Se si considera invece la martensite come un materiale perfettamente elastico con forza residua a deformazione nulla F_{0m}, la Eqn. (3) si riduce a:

$$F_{SMA_OFF} = F_{0m} + k_{mb}x \tag{4}$$

Per mantenere generalità sull'elemento a memoria di forma è conveniente introdurre nella trattazione i seguenti coefficienti adimensionali:

$$s_1 = \frac{E_a}{E_{ma}} = \frac{k_a}{k_{ma}} \tag{5}$$

$$s_m = \frac{E_{mb}}{E_{ma}} = \frac{k_{mb}}{k_{ma}} \tag{6}$$

$$s_g = \frac{\varepsilon_g}{\varepsilon_{adm}} = \frac{x_g}{x_{adm}} \tag{7}$$

Il parametro s_1 è il rapporto tra la rigidezza a caldo e quella del tratto elastico a freddo, mentre s_m è il rapporto fra le due rigidezze a freddo della lega. Entrambi sono parametri

caratteristici del materiale a memoria di forma. Il valore s_g è invece il rapporto fra la deflessione a cui si registra il cambiamento di rigidezza in stato martensitico x_g e la deflessione massima ammissibile x_{adm}. Introducendo le espressioni (6) e (7) nell'espressione (1) della forza residua F_{0m} si ottiene:

$$F_{0m} = k_{ma} s_g x_{adm} \left(1 - s_m\right) \tag{8}$$

Nel caso si desideri modellare il materiale a memoria di forma nello stato martensitico come perfettamente elastico è sufficiente introdurre, nel modello bilineare, i seguenti valori per i parametri s_m e s_g:

$$\begin{aligned} s_m &= 1 \\ s_g &= 0 \end{aligned} \tag{9}$$

I dati di progetto necessari per il dimensionamento di un attuatore a memoria di forma sono il valore della forza utile minima garantita nei due versi di attivazione (F_{ON}, F_{OFF} nel caso di un solo elemento SMA, F_{ON1}, F_{ON2} nel caso di due elementi contrapposti), il valore della corsa desiderata S, e il tipo di lega costituente gli elementi attivi. Per limitare l'ingombro del dispositivo, è conveniente porre $x_{max} = x_{adm}$ (Fig. (4)).

Inoltre è necessario fissare il rapporto γ:

$$\gamma = \frac{S}{x_{adm}} \tag{10}$$

fra la corsa e la deflessione massima del dispositivo. Più questo rapporto tende all'unità più l'ingombro dell'attuatore sarà ridotto. Per contro l'elemento SMA sarà sovradimensionato e la variazione della forza utile lungo la corsa sarà grande.

Nel caso di due elementi attivi è invece sempre possibile oltre che conveniente porre $\gamma = 1$ e conseguentemente:

$$x_{max} = x_{adm} = S = p \tag{11}$$

dove con p si è indicato il prestiramento totale imposto ai due elementi SMA che risulta quindi pari alla corsa.

Sia nel caso di attuatore a un elemento SMA che per il caso a SMA contrapposto, nota la corsa S da realizzare si ricava immediatamente la deflessione massima e minima dell'elemento SMA come:

$$x_{\max} = \frac{S}{\gamma} \tag{12}$$

$$x_{\min} = S\left(\frac{1-\gamma}{\gamma}\right) \tag{13}$$

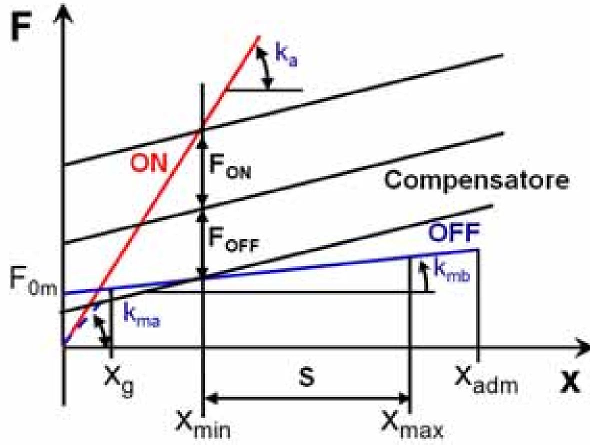


Figura 4: Diagramma forza-corsa di un generico elemento SMA in stato attivato e non. Si noti in linea continua blu l'approssimazione del legame martensitico come lineare con offset

Come si può osservare dell'Eqn. (13), nel caso di due SMA contrapposti, fissando $\gamma = 1$, la deflessione minima x_{min} è nulla, ossia i due elementi attivi lavorano in un campo di deflessione (deformazione) che va da 0 al valore massimo fissato $x_{adm}(\epsilon_{adm})$.

Compensazione di attuatore con un elemento SMA

Veniamo ora a progettare un attuatore SMA ad un elemento con dispositivo compensatore. La forza erogata dall'elemento a memoria di forma può essere calcolata tramite l'Eqn. (2) relativa allo stato austenitico e tramite l'espressione approssimata (4) relativa a quello martensitico. Come si può osservare in Fig. (4), le curve a caldo e a freddo sono divergenti. Ciò significa che la condizione più sfavorevole per il rispetto dei vincoli di progetto è a x_{min}, dove la differenza fra le due curve è minima. In questo condizione deve essere verificato che la differenza fra le forze di progetto nelle due direzioni sia uguale alla distanza fra la retta ON e la retta OFF. Facendo la differenza fra l'Eqn. (2) e (4) calcolate per $x = x_{min}$ si ottiene:

$$F_{ON} - F_{OFF} = x_{\min}\left(k_a - k_{mb}\right) - F_{0m} = \frac{k_{ma} S}{\gamma}\left[\left(s_1 - s_m\right)\left(1-\gamma\right) - s_g\left(1 - s_m\right)\right] \quad (14)$$

L'Eqn. (14) può essere risolta rispetto alla rigidezza a freddo k_{ma} ricavando:

$$k_{ma} = \frac{\gamma\left(F_{ON} - F_{OFF}\right)}{S\left[\left(s_1 - s_m\right)\left(1-\gamma\right) - s_g\left(1 - s_m\right)\right]} \quad (15)$$

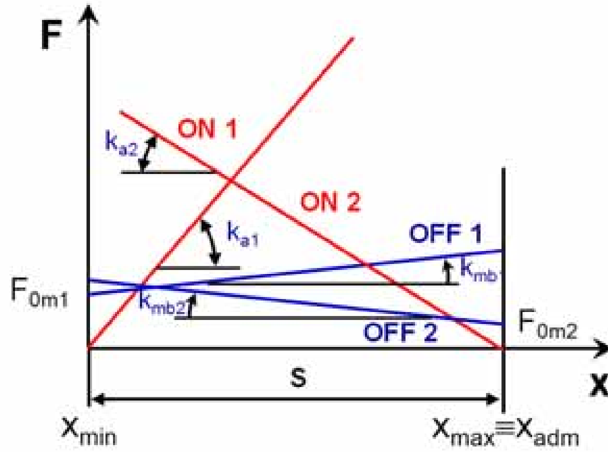


Figura 5: Diagramma forza-corsa di due elementi SMA contrapposti. Il legame martensitico è stato modellato come lineare con offset

Tabella 1: Rigidezza sistema compensazione per attuatori ad un elemento SMA

Caratteristica di funzionamento desiderata	k_{comp}
$Minimizzazione\ variazione\ forza$	$-\frac{k_a+k_{mb}}{2}$
$Forza\ costante\ in\ ON$	$-k_a$
$Forza\ costante\ in\ ON$	$-k_{mb}$

Da questa tramite le Eqn. (5) e (6) si ricavano le rigidezze dell'elemento SMA nello stato attivato k_a e nel secondo tratto martensitico k_{mb}.

Il passo successivo è quello di definire le caratteristiche desiderate per l'elemento di compensazione, in termini di rigidezza e di forza erogata nella posizione x_{min}. In particolare al variare della rigidezza del sistema di compensazione è possibile ottenere attuatori con differenti caratteristiche di funzionamento: in Tabella 1 sono riassunte le principali possibilità.

Per quel che concerne invece l'individuazione della forza che il sistema di compensazione dovrà erogare affinché siano realizzati i valori di forza obiettivo F_{ON}, F_{OFF}, è necessario imporre che la differenza fra la retta ON e la retta del compensatore a $x = x_{min}$ (Fig. (4)) sia pari alla forza F_{ON}:

$$F_{ON} = k_a x_{\min} + F_{comp}|_{x=x_{\min}} \tag{16}$$

Risolvendo l'espressione (16) in funzione della forza del compesatore e combinando con l'eq. (13) si ottiene:

$$F_{comp}|_{x=x_{min}} = F_{ON} - k_a S \left(\frac{1-\gamma}{\gamma}\right) \tag{17}$$

La forza fornita dal compensatore al variare della posizione x dell'attuatore risulta:

$$F_{comp} = F_{comp}|_{x=x_{\min}} + k_{comp}\,(x - x_{min}) \tag{18}$$

in cui il valore di k_{comp} è sempre negativo come si vede dalla Tab. 1.

Per calcolare la forza erogata dall'attuatore nello stato attivato è sufficiente sommare alla forza (2) sviluppata dal filo SMA nello stato attivato la forza (18) fornita del compensatore:

$$F_{att} = k_a x + F_{comp}|_{x=x_{\min}} + k_{comp}(x - x_{min}) \tag{19}$$

In modo analogo, la forza erogata dall'attuatore nello stato disattivato si calcola sommando la forza sviluppata dal filo SMA nello stato OFF tramite l'Eqn. (3) o la (4) e la forza del compensatore (18). Utilizzando l'approssimazione bilineare della martensite (3) si ottiene:

$$F_{disatt} = \begin{cases} k_{ma}x + F_{comp}|_{x=x_{\min}} + k_{comp}(x - x_{min}) & \text{se } (x \leq x_g) \\ \\ k_{ma}x - (k_{ma} - k_{mb})\ (x - x_g) & \\ +F_{comp}|_{x=x_{\min}} + k_{comp}(x - x_{min}) & \text{se } (x > x_g) \end{cases} \tag{20}$$

Compensazione di attuatore con due elementi SMA contrapposti

Nel caso di attuatore con elementi SMA contrapposti, sono presenti nel sistema due elementi a memoria di forma indicati con 1,2 in generale differenti tra loro per geometria. Per semplicità si ipotizza che questi siano realizzati con la stessa lega e quindi che siano caratterizzati dagli stessi parametri s_1,s_m,s_g. La forza generata dall'elemento 1 nello stato ON vale:

$$F_{SMA1_ON} = k_{a1}x \tag{21}$$

mentre allo stato OFF, utilizzando l'approssimazione di martensite lineare con forza F_{0m} a deformazione nulla la forza vale:

$$F_{SMA1_OFF} = F_{0m1} + k_{mb1}x \tag{22}$$

Per l'elemento 2, la forza erogata dipende dalla differenza fra il prestiramento imposto ai due elementi SMA, coincidente con la corsa S (11), e la posizione x dell'attuatore. Esplicitando, nello stato ON l'elemento 2 genera una forza pari a:

$$F_{SMA2_ON} = -k_{a2}(S - x) \tag{23}$$

mentre allo stato OFF, utilizzando sempre l'approssimazione di martensite lineare con forza F_{0m} a deformazione nulla la forza vale:

$$F_{SMA2_OFF} = -F_{0m2} - k_{mb2}(S - x) \tag{24}$$

Come per il caso di attuatore a singolo SMA, la forza del compensatore può essere scritta come:

$$F_{comp} = F_{comp}|_{x=x_{\min}} + k_{comp}(x - x_{min}) \tag{25}$$

In questo caso però, imponendo $\gamma = 1$, la deflessione minima x_{min} è pari a zero (13) per cui la (25) si riduce a:

$$F_{comp} = F_{0comp} + k_{comp}x \tag{26}$$

dove con F_{0comp} si è indicato la forza del compensatore nella posizione $x = 0$.

In Fig. (5) si riporta la caratteristica forza - corsa degli elementi attivi di un attuatore a SMA contrapposti. Per progettare un attuatore di questo tipo, è necessario studiare le due principali modalità di funzionamento: elemento 1 ON e elemento 2 OFF e viceversa. La condizione più sfavorevole nel primo caso è quella a $x = 0$ dove la forza dell'elemento ON (elemento 1) è nulla e quella dell'elemento OFF (elemento 2) è massima. In questa posizione dell'attuatore bisogna imporre che la risultante fra la forza (26) fornita dal compensatore e la forza (24) generata dall'elemento 2 sai pari alla forza voluta F_{ON1}:

$$F_{ON1} = F_{0comp} + (-F_{0m2} - k_{mb2}S) \tag{27}$$

Nel caso di elemento 2 ON ed elemento 1 OFF, la condizione più sfavorevole è a $x = S$ dove la forza erogata dall'elemento attivo è nulla mentre quella dell'elemento 1 è massima. In questa condizione deve essere verificato che la risultante fra forza (26) fornita dal compensatore e la forza (22) generata dall'elemento 1 sia pari alla forza voluta F_{ON2}:

$$F_{ON2} = F_{0comp} + k_{comp}x + F_{0m1} + k_{mb1}S \tag{28}$$

Volendo realizzare un attuatore a forza costante in ogni verso di moto è necessario imporre anche che ad elemento 1 attivato la forza erogata a $x = S$ sia F_{ON1} e che ad elemento 2 attivato la forza a $x = 0$ sia F_{ON2}. In queste due situazioni, gli elementi disattivi non generano forza, in quanto la loro deflessione è nulla. Si ottengono pertanto le due seguenti equazioni:

$$F_{ON1} = F_{0comp} + (k_{comp} + k_{a1})S \tag{29}$$

$$F_{ON2} = F_{0comp} - k_{a2}S \tag{30}$$

Mettendo a sistema l'Eqn. (27-30) si ottengono le seguenti espressioni di progetto per l'attuatore a SMA contrapposti:

$$k_{ma1} = \frac{(F_{ON1} - F_{ON2})}{S\left[(s_1 - s_m) + 2s_g\,(s_m - 1)\right]} \tag{31}$$

$$k_{ma2} = k_{ma1} \tag{32}$$

$$k_{comp} = -\frac{(F_{ON1} - F_{ON2})\,(s_1 + s_m)}{S\left[(s_1 - s_m) + 2s_g\,(s_m - 1)\right]} \tag{33}$$

$$F_{0comp} = \frac{s_g\,(F_{ON1} + F_{ON2})\,(s_m - 1) + (F_{ON1}s_1 - F_{ON2}s_m)}{(s_1 - s_m) + 2s_g\,(s_m - 1)} \tag{34}$$

Dall'Eqn. (31) e (32) tramite le Eqn. (5) e (6) è possibile determinare completamente le rigidezze dei due elementi attivi.

Per calcolare la forza generata dall'attuatore è sufficiente sommare algebricamente il contributo dei due fili a memoria di forma nei relativi stati di attivazione e quello del sistema di compensazione. Utilizzando l'approssimazione bilineare della martensite (3) la caratteristica forza-corsa dell'attuatore nel caso di elemento 1 attivato e elemento 2 disattivato risulta:

$$F_{1att} = \begin{cases} k_{a1}x - k_{ma2}(S-x) + F_{0comp} + k_{comp}x & \text{se } (S - x \leq x_{g2}) \\ k_{a1}x - k_{ma2}(S-x) + (k_{ma2} - k_{mb2})\,\left[S - (x - x_{g2})\right] & \\ +F_{0comp} + k_{comp}x & \text{se } (S - x > x_{g2}) \end{cases} \tag{35}$$

Nel caso opposto di elemento 1 disattivato e 2 attivato l'espressione diventa:

$$F_{2att} = \begin{cases} k_{ma1}x - k_{a2}x + F_{0comp} + k_{comp}x & \text{se } (x \leq x_{g1}) \\ k_{ma1}x - (k_{ma1} - k_{mb1})\,(x - x_{g1}) - k_{a2}x + F_{0comp} + k_{comp}x & \text{se } (x > x_{g1}) \end{cases} \tag{36}$$

Infine, ad attuatore disattivato (entrambi gli elementi OFF) la forza erogata al variare della posizione x dell'attuatore vale:

$$
F_{disatt} = \begin{cases} k_{ma1}x - k_{ma2}(S-x) + (k_{ma2}-k_{mb2}) \cdot \\ \cdot [S-(x-x_{g2})] + F_{0comp} + k_{comp}x & \text{se } (x \le x_{g1}) \\ \\ k_{ma1}x - (k_{ma1}-k_{mb1})\ (x-x_{g1}) \\ -k_{ma2}(S-x) + (k_{ma2}-k_{mb2})\ [S-(x-x_{g2})] \\ +F_{0comp} + k_{comp}x & \text{se } (x_{g1} < x < S-x_{g2}) \\ \\ k_{ma1}x - (k_{ma1}-k_{mb1})\ (x-x_{g1}) - k_{ma2}(S-x) \\ +F_{0comp} + k_{comp}x & \text{se } (S-x \le x_{g2}) \end{cases} \tag{37}
$$

3. MECCANISMI DI COMPENSAZIONE

Nella sezione precedente è stato introdotto una metodologia di progettazione integrata di attuatori compensati a memoria di forma.

Partendo dai dati di progetto, in termini di forza desiderata e corsa richiesta, si perviene alla determinazione delle costanti elastiche degli elementi a memoria di forma e dell'entità delle deflessioni massime a cui saranno sottoposti gli elementi. Da queste informazioni è quindi possibile definire geometricamente gli elementi a memoria di forma (fili o molle) secondo le consuete formule della costruzione di macchine.

Il metodo fornisce inoltre le caratteristiche che il sistema elastico di compensazione dovrà avere per ottenere le prestazioni richieste. In particolare si ottengono informazioni circa la rigidezza elastica che il sistema di compensazione dovrà fornire (Tab. 1 o Eqn.(33) rispettivamente per il caso di singolo elemento SMA e SMA contrapposti) e sulla forza che il sistema di compensazione dovrà erogare nella posizione di minima escursione (x_{min}) dell'attuatore (Eqn.(17) o (34) rispettivamente per il caso di singolo elemento SMA e SMA contrapposti).

Qualsiasi meccanismo elastico in grado di implementare le caratteristiche suggerite dal metodo per il sistema di compensazione può essere utilizzato efficacemente per la realizzazione dell'attuatore.

Di seguito si propongono due meccanismi idonei a realizzare il sistema di compensazione elastica: il bilanciere con corsoio e il doppio quadrilatero articolato.

Compensazione con sistema a bilanciere

Il sistema di compensazione a bilanciere con corsoio di Fig. (6) è costituito da un leveraggio oscillante fissato a telaio in G per mezzo di una cerniera. Sul bilanciere agisce una molla tradizionale di trazione avente lunghezza libera L_{0Trad} e rigidezza k_{Trad}, fissata in E a telaio e in F al braccio più corto del bilanciere, mediante due cerniere.

Sull'altro braccio del bilanciere, tramite un corsoio O dotato di guida verticale, agiscono gli elementi attivi a memoria di forma. Nel caso di attuatore a singolo elemento SMA, l'elemento attivo sarà collocato nella parte inferiore del dispositivo e vincolato a telaio in P. Nel caso invece di attuatore a elementi contrapposti il secondo elemento attivo sarà collocato nella pare superiore e vincolato a telaio in Q. Osservando l'architettura del meccanismo si può osservare come questo presenti un punto di equilibrio instabile. Questa condizioni si

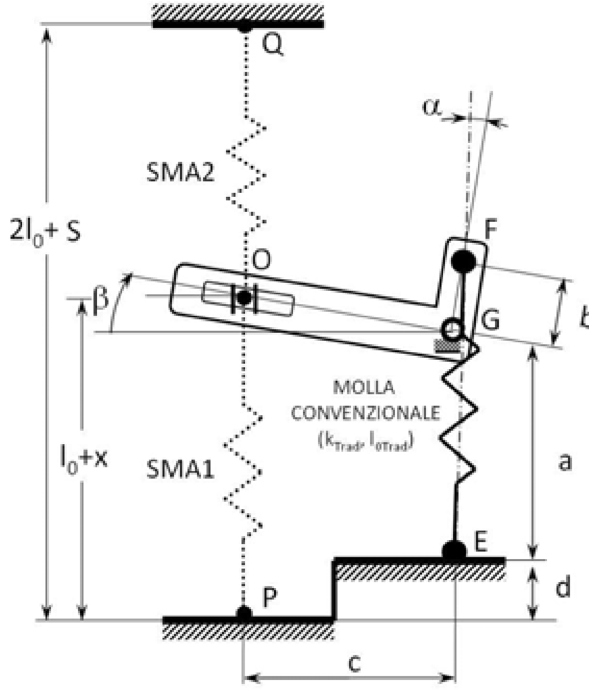


Figura 6: Sistema di compensazione elastica a bilanciere con corsoio

verifica quando l'asse della molla convenzionale EF passa per il perno G del bilanciere. In questa situazione la forza erogata dal meccanismo di compensazione sugli elementi a memoria di forma è nulla. Nel caso di attuatore a singolo elemento attivo, la molla tradizionale EF non valica mai il punto di equilibrio instabile G, in modo da fornire in ogni punto della corsa una forza di contrasto all'elemento SMA, indispensabile per deformarlo allo stato disattivato. Nel caso invece di attuatore ad elementi contrapposti, si verifica il passaggio del punto di equilibrio instabile in prossimità della metà della corsa S dell'attuatore: in questo modo il meccanismo coadiuva per metà corsa il primo elemento attivo e per l'altra metà il secondo.

Nell'ipotesi che il valore assoluto assunto dall'angolo β sia piccolo ossia se risulta verificato che:

$$l_o + x - (a + d) << c \tag{38}$$

è possibile scrivere le seguenti espressioni, tutte approssimate:

$$\beta(x) = \frac{l_0 + x - (a + d)}{c} \tag{39}$$

$$l_{Trad} = a + b \tag{40}$$

$$\alpha(x) = \frac{a\beta}{a+b} \tag{41}$$

$$F_{Trad} = k_{Trad}\left(l_{Trad} - l_{0Trad}\right) \tag{42}$$

$$F_{Comp}(x) = -\frac{bF_{Trad}\alpha(x)}{c} \tag{43}$$

$$k_{Comp} = \frac{\partial F_{Comp}}{\partial x} = -\frac{abF_{Trad}}{(a+b)\,c^2} \tag{44}$$

dove con F_{Trad} si è indicata la forza erogata della molla convenzionale.

Mettendo a sistema l'espressione (43) calcolata a $x = x_{min}$ con l'espressione (44) si ricavano le espressioni di a e di L_{0Trad} che determinano il corretto dimensionamento del sistema di compensazione, una volta fissati a piacere i parametri geometrici b, c, d e la rigidezza della molla tradizionale k_{Trad}:

$$l_{0Trad} = \frac{\left[k_{comp}(A-b+d-l_0) + F_{comp}|_{x_{\min}}\right]\left(c^2\, k_{comp}^2\, \gamma - B\right)}{B\, k_{comp}} \tag{45}$$

$$a = l_0 - A - d - \frac{F_{comp}|_{x_{\min}}}{k_{comp}} \tag{46}$$

$$A = S\left(\frac{\gamma - 1}{\gamma}\right) \tag{47}$$

$$B = b\, k_{Trad}\, \gamma \left[k_{comp}(d - l_0 + A) + F_{comp}|_{x_{\min}}\right] \tag{48}$$

dove A e B sono i due raggruppamenti presenti nell'equazioni (45) e (46).

In queste espressioni occorre sostituire al termine $F_{comp}|_{x_{\min}}$ il valore che si ottiene dall'espressione (17) nel caso di attuatore a singolo SMA o dall'espressione (34) nel caso di

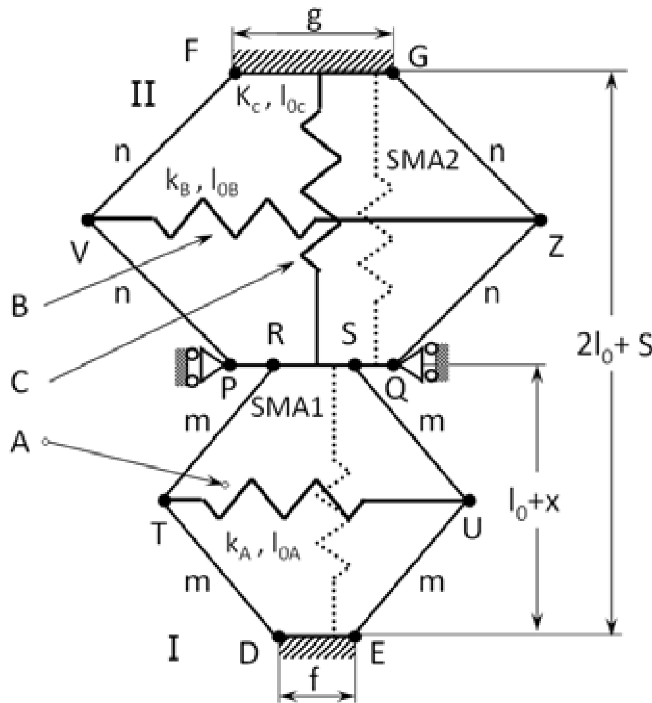


Figura 7: Sistema di compensazione elastica con doppio quadrilatero articolato

attuatore a SMA contrapposti. Analogamente il termine k_{comp} assume una delle espressioni di Tab. 1 se l'attuatore è singolo elemento SMA o il valore che si ottiene dell'espressione (33) nel caso di SMA contrapposti.

Le espressioni ottenute possono ritenersi valide anche nel caso in cui non sia presente il corsoio e gli elementi attivi a memoria di forma siano quindi collegati direttamente al bilanciere. Questo è tanto più vero quanto più la deflessione degli elementi a memoria di forma è piccola rispetto alla loro lunghezza. Nel caso di elementi attivi a forma di filo questa approssimazione è sempre lecita, in quanto le deflessioni massime sono dell'ordine del 3-4%. Nel caso invece di elementi a molla è opportuno verificare l'accettabilità dell'approssimazione.

Compensazione con sistema a doppio quadrilatero articolato

In Fig. (7) si propone un secondo sistema di compensazione elastica formato da due quadrilateri articolati posti in serie.

Il quadrilatero denominato I è composto da 4 bielle di lunghezza m. Le due bielle inferiori sono collegate a telaio rispettivamente in D e in E e la distanza tra le due cerniere è pari a f. Le due bielle superiori invece sono collegate ad un elemento rigido mediante due cerniere in R e in S distanti f. All'interno del quadrilatero I, collegata alle cerniere T e U è inserita una molla tradizionale, denominata A, avente rigidezza k_A e lunghezza libera L_{OA}.

Il quadrilatero denominato II è formato da 4 bielle di lunghezza n. Le due bielle superiori sono collegate a telaio rispettivamente in F e in G e la distanze tra le due cerniere è pari a g.

Le due bielle inferiori del quadrilatero si impegnano invece su un elemento rigido PQ tramite due cerniere distanti anche'esse g. Il quadrilatero II contiene due molle tradizionali. La prima, denominata B, avente rigidezza k_B e lunghezza libera L_{OB}, è collegata alle cerniere V e Z. La seconda, denominata C, avente rigidezza k_C e lunghezza libera L_{OC}, è collegata ad un estremo a telaio (in GF) e all'altro estremo al membro PQ.

I due membri rigidi PQ e RS sono a loro volta collegati insieme rigidamente, in modo da formare un unico membro mobile. Il moto di questo elemento è guidato da un sistema di guide che consente al sistema il solo movimento verticale.

Oltre alle molle tradizionali, all'interno dei due quadrilateri sono presenti anche gli elementi attivi SMA. In particolare, nel caso di attuatori a singolo elemento attivo, l'elemento a memoria di forma sarà ospitato dal quadrilatero I e sarà collegato fra telaio (DE) e l'elemento mobile (PQ). Nel caso di attuatore a SMA contrapposti, anche nel quadrilatero II verrà inserito un elemento attivo, collegato fra telaio (FG) e il membro mobile (PQ).

Le natura delle molle tradizionali presenti nel meccanismo dipende dalla natura delle molle attive a memoria di forma. In particolare, se quest'ultime sono molle di trazione anche le molle tradizionali saranno di trazione e viceversa.

Rispetto al sistema a bilanciere con corsoio questo meccanismo ha in vantaggio che tutte le articolazioni sono delle cerniere.

Studiando l'equilibrio della serie dei due meccanismi, senza la presenza degli elementi a memoria di forma, si perviene alla seguente espressione della forza fornita in funzione della posizione dell'elemento mobile:

$$\begin{aligned} F_{comp} = & -\frac{k_A(l_0+x)\left[f-l_{0A}+2\sqrt{m^2-\frac{1}{4}(l_0+x)^2}\right]}{2\sqrt{m^2-\frac{1}{4}(l_0+x)^2}} + \\ & -\frac{k_B(l_0+S-x)\left[g-l_{0B}+2\sqrt{n^2-\frac{1}{4}(l_0+S-x)^2}\right]}{2\sqrt{n^2-\frac{1}{4}(l_0+S-x)^2}} + k_C\left(l_0-l_{0C}+S-x\right) \end{aligned} \tag{49}$$

Analizzando l'Eqn. (49) si determina che per ottenere un sistema compensatore a rigidezza costante è necessario imporre le seguenti relazioni fra le lunghezze libere e le rigidezze delle molle:

$$l_{0A}=f \qquad l_{0B}=g \qquad k_B=k_C \tag{50}$$

Inserendo le relazioni (50) nell'Eqn. (49) si ottiene la nuova espressione della forza erogata del sistema di compensazione a doppio quadrilatero articolato in funzione della posizione x dello stesso:

$$F_{comp}=-k_A\left(l_0+x\right)+k_C l_{0C} \tag{51}$$

Derivando l'Eqn. (51) rispetto alla posizione x del meccanismo otteniamo la rigidezza del sistema:

$$k_{comp}=\frac{\partial F_{comp}}{\partial x}=-k_A \tag{52}$$

Nella posizione $x = x_{min}$ la forza erogata dal sistema di compensazione a doppio quadrilatero articolato risulta:

$$F_{comp} = -k_A \left(l_0 + x_{min} \right) + k_C l_{0C} \tag{53}$$

Uguagliando le Eqn. (52) e (53) rispettivamente ai valori di rigidezza e di forza nella posizione di minima escursione individuati con la procedura di dimensionamento dell'attuatore compensato è possibile determinare il corretto dimensionamento del compensatore a doppio quadrilatero.

Il corretto dimensionamento del compensatore impone che la rigidezza della molla A sia pari al modulo della rigidezza voluta per il sistema di compensazione. Grazie a questa relazione, dall'Eqn. (53) è possibile determinare il corretto prodotto fra la rigidezza e la lunghezza libera della molla C:

$$k_C \; l_{0C} = F_{comp} - k_A \left(l_0 + x_{min} \right) \tag{54}$$

Dall'imposizione dell'Eqn. (50) consegue che la molla B e la molla C dovranno avere la stessa rigidezza e che la lunghezza libera della molla B dovrà essere è pari a g. Risulta allora conveniente fissare al valore g anche la lunghezza libera della molla C, in modo da avere nel quadrilatero II due molle identiche:

$$l_{0B} = l_{0C} = g \tag{55}$$

Inserendo la relazione (55) nella Eqn. (54) è possibile determinare univocamente la rigidezza della molla C:

$$k_C = \frac{F_{comp} + k_A \left(l_0 + x_{\mathrm{min}} \right)}{g} \tag{56}$$

4. DISCUSSIONE

Proporzionamento generale dell'attuatore compensato

Per il dimensionamento di un attuatore a memoria di forma compensato elasticamente occorre innanzitutto definire il tipo di lega che si vuole utilizzare, il che presuppone la conoscenza dei parametri caratteristici s_1, s_m, s_g, F_{0m} definiti nelle Eqn. (5),(6),(7),(8).

Nel caso di dimensionamento di un attuatore ad un elemento SMA, occorre anche fissare il parametro di efficienza di ingombro γ, Eqn. (10), che permette di risalire, nota la corsa desiderata S, alla deflessione massima a cui l'elemento sarà soggetto. Per differenza è quindi

nota anche la deflessione minima. Nel caso invece di attuatori a due elementi SMA contrapposti, il parametro è convenientemente scelto di valore unitario e pertanto la deflessione massima sarà pari alla corsa e la deflessione minima sarà nulla per entrambi gli elementi.

Tramite l'Eqn. (15), valida nel caso di un solo elemento, o tramite le Eqn. (31) e (32) nel caso di elementi contrapposti, è quindi possibile ricavare il valore delle rigidezze degli elementi attivi, a prescindere da come questi saranno realizzati (molle, fili o altre forme). Successivamente è necessario determinare le caratteristiche da imporre al sistema di compensazione, in termini di rigidezza e precarico nella configurazione di minima deflessione secondo le seguenti regole.

Nel caso di attuatore ad un elemento SMA, la rigidezza del compensatore va scelta in funzione del comportamento che si vuole ottenere dall'attuatore: forza costante in una delle due direzioni o minimizzazione della variazione della forza erogata lungo la corsa, secondo le indicazioni di Tab. 1. Il valore del precarico relativo alla posizione $x = x_{min}$ è invece fornito dall'Eqn. (17). In ogni caso, il compensatore agisce sempre con una forza opposta alla forza dell'elemento a memoria di forma: la sua azione cresce all'aumentare della posizione x assunta dall'attuatore.

Nel caso di attuatore a due elementi attivi, come visto, è sempre possibile e conveniente ottenere attuatori a forza costante in entrambi i versi di azionamento. Tramite l'Eqn. (33) e (34) è possibile determinare le caratteristiche che il sistema di compensazione dovrà possedere per rispettare i dati di progetto. In particolare il valore della forza di precarico secondo l' espressione (34) è riferita alla posizione $x = 0$. Nel caso di attuatore a SMA contrapposti, la forza erogata dal compensatore cambia di segno a metà della corsa dell'attuatore: in questa posizione la sua azione è nulla. Nel tratto di corsa compreso fra $0 < x < S/2$ la forza che eroga è concorde alla forza generata dell'elemento 1, mentre nel tratto di corsa compreso fra $S/2 < x < S$ è concorde alla forza generata dell'elemento 2.

L'introduzione del sistema di compensazione rende l'attuatore privo di una posizione di equilibrio stabile nello stato disattivato. Questo obbliga ad introdurre finecorsa meccanici per prevenire sovradeformazioni del materiale a memoria di forma che potrebbero comprometterne la durata. Nel caso di attuatore ad un elemento SMA è sufficiente un solo finecorsa e l'attuatore nello stato disattivato risulta essere monostabile. Nel caso di attuatore a SMA contrapposti invece, sono necessari due finecorsa meccanici e l'attuatore risulta bistabile nello stato disattivato. La possibilità di creare attuatori mono o bistabili introduce grandi benefici come la possibilità di realizzare attuatori che in assenza di alimentazione mantengono una posizione stabile, la possibilità di realizzare posizionamenti precisi e ripetitivi e la facilità nel controllo dell'attuatore stesso.

In appendice 1 si propone un esempio di applicazione della metodologia di progettazione presentata. L'esempio riprende il dimensionamento di un attuatore a singolo elemento SMA proposto in [1] e permette di valutare il miglioramento delle prestazioni che si ottengono dalla compensazione degli attuatori a memoria di forma.

Meccanismi di compensazione

Per la progettazione del sistema di compensazione si propongono due differenti meccanismi: il bilanciere con corsoio e il doppio quadrilatero articolato. Con entrambi i meccanismi è possibile imporre indipendentemente sia il precarico che la rigidezza del sistema. Per il sistema di compensazione a bilanciere la rigidezza che si ottiene varia in funzione della posizione del meccanismo, anche se le variazioni risultano modeste se il dimensionamento geometrico del

compensatore rispetta la condizione (38).

Il secondo sistema di compensazione che si propone prevede invece l'inserimento degli elementi a memoria di forma (uno o due a seconda del tipo di attuatore) all'interno di un quadrilatero articolato. Il quadrilatero I (Fig. (7)), dotato di una sola molla tradizionale ha la funzione di fornire al sistema di compensazione la rigidezza voluta. Quello dotato di due molle tradizionali (quadrilatero II, in Fig. (7)) ha invece la funzione di regolare il precarico del sistema di compensazione senza modificarne la rigidezza: questo è possibile inserendo due molle di egual rigidezza ($k_B = k_C$) nel quadrilatero II e imponendo che la lunghezza libera della molla B sia pari alla distanza fra le cerniere g. In questo modo il quadrilatero II fornisce una forza costante indipendentemente della configurazione assunta e il valore del precarico può essere modificato agendo sulla rigidezza delle molle e sulla lunghezza libera della molla C. Quest'ultima può però essere convenientemente posta uguale a quella della molla B in modo da ridurre la diversità dei componenti. Dunque se le condizioni (50) sono rispettate e la geometria del meccanismo è precisa si realizza un sistema a rigidezza costante.

A prescindere dall'architettura del compensatore che si utilizza, nel caso di attuatore a SMA contrapposti si registrano nelle due zone estremali della corsa dei picchi di forza dovuti al fatto che in queste zone la forza necessaria a deformare l'elemento disattivato è minore di quella considerata nella fase di progettazione dell'attuatore. Nel dimensionamento infatti si è approssimato il comportamento bilineare dell'elemento a memoria di forma nello stato disattivato con una legge di tipo lineare con offset, che sovrastima la forza necessaria alla sua deformazione (Fig.(5)).

Nel caso di attuatore ad un solo elemento SMA lo stesso fenomeno si può verificare solo durante la corsa di ritorno (SMA disattivato) ed esclusivamente nel caso in cui $x_{min} < x_g$, ossia se $\gamma > (1 - s_g)$ (Fig.(4)). Anche in questo caso si ha un aumento del modulo della forza rispetto a quella di progetto.

Oltre ai due sistemi di compensazione illustrati nel paragrafo precedente si stanno sviluppando anche sistemi di compensazione basati su meccanismi cedevoli (compliant mechanism). In particolare è in corso di studio l'applicazione, come sistema di compensazione cedevole, di molle a disco conico (tipo Belleville) [7]. Infine un'altra possibilità che si sta valutando è quella di realizzare il sistema di compensazione sfruttando un dispositivo magnetico.

5. CONCLUSIONI

Il lavoro introduce il principio della compensazione elastica negli attuatori a memoria di forma allo scopo di massimizzare la corsa sviluppata e la forza erogata.

Si presenta una metodologia di progettazione integrata dell'intero attuatore composto da uno o da due elementi attivi e dal sistema di compensazione. Grazie al metodo sviluppato è possibile dimensionare completamente l'attuatore a partire dalla forza e della corsa richiesta. La metodologia introdotta è del tutto generale e permette di progettare attuatori di qualsiasi tipo: a molle, a fili, o altro. Anche per ciò che concerne il sistema di compensazione elastica la metodologia è del tutto generale e permette di determinare la rigidezza necessaria e il livello di precarico, indipendentemente dall'architettura di compensatore che si implementerà.

Nel lavoro si presentano due meccanismi di compensazione, uno a bilanciere e uno a doppio quadrilatero articolato, che consentono di implementare le caratteristiche elastiche volute.

Infine si presenta un esempio di proporzionamento di una attuatore compensato a singolo

elemento a memoria di forma e si valutano le prestazioni ottenute in confronto a quelle di un attuatore non compensato.

APPENDICE 1

In appendice 4 del lavoro [1] è proposto un esempio numerico applicativo della metodologia di progettazione di attuatori a memoria di forma tradizionali. In particolare è proposto un dimensionamento di un attuatore a singolo SMA capace di garantire una corsa di 5mm e una forza utile minima in entrambe le direzioni di moto pari a 5N.

Nell'esempio si utilizza una lega a memoria di forma NiTiNol, modellata come perfettamente elastica sia in fase austenitica che in fase martensitica. Il valore del parametro s_1 è ipotizzato pari a 2.875.

Applicando la metodologia proposta si ricava che l'elemento a memoria di forma deve avere una rigidezza in stato martensitico k_{1sc} di $1.14N/mm$; inoltre la massima deflessione a cui sarà soggetto risulta pari a $17.35mm$. La molla convenzionale di contrasto è invece caratterizzata da una rigidezza k_2 di $2.18N/mm$ e la sua deflessione risulta $16.44mm$. Il prestiramento p da imporre al sistema risulta pari a $28.79mm$. Seguendo il procedimento proposto in [1], la forza utile erogata dall'attuatore non compensato nello stato attivato e disattivato può essere calcolata tramite le seguenti due espressioni:

$$\text{F}=\begin{cases} k_{1sc}\cdot s_1\cdot x - k_2\cdot(p-x) & \text{se Attivato} \\ \\ k_{1sc}\cdot x - k_2\cdot(p-x) & \text{se Disattivato} \end{cases}$$

la cui rappresentazione grafica è visibile in Fig. (8a).

Passiamo ora a dimensionare, secondo la metodologia precedentemente esposta, l'attuatore compensato a singolo SMA che rispetti le medesime caratteristiche nominali. Ovviamente utilizziamo la stessa lega e lo stesso tipo di modellazione per il materiale a memoria di forma.

Volendo modellare il materiale allo stato martensitico come perfettamente elastico fissiamo i parametri s_m e s_g secondo quanto prescritto dalla (9). Dovendo l'attuatore erogare una forza di $5N$ in entrambe le direzioni di moto, i dati di progetto F_{ON}, F_{OFF} valgono:

$$F_{ON} = 5N$$
$$F_{OFF} = -5N$$

Per dimensionare l'attuatore compensato a singolo SMA è necessario fissare il rapporto di efficienza di ingombro γ. Per questo esempio applicativo e di comparazione con le prestazione degli attuatori non compensati, si è deciso di fissare il valore di questo parametro affinchè si ottenga per l'elemento a memoria di forma la stessa rigidezza (sia a caldo che a freddo) dell'elemento a memoria di forma dell'attuatore non compensato. In questo modo risulta più semplice confrontare le prestazioni dei due dispositivi, essendo costituiti dal medesimo elemento attivo. Il valore di γ che permette di ottenere la stessa rigidezza dell'elemento attivo dell'esempio di [1] si ricava risolvendo l'Eqn. (15) in γ e imponendo la rigidezza a freddo dell'elemento SMA k_{ma} pari a 1.14, ottenendo:

$$\gamma = \frac{k_{ma}\ s\ [(s_1-s_m)(1-\gamma)-s_g(1-s_m)]}{(F_{ON}-F_{OFF})} = \frac{1.14\cdot 5\ [(2.875-1)(1-0.52)-1(1-1)]}{[5-(-5)]} = 0.513$$

Nello stato attivato, la rigidezza dell'elemento a memoria di forma si calcola mediante l'Eqn. (5) e vale 3.27N/mm.

La deflessione massima dell'elemento a memoria di forma risulta (12):

$$\mathrm{x}_{\max} = \frac{S}{\gamma} = \frac{5}{0.52} = 9.61mm$$

Il passo successivo consiste nel fissare la rigidezza del compensatore k_{comp} a seconda della caratteristica desiderata per l'attuatore che si sta progettando, scegliendo una delle possibilità indicate in Tab. 1. In questo caso ipotizziamo di voler ottenere un attuatore che generi una forza costante nello stato attivato, per cui fissiamo $k_{comp} = -k_a = -3.32N/mm$.

La forza che il compensatore deve erogare nella posizione di $x = x_{min} = 4.61mm$ si calcola tramite l'Eqn. (17) ottenendo:

$F_{comp}|_{x=x_{min}} = F_{ON} - k_a S \left(\frac{1-\gamma}{\gamma}\right) = F_{comp}|_{x=4.61} = 5 - 3.32 \cdot 5 \left(\frac{1-0.52}{0.52}\right) = -10.32N.$

Nel caso di attuatore compensato la forza utile erogata può essere calcolata tramite l'espressione (19) per lo stato attivato e mediante la (20) per lo stato disattivato. Considerando il legame puramente elastico utilizzato per la modellazione della martensiste si ottiene:

$$\mathrm{F}=\begin{cases} k_a x + F_{comp}|_{x=x_{\min}} + k_{comp}(x - x_{min}) & \text{se attivato} \\ k_{ma} x + F_{comp}|_{x=x_{\min}} + k_{comp}(x - x_{min}) & \text{se disattivato} \end{cases}$$

La curva caratteristica dell'attuatore compensato progettato è visibile in Fig. (8b).

A seguito del valore scelto per il coefficiente di efficienza di ingombro dell'attuatore compensato, gli elementi attivi dei due attuatori sono identici, ossia caratterizzati dalla stessa rigidezza.

Il confronto prestazionale dei due dispositivo può dunque essere effettuato in due modi. In primo luogo, se ipotizziamo di far lavorare l'elemento a memoria di forma dell'attuatore compensato allo stesso livello di deflessione massima dell'attuatore non compensato (e quindi di deformazione essendo gli elementi attivi uguali), si può notare come la corsa erogata dall'attuatore compensato nel rispetto dei vincoli di forza minima, sia molto superiore (S^* di Fig. (8b) $>>$ S di Fig. (8a)). L'incremento di corsa è quantificabile in un fattore 2.5. Nel caso invece confrontiamo i due dispositivi sulla base della corsa di progetto S, risulta che l'elemento a memoria di forma dell'attuatore compensato lavora ad una deflessione massima inferiore di 1.7 volte rispetto quella dell'attuatore non compensato. Questi incrementi di prestazione non risultano influenzati dalla scelta effettuata relativa al tipo di attuatore (forza costante o minimizzazione della variazione della forza erogata).

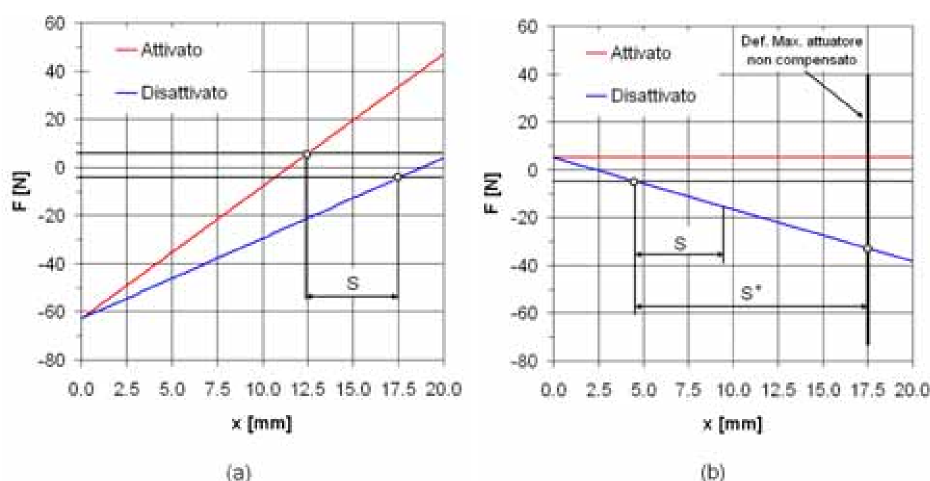


Figura 8: Caratteristica forza-corsa dello stesso attuatore in due condizioni: a) senza compensazione, b) con sistema di compensazione

APPENDICE 2

Lista dei simboli

a	Distanza tra fulcro del bilanciere ed estremo E molla convenzionale
A	Costante dell'espressioni di dimensionamento del compensatore bilanciere
A_f	Temperatura di fine trasformazione Martensite-Austenite
b	Lunghezza del braccio corto del bilanciere
B	Costante dell'espressioni di dimensionamento del compensatore bilanciere
c	Distanza tra la retta d'azione degli elementi SMA e il fulcro del bilanciere
d	Distanza tra il piano di vincolamento delle molla convenzionale e di quella SMA nel sistema di compensazione a bilanciere
E_a	Modulo elastico SMA in stato austenitico
E_ma	Modulo elastico SMA in stato martensitico
E_mb	Pendenza secondo tratto del diagramma $\sigma - \epsilon$ SMA in stato martensitico
f	Distanza fra le cerniere D-E del quadrilatero I del compensatore a doppio quadrilatero articolato
F	Forza erogata dall'attuatore dell'esempio di calcolo di appendice 1
F_{1att}	Forza erogata attuatore SMA contrapposti nel caso di elemento 1 ON e 2 OFF
F_{2att}	Forza erogata attuatore SMA contrapposti nel caso di elemento 2 ON e 1 OFF
F_{att}	Forza erogata attuatore a singolo elemento nel caso di elemento ON

F_{comp}	Forza erogata dal sistema di compensazione elastica
F_{disatt}	Forza erogata attuatore SMA (sia singolo SMA che contrapposti) nello stato OFF
F_{0m}	Forza dell'elemento SMA disattivato a deformazione nulla nel modello lineare con offset
F_{ON}	Forza di progetto richiesta all'attuatore singolo SMA nello stato attivato
F_{ON1}	Forza di progetto richiesta all'attuatore SMA contrapposti con elemento 1 attivato
F_{ON2}	Forza di progetto richiesta all'attuatore SMA contrapposti con elemento 2 attivato
F_{OFF}	Forza di progetto richiesta all'attuatore singolo SMA nello stato disattivato
F_{SMA1_ON}	Forza erogata dall'elemento SMA1 attivato per attuatore a SMA contrapposti
F_{SMA2_ON}	Forza erogata dall'elemento SMA2 attivato per attuatore a SMA contrapposti
F_{SMA_ON}	Forza erogata dall'elemento SMA attivato per attuatore a singolo SMA
F_{SMA1_OFF}	Forza erogata dall'elemento SMA1 disattivato per attuatore a SMA contrapposti
F_{SMA2_OFF}	Forza erogata dall'elemento SMA2 disattivato per attuatore a SMA contrapposti
F_{SMA_OFF}	Forza erogata dall'elemento SMA disattivato per attuatore a singolo SMA
F_{Trad}	Forza della molla convenzionale del compensatore a bilanciere
g	Distanza fra le cerniere F-G del quadrilatero II del compensatore a doppio quadrilatero articolato
k_a	Rigidezza elemento a memoria di forma nello stato attivo
k_A	Rigidezza della molla tradizionale A del quadrilatero I del compensatore a doppio quadrilatero articolato
k_B	Rigidezza della molla tradizionale B del quadrilatero II del compensatore a doppio quadrilatero articolato
k_{comp}	Rigidezza del sistema elastico di compensazione
k_C	Rigidezza della molla tradizionale C del quadrilatero I del compensatore a doppio quadrilatero articolato
k_{ma}	Rigidezza elemento a memoria di forma nello stato disattivo (primo tratto)
k_{mb}	Rigidezza elemento a memoria di forma nello stato disattivo (secondo tratto)
k_{Trad}	Rigidezza della molla convenzionale del compensatore a bilanciere
l_{Trad}	Lunghezza della molla convenzionale del compensatore a bilanciere
l_0	Lunghezza indeformata degli elementi a memoria di forma
l_{0A}	Lunghezza libera della molla tradizionale A del quadrilatero I del compensatore a doppio quadrilatero articolato
l_{0B}	Lunghezza libera della molla tradizionale B del quadrilatero II del compensatore a doppio quadrilatero articolato

l_{0C}	Lunghezza libera della molla tradizionale C del quadrilatero II del compensatore a doppio quadrilatero articolato
l_{0Trad}	Lunghezza libera della molla convenzionale del compensatore a bilanciere
m	Lunghezza delle bielle del quadrilatero I del compensatore a doppio quadrilatero articolato
M_f	Temperatura di fine trasformazione Austenite-Martensite
n	Lunghezza delle bielle del quadrilatero II del compensatore a doppio quadrilatero articolato
p	Prestiramento totale degli elementi a memoria di forma
S	Corsa dell'attuatore
s_g	Rapporto fra la deflessione a cui si registra il cambiamento di rigidezza in stato martensitico e la deflessione massima ammissibile
s_m	Rapporto fra le due rigidezze a freddo della lega nel modello bilineare dello stato martensitico
s_1	Rapporto fra il modulo elastico a caldo e a freddo della lega a memoria di forma
x	Ascissa che individua la posizione dell'attuatore
x_{adm}	Deflessione massima di progetto per l'elemento SMA
x_g	Deflessione dell'elemento SMA a cui si registra il cambiamento di rigidezza in stato martensitico
x_{max}	Deflessione massima dell'elemento SMA o dell'attuatore
x_{min}	Deflessione minima dell'elemento SMA o dell'attuatore
α	Angolo di inclinazione relativa fra molla convenzionale e bilanciere
β	Angolo di inclinazione del bilanciere
ϵ_{adm}	Livello di deformazione massima di progetto del materiale SMA
ϵ_g	Livello di deformazione del materiale SMA a cui si registra il cambiamento di pendenza del diagramma $\sigma - \epsilon$
γ	Parametro di efficienza d'ingombro

BIBLIOGRAFIA

[1] Spinella, I., and Dragoni, E., 2009. "Design equations for binary shape memory actuators under dissipative forces". *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science,* **223**, pp. 531–543.

[2] Spinella, I., Mammano, G. S., and Dragoni, E., 2009. "Conceptual design and simulation of a compact shape memory actuator for rotary motion". *Journal of Materials Engineering and Performance,* **18**, pp. 638–648.

[3] Rahman, T., Ramanathan, R., Seliktar, R., and Harwin, W., 1995. "A simple technique to passively gravity-balance articulated mechanisms". *Journal of Mechanical Design,* **117**(4), pp. 655–658.

[4] Nathan, R. H., 1985. "A constant force generation mechanisms". *Journal of Mechanical Design,* **117**, pp. 508–512.

[5] Berselli, G., Vertechy, R., Vassura, G., and Castelli, V. P., 2009. "Design of a single-acting constant-force actuator based on dielectric elastomers". *Journal of Mechanisms and Robotics,* **1**(3), p. 031007.

[6] Ishii, H., and Ting, K.-L., 2004. "Sma actuated compliant bistable mechanisms". *Mechatronics,* **14**(4), pp. 421 – 437.

[7] Norton, R. L., 2006. *Machine Design An Integrated Approch*. Prentice Hall.

CABLE-BASED ROBOTIC SYSTEMS FOR POST-STROKE NEUROREHABILITATION

Aldo Rossi
Dept. of Innovation in Mechanics and Management (DIMEG),
University of Padua, Italy
E-mail: aldo.rossi@unipd.it

Damiano Zanotto
Dept. of Innovation in Mechanics and Management (DIMEG),
University of Padua, Italy
E-mail: aldo.rossi@unipd.it

Giulio Rosati
Dept. of Innovation in Mechanics and Management (DIMEG),
University of Padua, Italy
E-mail: damiano.zanotto@unipd.it

Abstract. *The rehabilitative treatment of post-stroke patients represents a constantly expanding research field. The main goal of the research activities is to improve the intensity and effectiveness of traditional protocols for post-stroke patients, by employing robot technology and multisensory stimulation. As to the robot technology employed in the treatment of the upper limb, two main approaches can be found in the literature. The first one is based on exoskeletal kinematic structures, whereas the second one achieves the mobilization of the arm/hand by controlling the movements of an end-effector to which the former is linked.*
This paper presents the approaches and the prototypes developed in the Rehabilitation Robotics Lab of the Dept. of Innovation in Mechanics and Management (DIMEG), University of Padua. Essentially, our approach consists in employing cable-based robotic devices for the treatment of the upper limbs in acute and sub-acute subjects. Two prototypes have been developed so far - the NeReBot and the MariBot - the former of which undergone a randomized controlled trial with sub-acute patients, showing positive results. In addition, a new cable-based robot, called the Sophia-4, is being developed to extend the robot-assisted rehabilitation treatment to chronic patients. This device is able to carry out the mobilization of the upper limb over a planar workspace. An adaptive controller manages the human-machine interaction, with the aim to obtain a compliant behavior of the robot, capable of providing a customized level of assistance based on patient's recovery.

Keywords: *rehabilitation robotics, neurorehabilitation, cable-driven robots*

1. INTRODUCTION

The research group leaded by Prof. Aldo Rossi at the Department of Innovation in Mechanics and Management (DIMEG) of University of Padua, Italy, has a twenty-five years experience in the field of Robotics and Industrial Automation. The research activity is held within the Robotics, Mechatronics and Rehabrobotics Laboratories at DIMEG, where the prototypes of several robotic devices have been developed and tested through the last decades.

Our activity in the field of rehabilitation robotics started with the design of two cable-driven table-top haptic displays, shown in Fig. (1) and Fig. (2), which were built in the late 1990's. These devices were not specifically designed for rehabilitation purposes, but gave us the know-how for the development of two cable-driven robots for upper-limb rehabilitation: the NeReBot and the MariBot, depicted in Fig. (7) and Fig. (8) respectively.

The first robot was conceived by Prof. Paolo Gallina in collaboration with Dr. Stefano Masiero from the Department of Rehabilitation Medicine of University of Padua and with Eng. Claudio Fanin from the National Institute for Nuclear Physics in Padua (INFN). Their idea was to create a simple, easy-to-use machine to target post-stroke patients in a very early stage. To the best of the authors' knowledge, this kind of investigation had never been done before, since most rehabilitation robots were not conceived to be moved through the hospital ward to reach the patients laying on the bed [1–3]. For this purpose, the NeReBot was built onto a wheeled frame, and the cable-drive actuation was used to obtain the motion of the patient's upper limb in the three-dimensional space. These features distinguish the NeReBot from all the devices previously developed by other research groups (please refer to [2] for a review on robot-aided rehabilitation, and to [4, 5] for more information on cable-driven devices for rehabilitation).

The clinical results of the first pilot study on the NeReBot demonstrated that high gains in the very acute setting can be achieved with a relatively simple, low-degrees-of-freedom robot [6, 7]. This result may have a relevant impact on the field of rehabilitation robotics, leading to the design of a novel family of robots suitable to be operated at bed-side.

During the clinical trials of NeReBot, the collaboration with the medical staff from the Department of Rehabilitation Medicine was consolidated, and several suggestions for the design of a second machine came up. This device, called the MariBot, exploits the same principle of the NeReBot but, thanks to two additional degrees of freedom, has a significantly wider working space and yields better performance in terms of patient's arm trajectory (please refer to [5] for major details).

Recently, the design of a new cable-driven device has been started. Sophia-4, which has been conceived for the treatment of chronic patients, is characterized by a simple, cost-effective planar design, which makes this machine suitable to be used inside decentralized rehabilitation units [8, 9]. The device is shown in Fig. (9).

This paper describes the robotic tools developed at our Laboratories with some details, with the aim of drawing the recent evolution of our research activity in the field of rehabilitation robotics.

2. ROBOTIC DEVICES AT DIMEG

In this section, the robotic devices developed at the Robotics, Mechatronics and Rehabrobotics Labs of DIMEG are introduced. More detailed information on these robots can be found in the cited references.

Cable-driven haptic displays

The first cable-driven haptic device developed within our research group, called the the Feriba3 [10, 11], is depicted in Fig. (1). The Feriba3 is a haptic display with a planar working space, which exploits 4 driven cables to generate 3 generalized forces on a round-shaped end-effector. End-effector position is imposed by the operator, who perceives the force-feedback from the device (from this point of view, the Feriba3 is an impedance haptic display). The direction and amount of force reflected depends on end-effector position and on the specific remote or virtual environment represented.

By using a downward-oriented compressed airflow, the friction between the end-effector and the table is reduced, so that very high transparency is obtained [1]. The wires are wound around a motorized pulley at one end and around the end-effector on the other end. This particular kinematic solution yields good force-exertion capabilities, since two force components and one moment can be generated independently on the end-effector, regardless its position in the working space.

In Fig. (1), the round-shaped end-effector of the Feriba3 is placed in the middle of the working space. The virtual environment shown on the monitor is a sort of square playground bounded by four elastic virtual walls, in which the end-effector and a second round object are represented. By moving the end-effector, the operator can feel the presence of the round object and of the borders of the playground. Also, different friction coefficients can be simulated for the table surface.

Few years later, a second cable-driven haptic display was designed: the Piroga5 [13, 14]. This device has a pen-shaped end-effector, whose tips are connected to three driven cables each. In this way, by controlling the torque exerted by six DC electric motors, it is possible to produce three force components and two moment components on the end-effector. In fact, no moment can be exerted along the main axis of the pen.

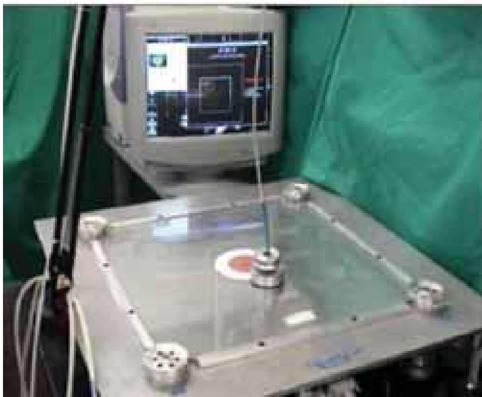


Figure 1: The Feriba3 haptic display, a three degrees-of-freedom cable-driven impedance haptic device.



Figure 2: The Piroga5 haptic display. In this trial, the contact of the pen-shaped end-effector with a NURBS surface is simulated.

[1] Haptic transparency is used to quantify the fidelity with which virtual object properties are presented to and perceived by the human operator [12].

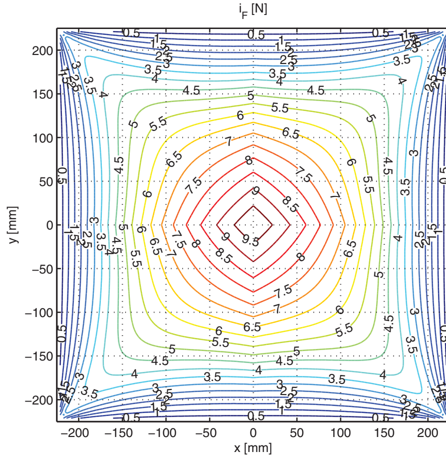


Figure 3: Contour plot of i_F [N]

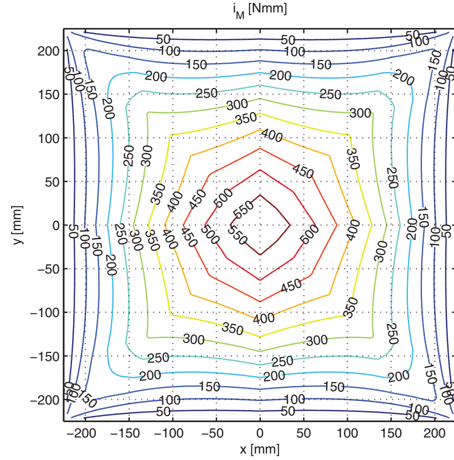


Figure 4: Contour plot of i_M [Nmm]

Figure (2) depicts an operator using the Piroga5 for the haptic rendering of a three- dimensional environment, which is represented as a variable-stiffness NURBS surface (Non-Uniform-Rational-Bi-Spline).

The kinetostatic properties of cable-driven devices are strictly related the unilateral actuation (that is, cables can only exert positive tension forces). Because of this distinctive feature, most of the analysis tools employed in robotics are inapplicable. Hence, a set of three performance indices was first developed to assess the force capabilities of completely restrained planar devices, and then applied to the Feriba3 [10]. More recently, the same indices have been generalized to comply with *all* completely restrained devices, and were employed in the analysis of the Piroga5 [15]. For a given pose of the end-effector, i_F is defined as the magnitude of the maximum attainable isotropic force and i_M is defined as the magnitude of the maximum momentum available along any allowable direction. The third index, i_I, was introduced to describe the system aptitude to independently generate forces and moments. All those indices depend both on cable configuration (i.e. the pose of the end-effector) and on the performances of the pulley-block motors, which define the wire tension upper limit $f_{\max}$.

Figures (3) and (4) show the contour plots of i_F and i_M for the Feriba3, with $f_{\max}$ set to 10N. The xy coordinate frame describes the position of the centroid of the end-effector in the square-shaped workspace. As shown, i_F is greater or equal to 5 N and i_M is greater or equal to 250 Nmm in a square whose side is 300 mm long. The contour lines reflect the symmetry of the system layout with respect to the axes of the reference frame, and both indices assumes greater values near the center of the workspace.

Figures (5) and (6) illustrate the changes in the manipulability indices i_F and i_M for the Piroga5, as the orientation of the pen-like end-effector varies. $f_{\max}$ is set to 10 N and the length of the end-effector is l=164mm. Let $\mathbf{u}$ be a unit vector applied to the end-effector middle point $\mathbf{O}$ and collinear to its axis, and suppose to change the orientation of the pen while $\mathbf{O}$ is fixed to the origin of the frame (i.e. the centre of the workspace). Polar coordinates are adopted to describe the magnitude and the phase angle of the projection of $\mathbf{u}$ on the

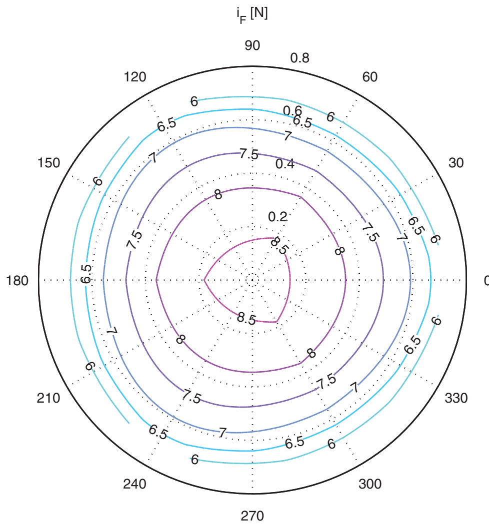


Figure 5: Contour plot of i_F [N], for different orientations of the end-effector

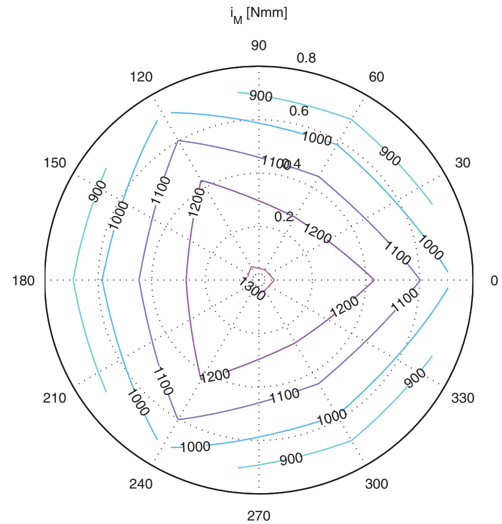


Figure 6: Contour plot of i_M [Nmm], for different orientations of the end-effector

xy plane. Figure (5) shows that i_F decreases similarly in any direction, as pen inclination increases. Conversely, as illustrated in Fig. (6), i_M decreases more rapidly if the increment in the end-effector inclination involves a correspondent increment in the distance from the pen end-points to the eye-bolts, and more slowly if it involves an approach of the extremities to the eye-bolts.

Both the Feriba3 and the Piroga5 were not specifically conceived for rehabilitation purposes, and were used for laboratory test both in the field of haptic teleoperation and in the simulation of virtual environments. In these applications, the haptic display acts as a black box which sends position data to a remote host, receiving back the force to be exerted on the end-effector. From this point of view, both devices could be employed for rehabilitation purposes by implementing a proper virtual environment in the remote host.

The NeReBot (NEuro REhabilitation roBOT)

As soon as we started designing the first robot for upper-limb rehabilitation, one natural choice for us was to use a cable-driven system to sustain and move the forearm of the patient during the rehabilitation treatment. As a result, we obtained a transportable machine which is a good compromise between robot simplicity and range of motion. This device, called the NeReBot, can be used to produce an assisted motion of the patient's upper-limb in a reasonably wide three-dimensional working space (abduction-adduction, pronation-supination and elbow flexion exercises can be implemented).

The NeReBot is shown in Fig. (7). The robot is composed of a wheeled base and a manually adjustable overhead structure, from which the wires originate. Three driven wires are used to sustain a splint on which the forearm of the patient is fastened [7,16]. The exercise can be recorded by using a very simple teaching-by-showing procedure: the therapist moves the patient's arm through a set of via-points, which are recorded by the machine (*learning phase*); after this, the control system generates joint-interpolated trajectories for the three



Figure 7: The NeReBot rehabilitation robot. Three wires are used to support the patient's upper limb. In this trial, the right forearm of a wheel-chaired patient is fastened onto the splint to perform an abduction-adduction exercise.

motors which control the wires. As a result, a very smooth and comfortable motion of the upper arm is obtained (*therapy phase*) [2].

The arm trajectories obtained with the NeReBot have been evaluated by developing a simulation tool addressing the static interaction between the human arm and the robot. This tool was conceived on the hypothesis that the patient remains completely passive and the motion is suitably slow, so that dynamic effects can be neglected. In other words, the model accounts for the potential energy due to force of gravity and to cable stiffness only. By extensively using this simulation tool, a set of optimal configurations of the adjustable overhead structure has been identified. In this way, machine set-up can be optimized according to the specific rehabilitation exercise [5, 7].

Patients involved in the clinical trials of the NeReBot were treated at bed-side first, starting the rehabilitation treatment at five days from stroke on average. The robot-aided therapy was then continued with the patient sitting on a wheelchair, even after patient transfer from the stroke unit to the rehabilitation center. This very early training gave very good clinical results, which demonstrate that even a simple, low-cost transportable machine can be very effective in the rehabilitation of post stroke patients [6, 7].

Some limitations of the NeReBot came up during first clinical trials. Mainly, since the

[2] To this regard, one more consideration must be done. During NeReBot-assisted therapy, the upper limb of the patient is a 5 degrees-of-freedom (dof) kinematic chain constrained by three unidirectional actuators only. Hence, the whole system still have 2 dof [5]. This gives a very good sensation to the patient, which never feels to be restrained by the machine.

wires originate from a fixed overhead structure, the NeReBot has a good vertical range of motion, but less control of movements in the horizontal plane. In order to overcome this and other limitations of the first prototype, a new machine was developed, named MariBot [4,17].

The MariBot (MARIsa roBOT)

The MariBot is shown in Fig. (8). As it shows, the basic principles from which the NeReBot was designed were maintained. However, the manually adjustable overhead structure was replaced with a controlled 2 dof serial robotic arm. In this way, wire configuration can be changed during therapy, according to the horizontal motion of the upper limb of the patient. As a result, the working space was definely improved, encompassing nearly the whole range of motion of the human arm. Moreover, the MariBot does not need to be set-up before the beginning of therapy, and this simplifies the work of the therapist. Another improvement is that the weight of the robot has been reduced significantly, by using a commercial lifting device as base structure to build the robot.

The MariBot targets the same patients as NeReBot. Robot performances have been estimated by adapting the simulation tool already used to optimize NeReBot configuration. This software was initially employed to design the kinematic chain on top, whose type and size has been optimized to get better human arm trajectories in the most common exercises. After that, the simulator was used to compare the arm trajectories obtained with the NeReBot to those obtainable with the MariBot. This comparison proved the second machine to be much better than the first one, even in the execution of motion in the vertical plane [5].

The first prototype of MaRiBot is currently undergoing lab tests and clinical trials will start in the next future. Thanks to the improvements in machine design, we are confident that the clinical results of NeReBot will be confirmed and possibly improved.

Sophia-4

Sophia-4 (String Operated Planar Haptic Interface for the Arm-rehabilitation) was conceived for the rehabilitation of chronic patients, and came up as an evolution of the general-purpose haptic display FeRiBa3.

Two major aspects were considered in the early design of the device: workspace shape and force capabilities. The dimensions of the workspace were calculated considering the dimensions of the patients body [18] and his/her sitting posture. The length of the lower base of the trapezoidal layout was determined based on the average shoulder distance of adult males, thus allowing the patient to lean his/her elbows outside the lower pulley-blocks during robot therapy. The manipulability index i_F was employed to adjust the force capabilities of the machine to the requirements [8,9].

A commercial office table constitutes the mechanical structure of Sophia-4. The patient, while sitting on a wheelchair, holds a handlebar-grip that can be moved over a flat horizontal surface, sliding on low-friction PTFE discs. Four nylon cables are used to exert forces at the end-effector, each having one end fixed to a point on the axis of the grip, and the other directly keyed to a direct-drive pulley. Pulley-blocks which can spin around a vertical axis are used to pass cables underneath the table surface, where the DC motors are mounted. The cables are all attached to a single point of the end-effector, so the device is capable of exerting only horizontal pure forces on the patients hand. The handlebargrip itself is mounted on the base of the end-effector by means of a ball bearing, in such a way that no moment can be transmitted to the patients hand along the vertical axis.

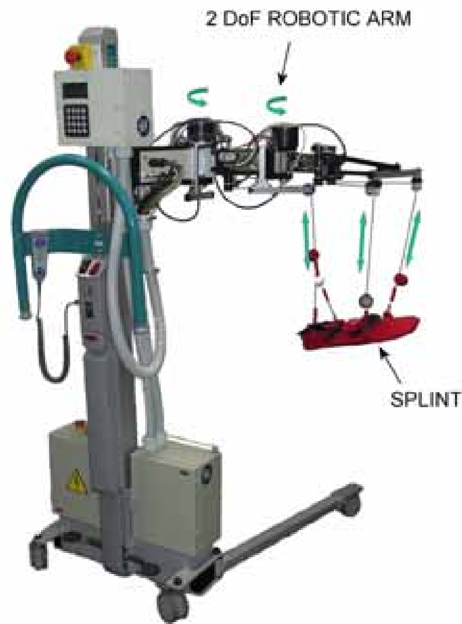


Figure 8: The MariBot rehabilitation robot. This machine exploits the same design principles of the NeReBot, except from the fact that the overhead structure supporting the wires has two controlled rotational joints, which allow the control system to adapt the configuration of the wires during the exercise.



Figure 9: The Sophia-4 rehabilitation robot. The simple, cost-effective planar design was chosen to convey robot-aided rehabilitation to chronic patients inside decentralized rehabilitation units.

A real-time high-level controller manages the type of assistance to be given [19], while a low-level controller is responsible for kinematics, force distribution algorithms and surveillance routines. The Human-Machine Interface (HMI) runs on a separate standard PC, allowing the therapist to set the type of exercise and its parameters, and providing the patient with visual and acoustic feedback. Each exercise is composed by a sequence of point-to-point reaching tasks. The target point of each portion of the exercise is calculated by the HMI and transmitted to the controller, that is programmed to implement single reaching tasks.

3. DISCUSSION

The research developed so far at the Rehabrobotics Lab of DIMEG yielded several positive results, mainly the execution of the first randomized controlled trial of a rehabilitation robot in Italy, that is being followed by a second (ongoing) trial of the NeReBot, and the development of several robotic devices in tight collaboration with the rehabilitative medical staff. This experience has been recently enriched by starting a new research on patient multisensory stimulation in collaboration with the Biomechatronics Lab of the University of California at Irvine, leaded by Prof. David J. Reinkensmeyer [20]. The study of patient-robot interaction during the execution of a robot-assisted motor exercise is one of the major challenges of the rehabilitation robotics research field in the near future [21, 22], with the aim of providing the engineers with certain guidelines for the development of a new generation of more effective robotic devices for rehabilitation.

The encouraging results obtained so far give us a great motivation to improving our research in this field, enlarging our international perspective and creating, at the same time, a permanent structure in Padua to develop and test robotic devices for rehabilitation. Our hope is that our effort will contribute to give a better chance to post-stroke patients, whose motor and functional recovery is fundamental to improve the quality of daily life.

REFERENCES

[1] Harwin, W. S., Patton, J. L., and Edgerton, V. R., 2006. "Challenges and opportunities for robot-mediated neurorehabilitation". *Proceedings of the IEEE*, pp. 1717–1726.

[2] Timmermans, A. A., Seelen, H. A. M., Willmann, R. D., and Kingma, H., 2009. "Technology-assisted training of arm-hand skills in stroke: concepts on reacquisition of motor control and therapist guidelines for rehabilitation technology design". *Journal of NeuroEngineering and Rehabilitation,* **6**(1).

[3] Mehrholz, J., Platz, T., Kugler, J., and Pohl, M., 2008. "Electromechanical and robot-assisted arm training for improving arm function and activities of daily living after stroke". *Cochrane Database of Systematic Reviews*(4).

[4] Rosati, G., Gallina, P., Rossi, A., and Masiero, S., 2006. "Wire-based robots for upper-limb rehabilitation". *International Journal of Assistive Robotics and Mechatronics,* **7**(2), pp. 3–10.

[5] Rosati, G., Andreolli, M., Biondi, A., and Gallina, P., 2007. "Performance of cable suspended robots for upper limb rehabilitation". In Proceedings of the IEEE 10th International Conference on Rehabilitation Robotics ICORR2007, pp. 385–392.

[6] Masiero, S., Celia, A., Rosati, G., and Armani, M., 2007. "Robotic-assisted rehabilitation of the upper limb after acute stroke". *Archives of Physical Medicine and Rehabilitation,* **88**(2), pp. 142–149.

[7] Rosati, G., Gallina, P., and Masiero, S., 2007. "Design, implementation and clinical tests of a wire-based robot for neurorehabilitation". *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering,* **15**(4), pp. 560–569.

[8] Rosati, G., Secoli, R., Zanotto, D., Rossi, A., and Boschetti, G., 2008. "Planar robotic systems for upper-limb post-stroke rehabilitation". In Proceedings of the ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition IMECE 2008.

[9] Rosati, G., Zanotto, D., Secoli, R., and Rossi, A., 2009. "Design and control of two planar cable-driven robots for upper-limb neurorehabilitation". In Proceedings of the IEEE 11th International Conference on Rehabilitation Robotics ICORR2009, pp. 560–565.

[10] Gallina, P., Rosati, G., and Rossi, A., 2001. "3-d.o.f. wire driven planar haptic interface". *Journal of Intelligent and Robotic Systems,* **32**(1), pp. 23–36.

[11] Gallina, P., and Rosati, G., 2002. "Manipulability of a planar wire driven haptic device". *Mechanism and Machine Theory,* **37**(2), pp. 215–228.

[12] Lawrence, D., Pao, L. Y., Salada, M. A., and Dougherty, A. M., 1996. "Quantitative experimental analysis of transparency and stability in haptic interfaces". In In Proceedings of the 1996 ASME International Mechanical Engineering Congress and Exhibition, pp. 441–449.

[13] Boschetti, G., Rosati, G., and Rossi, A., 2005. "A haptic system for robotic assisted spine surgery". In Proceedings of the IEEE Conference on Control Applications CCA05, pp. 19–24. Invited Paper.

[14] Caracciolo, R., Boschetti, G., Rossi, N. D., Rosati, G., and Trevisani, A., 2006. "A master-slave robotic system for haptic teleoperation". In Proceedings of the 8th Biennial ASME Conference on Engineering Systems Design and Analysis ESDA2006-95474.

[15] Rosati, G., Zanotto, D., and Rossi, A., 2008. "Performance assessment of a 3D cable-driven haptic device". In Proceedings of the ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition IMECE 2008.

[16] Fanin, C., Gallina, P., Rossi, A., Zanatta, U., and Masiero, S., April 2003. "Nerebot: a wire-based robot for neurorehabilitation". In In Proceedings of the 8th International Conference on Rehabilitation Robotics.

[17] Rosati, G., Gallina, P., Masiero, S., and Rossi, A., 2005. "Design of a new 5 d.o.f. wire-based robot for rehabilitation". In Proceedings of the IEEE 9th International Conference on Rehabilitation Robotics ICORR2005, pp. 430–433.

[18] Dempster, W. T., July 1955. Space requirements of the seated operator, geometrical, kinematic, and mechanical aspects of the body with special reference to the limbs. Tech. rep., Defense Technical Information Center, U.S.

[19] Rosati, G., Bobrow, J. E., and Reinkensmeyer, D. J., 2008. "Compliant control of post-stroke rehabilitation robots: using movement-specific models to improve controller performance". In Proceedings of the ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition IMECE 2008.

[20] Secoli, R., Rosati, G., and Reinkensmeyer, D. J., 2009. "Using sound feedback to counteract visual distractor during robot-assisted movement training". In Proceedings of the IEEE 8th International Workshop on Haptic Audio-Visual Environments and Games HAVE2009, pp. 135–140.

[21] Reinkensmeyer, D. J., Galvez, J. A., Marchal, L., Wolbrecht, E. T., and Bobrow, J. E., 2007. "Some key problems for robot-assisted movement therapy research: a perspective from the University of California". In Proceedings of the IEEE 10th Int. Conf. on Rehabilitation Robotics ICORR2007, pp. 1009–1015.

[22] Masiero, S., Carraro, E., Gallina, P., Rossi, A., and Rosati, G., 2009. "Upper limb rehabilitation robotics after stroke: a perspective from the University of Padua, Italy". *Journal of Rehabilitation Medicine,* **41**(12), pp. 981–985.

DETECTION OF THE CENTRE OF PRESSURE FOR THE DOUBLE-CONTACT PROBLEM BETWEEN FEET AND PLATFORM IN GAIT ANALYSIS

Marco Cocconcelli
Department of Engineering Sciences and Methods,
University of Modena and Reggio Emilia, Italy
E-mail: marco.cocconcelli@unimore.it

Riccardo Rubini
Department of Engineering Sciences and Methods,
University of Modena and Reggio Emilia, Italy
E-mail: riccardo.rubini@unimore.it

Alberto Ferrari
LAMBDA: Movement Analysis Laboratory for Disabled Children
Arcispedale Santa Maria Nuova - Department of Neuroscience
University of Modena and Reggio Emilia, Italy
E-mail: alberto.ferrari@xsens.com

Stefania Costi
LAMBDA: Movement Analysis Laboratory for Disabled Children
Arcispedale Santa Maria Nuova - Department of Neuroscience
University of Modena and Reggio Emilia, Italy
E-mail: stefania.costi@unimore.it

Abstract. *The gait analysis studies the Kinematics and Kinetic of lower limbs in order to take effective clinical and surgical treatments for patients suffering disabling neurological pathologies. The most common experimental diagnostic tools in gait analysis are three: the acquisition of the forces exerted between feet and a platform provided with sensors, the relatives positions monitoring of reflective markers properly distributed on the limbs by an infrared camera, and the electromyography that monitors the activity of the muscles involved in the gait. This paper focuses on the force-platform tool and markers acquisition. Usually the platform has a rectangular shape and it is provided with four sensors placed in its vertices. The control system computes the position coordinates of the centre of pressure - that is the centroid of the contact area between the foot and the platform - and the vector of resultant force in the contact. This system becomes useless in case of a double contact between the feet and the platform. In that case the control system of the platform is not able to divide the force contributions of each foot since it is statically indeterminable.*

In this paper a new procedure is presented to overcome the double contact problem by the use of the space trajectory of three markers placed on the heel and the first and fifth metatarsal head. These data are used to estimate the centre of pressure for each foot and to calculate the loads transmitted between each limb and the platform.

Keywords: *Gait analysis, centre of pressure, double contact*

1. INTRODUCTION

Clinical laboratories for gait analysis are aimed at measuring the walking pattern of a patient through the use of equipment specifically design to evaluate the human locomotion in its basic components that are the gait kinematic and kinetic. There is a growing acceptance on the use of clinical gait analysis in the rehabilitation setting [1]. In Italy, for example, as recently census by the Italian society for movement analysis in clinics, over 60 laboratories usually perform gait analysis exams. This technique found the best application in the assessment of pathological gait where motions are often complex, multi-planar, and distorted relative to a fixed observer. A typical laboratory for gait analysis uses optoelectronic systems equipped with multiple high-resolution cameras to capture the trajectories of markers located on preset bony landmarks applied with a double side tape or straps over the subject skin [2, 3]. Typical optoelectronic systems, such as Vicon (Oxford Metrics Group, UK), Optotrak (Optotrak, USA) or BTS (BTS, IT), can acquire the markers trajectories with a sample frequency (usually set at 100Hz) that fully cover the spectrum of the human motion. The joint kinematics is the relative movement between adjacent bones, segmented in period of time of a gait cycle, occurring in the sagittal, coronal and transverse planes, and it represents the valuable clinical information. Beside the kinematic, the joint kinetic, that is the dynamic description of the locomotion, depicts the moments and the powers generated or absorbed by the muscles acting on the joints during a gait cycle. To complete a gait analysis exam, patients may also undergo dynamic electromyography (EMG) to record the timing of activation of specific muscles groups [4–7]. Kinematic, kinetic and EMG data are usually showed along with typical waveforms recorded over a population of asymptomatic subjects [7]. The comparison of the walking kinematics, kinetics and muscle activity patterns between healthy and impaired individuals serve as the basis for defining the pathological features of the gait [8]. The systematic interpretation of the compiled information with respect to the identification of deviations from 'normal' patterns or values and the understanding of the causation of these abnormalities lead the recommendation of the treatments for individual patients on a case-by-case basis [4]. To compute the joint kinetic, force platforms embedded in the floor able to measure the 3d vector Ground Reaction Force (GRF, [9]), such as Kistler (Kistler Instrumente AG, Winterthur), AMTI (AMTI, USA) or Bertec (Bertec, USA), are used. In particular, a force plate measures the reaction of the floor or ground, that is the GRF, to the force exerted by the foot during a step. The device consists of a top plate (mounted level with the surrounding floor) separated from a bottom frame by force transducers near each corner. Any force applied on the top surface is transmitted through the force transducers. Force plates enable one to measure not only the vertical and shear forces but also the Center Of Pressure (CoP) that is the application point of the GRF. To obtain the joint moments and joint powers the operators have to lead the patients, during a spontaneous walking trial, to step in the force platform surface, but just once. This means that: i) the patient is not allowed to look at where he/she is stepping in (to acquire just spontaneous actions), and that ii) the measure fails

when the foot of the patient is not fully over the platform surface or when over the platform surface occurs a double contact determined by a contemporary contact of the two feet or of a foot and a stick. This task is not to accomplish straightforward, also considering that the force platforms have a fixed size (usually 40x60cm), not fitted for short steps as the ones belonging to patients with relevant motor disabilities. Thus, many walking trials, most of those with a double contact, are not available to be inserted in the kinetic report. This drawback is the major factor that still makes the routine use of gait analysis impractical, particularly in children with poor walking ability, such as cerebral palsied children. Cerebral Palsy (CP), is a group of developmental disorders of movement and posture causing activity restriction or disability, which are attributed to disturbances occurring in the fetal or infant brain [10], and affects between 2 and 3 per 1000 live births (Surveillance of Cerebral Palsy in Europe, [11]). Because of its frequency and severity, CP is considered as the "core problem" for the whole field of the pediatric rehabilitation [12]. The reliability, validity and the clinical utility of gait analysis on CP children has been well established [1] and nowadays children affected by CP are by far the prevalent target of gait analysis in clinics [13]. In the care of children with CP, gait analysis is useful in the recognition of specific walking patterns, allowing gait pathology to be classified, assisting in diagnosis, communication and clinical decision making and documenting gait-related changes that occur following treatments [14]. In the field of CP, gait analysis is also commonly use to establish the effectiveness of orthotic devices such as orthosis or orthopedic shoes [15]. If it is stated the relevance of gait analysis in clinics, especially for CP [1], there is still room to improve the techniques, to easy the instrumentation for the operators and finally to make this exam more comfortable for the patients. With this regard, one of the more time consuming operation is the collection of a relevant number of gait cycles over the force platforms, that is to obtain a reliable kinetic measure. Indeed, if the new generation of optoelectronic systems allows the setup of measuring volumes with large field of view in which, therefore, is easy to acquire tens of gait cycles enclose in few walking trials. However, this is not true for kinetic. The small number of force platforms installed in the laboratories, usually two, and their size, usually fitted for adults, impose to acquire a relevant number of walking trials at the expense of the children endurance and comfort. However, kinetic is fundamental especially in determining the adaptive changes in the gait patterns expressed by patients following treatments [16]. Thus in order to easy and to speed up the acquisitions, reducing the fatigue and the discomfort of the patients during a gait analysis exam and rising the number of the kinetic waveforms collectable in a session, it is worth to store all the data available over the force platforms, including the ones with a double contact and solve mathematically this drawback. Aim of the present study is to design an ad hoc biomechanical model able to split the whole dynamic load into the ones carried by each limb, thus to integrate the trials with a double contact over the same platform into the kinetic report.

2. TOOLS OF GAIT ANALYSIS

This section describes the three main devices used in gait analysis which are the force platform, the passive reflective markers and the infrared video camera. These tools are present in most of the gait analysis laboratories, refer to each manufacturer for a detailed description of their specifics and capabilities.



Figure 1: Passive reflective markers (left) and infrared camera (right)

Force Platform

The force platform is the subject of this paper and is made of a rigid rectangular platform connected to the ground by four force sensors placed at the vertices of the rectangle. Force sensors are usually three-axis sensors. One or more platforms are placed at the ground level and the patient is asked to normally walk in laboratory, trampling on platforms. It will be shown in the next section that the force signals measured are used to compute the force reaction of the floor with respect to the foot action and the geometrical point of application of that force in the plane of the platform.

The correct calculation of the force exerted between the foot and the ground is an important parameter which is used for clinical decision-making and treatment planning, together other kinematics parameters.

Passive Reflective Markers

The reflective markers are used together with the infrared camera to calculate the kinematics of the gait, that is the spatial and angular displacement of the anatomic segment and joints of clinical interest (usually the main joints of the lower limbs, ankle, knee, and hip, together with the trunk and the pelvis). The passive reflective markers are small plastic spheres of about one centimetre of diameter, completely covered with reflective material and with an adhesive base. A picture of a standard marker is shown in Fig. (1). The markers are placed on the skin of the patient (sometimes also on shoes or clothes) in correspondence of specific landmarks of the body given by the protocol adopted by the laboratory [3]. The laboratory LAMBDA of Reggio Emilia adopts the T3Dgait (Total 3D gait [2]) protocol which suggests the attachment of 22 skin markers, the calibration by a pointer or markers of 6 anatomical landmarks during a static acquisition, and the identification of the hip joint centre by a prediction approach. Anatomical reference frames and joint rotations are defined according to current recommendations.

Infrared Video Camera

The infrared camera has two main functions: lighting the reflective markers thanks to a series of infrared-frequencies leds, and recording the image of the lighted markers. A picture of a infrared camera is shown in Fig. (1) where the annular series of leds are evident. The aim of

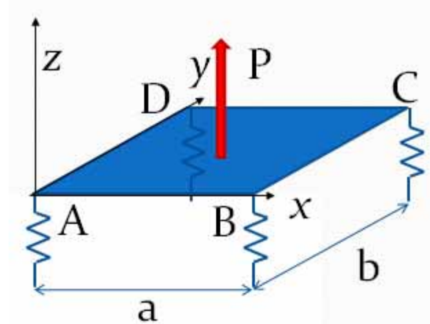


Figure 2: Scheme of the forces acting on the platform

the visual recognition of the markers is the computation of their position in the space domain. The measure of a single marker position is possible with at least two cameras. Since the position of both cameras in the lab are known and the volume of part of the lab where the gait measurement is done, the intersection of the vision plane of two camera is sufficient to span the three-dimensional space and to determine the position of the marker.

All the cameras system needs a start-up setting, providing the camera software with a fixed reference system for the subsequent measures. The accuracy of the measure depends on the specific device used. The laboratory LAMBDA of Reggio Emilia has a Vicon system with 8 MXPlus cameras (Oxford Metrics Group, UK).

3. EVALUATION OF THE CENTRE OF PRESSURE

This section describes the centre of pressure, its evaluation by the platform sensors and the limits of that application.

Consider the interaction between the foot and the ground during walking, the centre of pressure (CoP) is defined as the centroid of the pressure applied by each point on the surface of the foot in contact with the ground. The CoP lies on the plane of the ground, or rather it is defined by two coordinates with respect to a ground-base plane reference system. In quiet stand the CoP is located under one of the feet or the area between them.

The position of the CoP determines the arm - in relation to the joints centres of rotations - of the external force of reaction and the sign of the corresponding reactive couple. The reactive couple, together with kinematics parameters of the legs, are the most important outcomes of gait analysis. The diagnosis elaborated by clinician or the treatment planning on the patient are usually based also on those parameters.

Consider a simplified platform with four force sensors at its vertices as drawn in Fig. (2). The four vertices are listed alphabetically from A to D, the sensors are sketched as springs and a reference system is chosen its x-y plane coincides with the platform. The CoP is computed by the software solving the equilibrium for the platform. In particular consider the equilibrium of the couples with reference to the two principal axis x and y, and the equilibrium of the force exerted between the foot and the ground in the z-axis direction. The equations of equilibrium are reported in Eqn. (1). In that case only one component of the three available signals of the force sensor is used, that is the z-axis component.

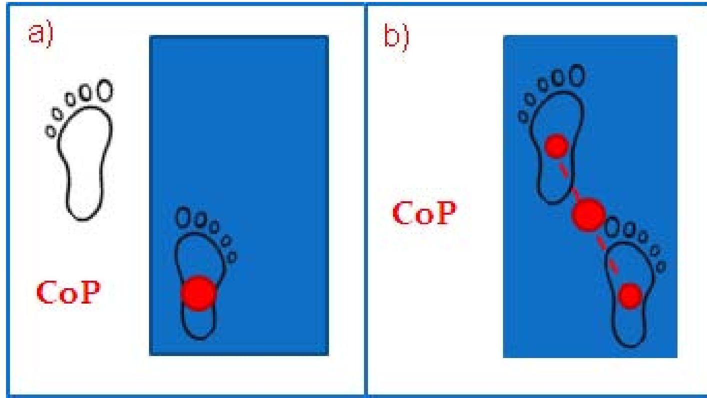


Figure 3: Single (a) and double (b) contact between feet and platform

$$\begin{cases} F_A + F_B + F_C + F_D = F_P \\ (F_B + F_C) \cdot a = F_P \cdot x_P \\ (F_C + F_D) \cdot b = F_P \cdot y_P \end{cases} \quad (1)$$

where x_P and y_P are the coordinates of the CoP and F_P is the force resultant between the foot and platform (lighted in red in Fig. (2)).

In case of a single foot contact the platform software returns the correct value of the force intensity and of the coordinates of the CoP. Sometimes it happens that the platform is touched with both feet at the same time, but in this case the software only returns the resultant of the forces acting on the feet. Figure (3) shows the two cases of contact. In case b) of double contact the gait acquisition is discarded by the technician, since the data refers to the sum of two elements and it is not possible to divide the contribution of on foot to the other. This problem is particularly significant for the laboratories that work on children, because the extension of their steps is shorter than the length of the platform and is very easy to incur the double contact.

The double contact problem cannot be solved by the equations of motion in the plane x-y, since only three independent relations are given while the unknowns are six - the coordinates of CoP on a plane and the force magnitude for each foot.

4. ESTIMATION OF THE CENTRE OF PRESSURE BY MARKERS POSITION

This paper proposes to combine the reflective markers position knowledge to estimate the position of the CoP for each foot in the double contact case. As explained in the section 2. the measure of the markers position during the walking is free-of-charge information, since it just used to compute the kinematic parameters of the gait.

The procedure requires the position in time domain of three markers for each foot. In particular the markers used are named LCA/RCA (upper ridge of the calcaneus posterior surface), LFM/RFM (dorsal aspect of first metatarsal head) and LVM/RVM (dorsal aspect of fifth metatarsal head), where the first letter of each name identify the left (L) or right (R) foot.

The procedure is made of three main steps:

1. Determination of the contact points between the foot and platform

2. Estimation of the CoP for each foot
3. Computation of the contact force between the foot and the platform

Determination Of The Contact Points

In the quiet upright position of the patient, consider a reference system with the x-y plane coincident with the floor and collect the position of the markers placed on the feet. Since the floor is a unilateral constrain, the z-axis data of each marker is the minimum z-value reachable by that specific marker. During the walking, every time the z-axis value increases it means that the marker and the that part of the foot is lifted from the ground and they are no more in contact each other.

In this first step the algorithm compares the z-axis values of each marker with the reference ones and checks how many markers are still in contact with the ground.

Estimation of the CoP

The CoP for each foot is computed as the barycentre of the markers still in contact with the ground at each time instant. In particular each marker is projected on the ground plane (x-y plane) and the barycentre will belong to that plane too. Since the number of markers considered for each foot is three, there are three different cases:

- Three markers in contact with the ground: the algorithm computes the CoP as the barycentre of a triangle whose vertices are the selected markers.
- Two markers in contact with the ground: the CoP belongs to the line defined by the position of the two markers. In this first model of the procedure, the CoP is taken in the middle of the distance between the markers. Especially in case of children, this is proved to be a good approximation.
- One marker in contact with the ground: The CoP coincides with the marker itself.

This step is done for each foot for each time instant.

Computation Of The Contact Force

In this last step the resultant force measure by the platform in the double contact case is divided between the two feet. In particular the force equilibrium in z-axis direction and the couple equilibrium with reference to the resultant CoP computed by the platform are used. With reference to Fig. (4), the system of equations to be solved are:

$$\begin{cases} F_{Dx} + F_{Sx} = F_P \\ F_{dx} \cdot c = F_{sx} \cdot d \end{cases} \tag{2}$$

where the two quantities c and d are given as:

$$\begin{cases} c = \sqrt{(x_P - x_{dx})^2 + (y_P - y_{dx})^2} \\ d = \sqrt{(x_P - x_{sx})^2 + (y_P - y_{sx})^2} \end{cases} \tag{3}$$

Solving the Eqn. (2) the two forces F_{Dx} and F_{Sx} are given:

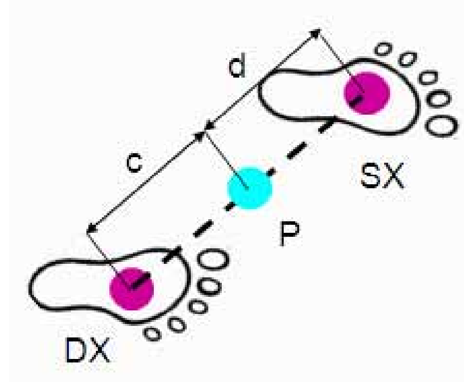


Figure 4: Geometrical parameters used to divide the resultant force between the feet

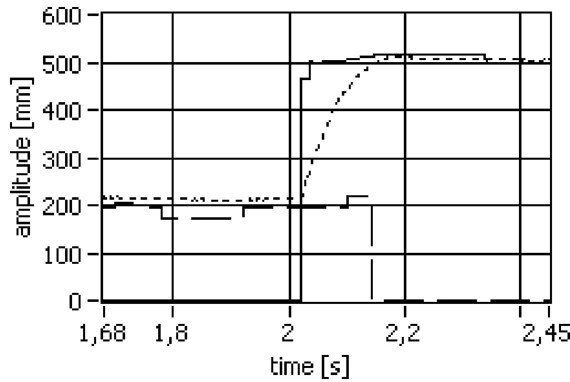


Figure 5: CoP gait longitudinal coordinate identified by the platform (point line), the left foot position (solid) and the right foot position (dashed)

$$\begin{cases} F_{Dx} = F_P \cdot \frac{d}{c+d} \\ F_{Sx} = F_P \cdot \frac{c}{c+d} \end{cases} \tag{4}$$

5. RESULTS

In this section two cases of double foot contact are processed following the proposed methodology to determine the forces applied to the platform by each single limb. A the same time the CoP is evaluated by the platform (global) and by the markers positions monitored by means of the infrared cameras (on the different feet) as explained in the previous paragraph: Fig. (5) overlaps the three CoP identifications along the gait longitudinal coordinate.

In case of single foot contact, platform CoP is adopted; when the contact is multiple, feet position CoPs are considered and their distances from the global one are evaluated to calculate the contributions of each leg to the total load force. As a consequence, due to

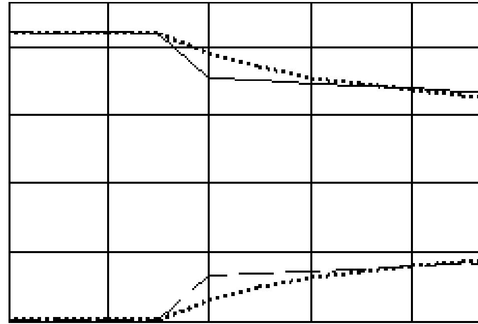


Figure 6: Smooth (point lines) of foot force reconstruction (left foot: solid; right foot: dashed)

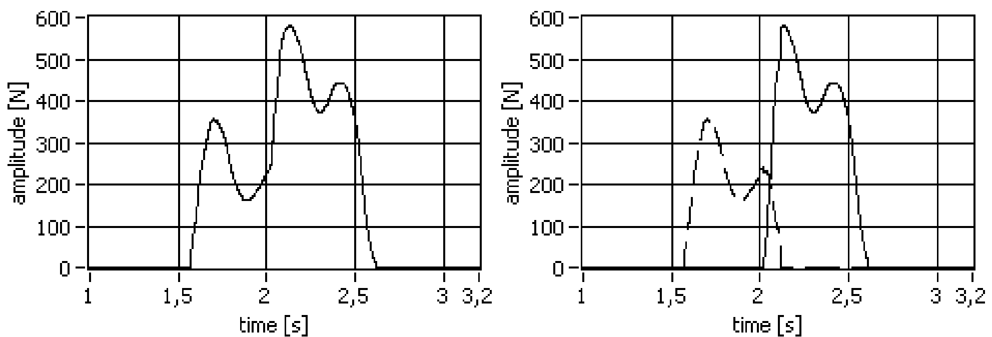


Figure 7: Case 1: foot force reconstruction in case of double contact feet-platform. Global force applied on the platform (left diagram); partition of the force over the left (solid) and right (dashed) feet (right diagram)

the different approach in the CoP identification, the final reconstruction of each foot force trend might show slight discontinuities in the crossing between two distinct states. Figure (6) highlights a case of discontinuity which is overcome by smoothing with a curve interpolation technique.

Figures (7) and (8) reveal the diagrams obtained by applying the proposed signal processing procedure to two real case acquisitions, both presenting double foot contacts on the same platform.

In the gait analysis of the second patient (Fig. (8)) the part of trend evaluated by the platform included between 2 and 2.7 seconds is replicated on the reconstruction diagram (right): when the procedure determines a single contact on the platform, it provides the correct information extracted by the platform only; by a theoretical point of view, the transitory phase of transfer of the total load between the two limbs - in the time instants in which the second foot interacts with the same platform - is coherently simulated (Figs. (7) and (8)) respect to the logical outcome, as it is suggested by the repetitive curve shape of the gait experiments. In order to well estimate the efficiency of the proposed methodology, it will be necessary an

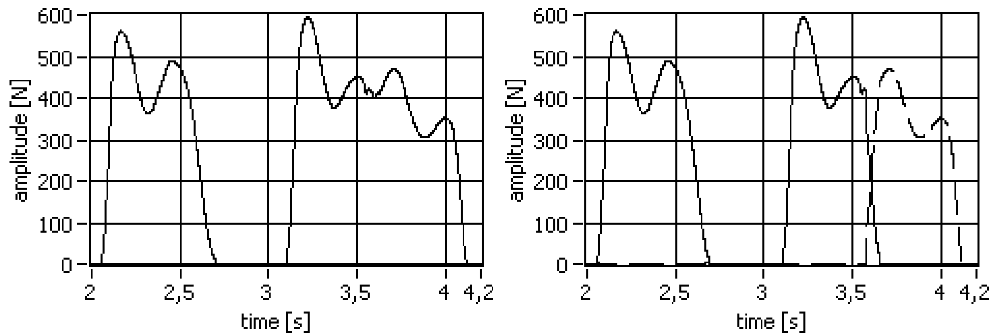


Figure 8: Case 2: foot force reconstruction in case of double contact feet-platform. Global force applied on the platform (left diagram); partition of the force over the left (solid) and right (dashed) feet (right diagram)

opportune test campaign to get a validation in case of dedicated platform load applications.

6. CONCLUSIONS

In this paper the problem of the determination of the centre of pressure for a double-contact case in gait-analysis has been explained. Nowadays in case of double contact between the patient's feet and platform, the software of force-platform cannot distinguish the force exerted by the single foot since it is statically indeterminate problem. In that cases the acquisition data are eliminated since they are not relevant for the clinical diagnosis and the tests have to be repeated.

A new procedure is presented to overcome the double contact problem by the use of the space trajectory of three markers placed on the heel and the first and fifth metatarsal head. The addition of those sensors provide new information which reduce the number of unknowns and make the problem determinate. The main advantage of this procedure is that the new sensors introduced are anyhow collected since they are necessary in several clinical tests.

The procedure is made of three main steps, each of them has been described in details:

1. Determination of the contact points between the foot and platform
2. Estimation of the CoP for each foot
3. Computation of the contact force between the foot and the platform

The algorithm has been successfully tested in different cases.

REFERENCES

[1] Chang, F., Seidl, A., Muthusamy, K., Meininger, A., and Carollo, J., 2006. "Effectiveness of instrumented gait analysis in children with cerebral palsy–comparison of outcomes". *Journal of Pediatric Orthopedics,* **26**, pp. 612–616.

[2] Leardini, A., Sawacha, Z., Paolini, G., Ingrosso, S., Nativo, R., and Benedetti, M., 2007. "A new anatomically based protocol for gait analysis in children". *Gait & Posture,* **26**, pp. 560–571.

[3] Cappozzo, A., Catani, F., Croce, U., and Leardini, A., 1995. "Position and orientation in space of bones during movement: anatomical frame definition and determination". *Clinical Biomechanics,* **10**, pp. 171–178.

[4] Sutherland, D., 2005. "The evolution of clinical gait analysis part iii–kinetics and energy assessment". *Gait & Posture,* **21**, pp. 447–461.

[5] Yack, H., 1984. "Techniques for clinical assessment of human movement". *Physical Therapy,* **64**, pp. 1821–1830.

[6] Andriacchi, T., and Alexander, E., 2000. "Studies of human locomotion: past, present and future". *Journal of Biomechanics,* **33**, pp. 1217–1224.

[7] Saleh, M., and Murdoch, G., 1985. "In defence of gait analysis. observation and measurement in gait assessment". *The Journal of Bone and Joint Surgery. British Volume,* **67**, pp. 237–241.

[8] Cappozzo, A., Croce, U. D., Leardini, A., and Chiari, L., 2005. "Human movement analysis using stereophotogrammetry. part 1: theoretical background". *Gait & Posture,* **21**, pp. 186–196.

[9] Claeys, R., 1983. "The analysis of ground reaction forces in pathological gait secondary to disorders of the foot". *International Orthopaedics,* **7**, pp. 113–119.

[10] Bax, M., Goldstein, M., Rosenbaum, P., Leviton, A., Paneth, N., Dan, B., Jacobsson, B., and Damiano, D., 2005. "Proposed definition and classification of cerebral palsy". *Developmental Medicine and Child Neurology,* **47**, pp. 571–576.

[11] of Cerebral Palsy in Europe (SCPE), S., 2000. "Surveillance of cerebral palsy in europe: a collaboration of cerebral palsy surveys and registers". *Developmental Medicine and Child Neurology,* **42**, pp. 816–824.

[12] Ferrari, A., and Cioni, G., 2009. *The spastic forms of cerebral palsy : a guide to the assessment of adaptive functions*. Springer.

[13] Dobson, F., Morris, M., Baker, R., and Graham, H., 2007. "Gait classification in children with cerebral palsy: a systematic review". *Gait & Posture,* **25**, pp. 140–152.

[14] Gage, J., 1983. "Gait analysis for decision-making in cerebral palsy". *Bulletin of the Hospital for Joint Diseases Orthopaedic Institute,* **43**, pp. 147–163.

[15] Desloovere, K., Molenaers, G., Gestel, L. V., Huenaerts, C., Campenhout, A. V., Callewaert, B., de Walle, P. V., and Seyler, J., 2006. "How can push-off be preserved during use of an ankle foot orthosis in children with hemiplegia? a prospective controlled study". *Gait & Posture,* **24**, pp. 142–151.

[16] Schipplein, O., and Andriacchi, T., 1991. "Interaction between active and passive knee stabilizers during level walking". *Journal of Orthopaedic Research: Official Publication of the Orthopaedic Research Society,* **9**, pp. 113–119.

VALUTAZIONE SPERIMENTALE DI UN ATTUATORE CONICO AD ELASTOMERI DIELETTRICI

Giovanni Berselli
Dipartimento di Ingegneria delle Costruzioni Meccaniche, Nucleari, Aeronautiche e di Metallurgia.
Università di Bologna.
E-mail: giovanni.berselli@unibo.it

Rocco Vertechy
Laboratorio PERCRO,
Scuola Superiore Sant'Anna, Pisa,
E-mail: r.vertechy@sssup.it

Gabriele Vassura
Dipartimento di Ingegneria delle Costruzioni Meccaniche, Nucleari, Aeronautiche e di Metallurgia.
Università di Bologna.
E-mail: gabriele.vassura@unibo.it

Vincenzo Parenti Castelli
Dipartimento di Ingegneria delle Costruzioni Meccaniche, Nucleari, Aeronautiche e di Metallurgia.
Università di Bologna.
E-mail: vincenzo.parenti@unibo.it

Sommario. *In questa memoria viene presentato un attuatore lineare ad Elastomeri Dielettrici (ED) ottenuto accoppiando un film di ED di forma conica ad un meccanismo compliant (i.e. cedevole). Il meccanismo ”compliant” stato progettato per mezzo di un modello di corpo pseudo-rigido al fine di modificare adeguatamente la forza elastica generata dal film di elastomero. L'attuatore risultante fornisce una spinta utile quasi costante lungo la sua corsa quando il film di ED viene attivato e si riporta ad una posizione iniziale di riposo quando il film di ED viene disattivato. Il concetto proposto validato mediante procedura sperimentale. Possibili applicazioni di questa tipologia di attuatori sono le celle di Braille, i robot leggeri e le interfacce aptiche.*

Parole chiave: *attuatori ad elastomeri dielettrici, meccanismi ”compliant”.*

1. INTRODUZIONE

Tra la classe di materiali conosciuti come Polimeri Elettroattivi [1], gli Elastomeri Dielettrici (ED) sono fra i materiali migliori che possano essere utilizzati per lo sviluppo di attuatori lineari. Gli attuatori basati sugli ED offrono alte densit di potenza e di forza e buone efficienze combinate ad un peso relativamente basso ed a costi estremamente contenuti.

In pratica, un ED un dielettrico deformabile che pu subire deformazioni finite isocore in risposta all'applicazione di un campo elettrico ed allo stesso tempo altera il campo elettrico applicato in risposta alle deformazioni subite [2,3]. Gli ED vengono comunemente utilizzati sotto forma di film sottili rivestiti con elettrodi cedevoli su entrambi i lati ed impilati uno sull'altro per formare un ED multistrato [4]. L'attivazione dell'ED, ossia l'applicazione di una differenza di potenziale elettrico (in seguito chiamato anche voltaggio) tra gli elettrodi, pu indurre un'espansione del film e quindi uno spostamento dei punti perimetrali dell'elastomero che pu essere utilizzato per produrre lavoro meccanico utile (qualora siano applicate delle forze a questi punti).

In letteratura sono state proposte diverse morfologie di attuatori ad ED [1,3,5]. In particolare, Vogan [6] e Berselli et al. [7] hanno mostrato che il comportamento complessivo di un attuatore ad ED pu essere migliorato accoppiando un film di ED con un meccanismo "compliant" (di seguito chiamato anche Struttura Di Supporto (SDS)). La SDS pu essere progettata in modo da modificare la caratteristica complessiva dell'attuatore che dipende fortemente dalle propriet elastiche dell'ED. Per esempio, dipendentemente dal design della SDS, l'attuatore pu operare in modo monodirezionale (attuatore a singolo effetto, [8]) o bidirezionale (attuatore a doppio effetto, [9]) in quanto la rigidezza della SDS pu essere utilizzata per fornire una forza di ritorno che riporta l'attuatore ad una posizione iniziale quando l'ED disattivato. Inoltre, particolari SDS possono essere utilizzate per ottenere una spinta utile costante su un determinato intervallo di corsa.

L'obiettivo di questo lavoro di progettare un attuatore lineare ad ED in grado di fornire una forza costante su un dato intervallo di corsa qualora attivato ed in grado di ritornare ad una posizione iniziale di riposo presentando un comportamento simile ad una molla lineare monodimensionale qualora disattivato. Soluzioni progettuali per ottenere attuatori ad ED a forza costante sono state proposte in [6–8] e riguardano film di ED a forma di rombo ed a forma rettangolare. Gli stessi autori hanno messo in evidenza sia i vantaggi che gli aspetti critici di tali design.

Questo lavoro analizza una soluzione differente se comparata ai lavori sopracitati. Il design proposto consiste in un film di forma conica simile a quello riportato da Plante et al. [10]. Tuttavia, l'attuatore presentato in [10] fornisce una spinta utile che varia fortemente lungo la corsa. Questo comportamento viene qui modificato accoppiando il film di ED conico con una SDS progettata come meccanismo parallelo sovra-vincolato avente tre gambe uguali articolate attraverso tre coppie rotoidali aventi assi paralleli. La vista CAD esplosa dell'attuatore mostrata in Fig. (1a), uno schematico della SDS mostrato in Fig. (1b), mentre i modelli CAD dell'attuatore che mostrano l'accoppiamento tra il film di ED e la SDS sono presentati in Fig. (1c) e (1d). Con riferimento alla Fig. (1b), gli spostamenti della piattaforma mobile lungo la direzione radiale y (o in alternativa le rotazioni) sono prevenuti dall'architettura parallela. Le coppie rotoidali del meccanismo sono progettate come giunti flessibili (o "*small-length flexural pivots*" [11,12]), cio come travi snelle soggette a grandi deformazioni la cui resistenza flessionale viene modellata da una molla di torsione. In questo lavoro le propriet elettromeccaniche del film di ED sono state misurate sperimentalmente. E' stato ricavato un modello di

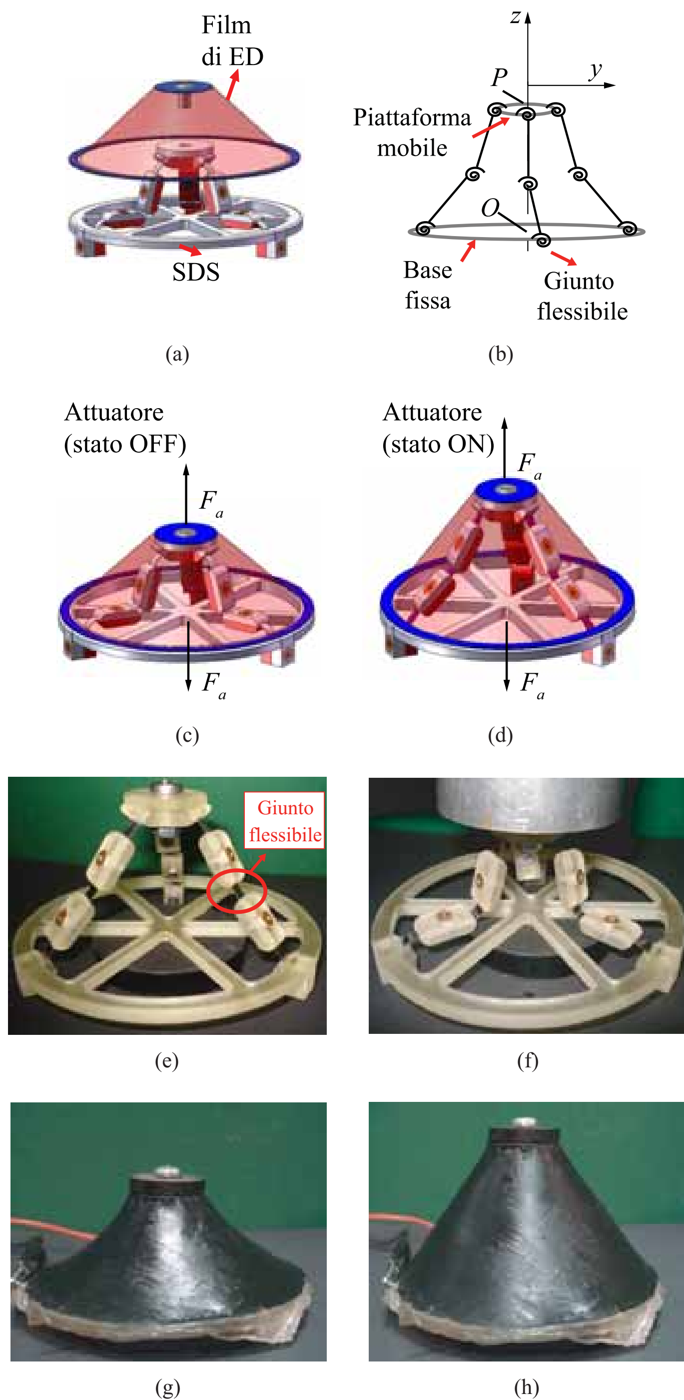


Figure 1: Soluzione concettuale proposta e prototipo dell'attuatore. Modello CAD esploso (a), schematico della SDS (b), modello CAD dell'attuatore in stato OFF (c) e stato ON (d), prototipo della SDS posizione indeflessa (e) e soggetta a carico costante (f), attuatore in stato OFF (g) e in stato ON (h).

corpo pseudo-rigido della SDS utilizzato per il dimensionamento dei giunti flessibili. E' stata poi condotta un'attivit sperimentale atta a verificare il comportamento della struttura e del prototipo complessivo dell'attuatore. Tale attivit [13] convalida il concetto proposto nonch i risultati teorici gi presentati in [9, 14]. In particolare, il prototipo della struttura mostrato in Fig. (1e) (condizione indeformata) ed in Fig. (1f) (piattaforma della SDS soggetta ad un carico costante agente nella direzione z). Il prototipo complessivo dell'attuatore presentato in Fig. (1g) (attuatore in stato disattivato o in stato OFF) ed in Fig. (1h) (attuatore in stato attivato o in stato ON). Possibili applicazioni di questo tipo di attuatori sono le celle di Braille [5], i robot leggeri [1] e le interfacce aptiche [15].

2. ATTUATORI A FORZA COSTANTE: ASPETTI CONCETTUALI

In generale, la deformazione elettricamente indotta del film di ED produce una variazione della lunghezza dell'attuatore $l = |(P - O)|$, dove P e O sono ad esempio due punti dell'attuatore giacenti sull'asse di simmetria del film di ED (Fig. (1b)), ed una forza avente la stessa direzione del vettore $\overline{OP}$ che pu essere fornita ad un utilizzatore esterno. Questa forza, denominata spinta utile, F_a, la risultante di due forze interne:

- La forza di reazione della SDS, F_s, dovuta alla rigidezza stessa della struttura, che funzione della configurazione attuale dell'attuatore. La struttura flessibile si comporta, in generale, come una molla di compressione non lineare unita in parallelo al film di ED.
- La forza F_f del film di ED che rappresenta la forza risultante nella direzione di attuazione, definita dal vettore $\overline{OP}$, dovuta al campo tensionale nell'ED. Questo campo dipende dal pretensionamento dato, dal voltaggio applicato e dalla configurazione dell'attuatore. Se vengono trascurate la viscoelasicit e l'isteresi del materiale, il film si comporta in generale come una molla di tensione non lineare.

La spinta utile F_a quindi data dalla differenza tra la forza del film e la forza della SDS ($F_a = F_f - F_s$). Convenzionalmente, F_a la forza che un utilizzatore esterno fornisce all'attuatore al fine di equilibrare le forze interne generate dall'attuatore stesso. Definiamo $l = \bar{l} + x$ come la lunghezza attuale dell'attuatore ove x la corsa e $\bar{l}$ la lunghezza iniziale dell'attuatore qualora sottoposto a carico esterno nullo ed a voltaggio nullo. La Fig. (2) mostra alcuni diagrammi qualitativi di possibili curve Forza vs Lunghezza (FL) dell'attuatore riguardanti le forze interne F_f e F_s, adottando una metodologia di rappresentazione ampiamente utilizzata nello studio di strutture elastiche in interazione mutua ove si mostrano i moduli delle forze. Per semplicit, Fig. (2) assume che la curva indicante la forza F_f dell'ED attivato sia parallela alla curva indicante la forza dell'ED disattivato (anche se questo non sempre il caso, [9]). Si pu vedere che l'applicazione di un voltaggio provoca una diminuzione della forza F_f . Un ciclo di lavoro dell'attuatore [6] rappresentato dal percorso $\overline{ABB''A''}$. Per curve F_f date, le curve F_s della SDS possono essere realizzate in modo da ottenere un attuatore in grado di fornire una forza quasi-costante per un dato intervallo di corsa. Supponiamo di accoppiare l'ED con un meccanismo "compliant" la cui forza di reazione elastica aumenta all'aumentare della distanza $|P - O|$. Nella Fig. (2) si presentano quattro differenti tipologie di curve FL riguardanti la forza F_s, assumendo che la corsa dell'attuatore x e la lunghezza iniziale $\bar{l}$ rimangano invariate.

Si consideri dapprima la curva S_2. Si pu notare che, per un'ampia porzione della corsa, F_a mantiene un valore costante, ${F_a}^{on}$, uguale alla distanza $\overline{B'C_1}$, se il film di ED attivato, mentre mantiene un valore costante ${F_a}^{off}$, uguale alla distanza $\overline{A'C_1}$, se il film di ED disattivato. Se l'attuatore deve fornire maggior forza quando il film di ED attivato, si po scegliere

un profilo FL della SDS simile alla curva S_3 in modo da aumentare ${F_a}^{on}$ da $\overline{B'C_1}$ a $\overline{B'C_2}$ (e conseguentemente diminuire ${F_a}^{off}$).

La forza ${F_a}^{off}$ dell'attuatore nello stato OFF massimizzata realizzando una struttura che fornisca un profilo FL simile alla curva S_1 mentre la forza ${F_a}^{on}$ dell'attuatore nello stato ON massimizzata realizzando una struttura che fornisca un profilo FL simile alla curva S_4. In quest'ultimo caso, non presente alcuna forza in grado di riportare l'attuatore nella sua posizione iniziale qualora disattivato e si deve quindi predisporre un dispositivo di ritorno. In alternativa, la struttura pu essere realizzata in modo tale da mantenere una forza di ritorno, ${F_a}^{off}$, ad un minimo sufficiente a vincere le forze dissipative interne al sistema durante la corsa di ritorno dell'attuatore.

3. PROGETTO CONCETTUALE DELLA STRUTTURA DI SUPPORTO

La soluzione concettuale proposta mostrata in Fig. (1) e (3). In modo simile alla definizione utilizzata nella sezione 2, la lunghezza dell'attuatore viene definita come $l = |(P - O)|$, dove P e O sono per esempio, due punti dell'attuatore giacenti sull'asse di simmetria del film di ED (Fig. (3)). In questo caso, la spinta utile F_a applicata al punto P ed ha la stessa direzione del vettore $\overline{OP}$. La SDS proposta progettata per sostenere il film di ED (attraverso un anello rigido ed un disco rigido (Fig. (3)) ed allo stesso tempo fornire la caratteristica FL desiderata. Come gi menzionato, la struttura "compliant" realizzata come un meccanismo parallelo sovra vincolato costituito da una piattaforma mobile (il disco rigido), una base fissa (l'anello rigido) e da tre gambe uguali ciascuna articolata per mezzo di tre coppie rotoidali elastiche aventi assi paralleli. Con riferimento alla Fig. (1b), gli spostamenti della piattaforma mobile lungo la direzione radiale y (o in alternativa le rotazioni) sono prevenute dalla morfologia della SDS. Grazie alla assialsimmetria del meccanismo e all'adozione di coppie elastiche, ogni gamba si comporta come un manovellismo di spinta compliant. Un modello schematico della struttura proposta viene mostrato in Fig. (1b). Come detto in precedenza, il film di ED ha forma conica. Per quanto riguarda la realizzazione dell'attuatore, un film di ED di forma circolare e raggio iniziale y_0 viene dapprima sottoposto ad un pretensionamento equibias-

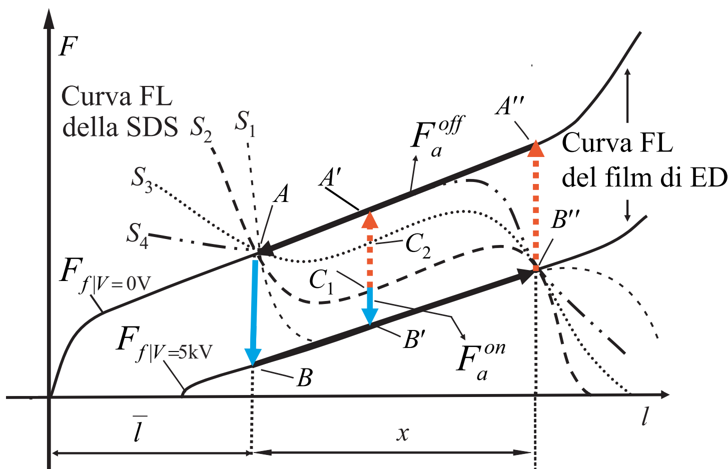


Figure 2: Curve FL di ED ed SDS. Illustrazione qualitativa dei moduli di F_f e F_s.

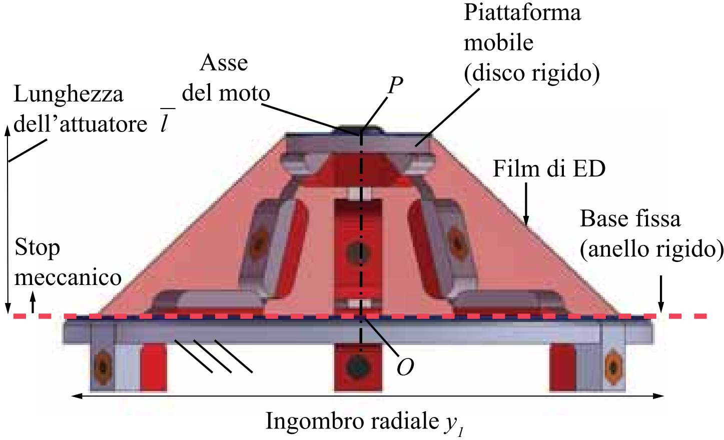


Figure 3: Configurazione dell'attuatore a voltaggio e carico nulli.

siale fino al raggiungimento di un raggio finale y_1 (Fig. (4)). Viene poi applicata una forza esterna lungo la direzione z (fornita dalla piattaforma della SDS) che fa si che l'ED assuma una forma conica. Le fasi concettuali di realizzazione dell'attuatore sono mostrate in Fig. (4). La posizione di equilibrio dell'attuatore nello stato OFF raggiunta quando le manovelle delle gambe "compliant" della SDS risultano perpendicolari alla direzione del moto della piattaforma mobile. La base fissa fornisce uno stop meccanico che previene il funzionamento dell'attuatore in regioni dove $l < \bar{l}$ (Fig. (3)). La SDS deve essere adeguatamente dimensionata in funzione dell'applicazione specifica. Le dimensioni dei giunti flessibili possono essere determinate, nello stadio iniziale di design, usando un modello di corpo pseudo rigido (o *Pseudo-Rigid-Body Model* (PRBM) [11]) del meccanismo.

4. MODELLO DELL'ATTUATORE

La spinta utile dell'attuatore data da:

$$F_a(V, l) = F_f(V, l) - F_s(l) \tag{1}$$

dove l la lunghezza attuale dell'attuatore e V il voltaggio applicato al film di ED.

Determinazione sperimentale della forza di reazione del film

Il film di ED utilizzato in questo lavoro una membrana di elastomero acrilico (VHB4905) mentre gli elettrodi cedevoli sono realizzati mediante un grasso conduttore. Le dimensioni del film di ED ed il massimo voltaggio di attivazione sono riportati nella Tab. (1), dove t denota lo spessore iniziale della membrana acrilica e V_{max} il voltaggio massimo applicato. Il pretensionamento iniziale nella direzione radiale y $y_1/y_0 = 4$. Vale la pena menzionare che la forza del film F_f dipende dal pretensionamento [16]. Al fine di determinare la forza del film F_f per diversi valori di voltaggio applicato, stato predisposto un apparato sperimentale (Fig. (5a)). Uno spostamento positivo lungo la direzione z viene imposto ad un disco rigido rappresentante la piattaforma mobile della struttura "compliant" (Fig. (4)).

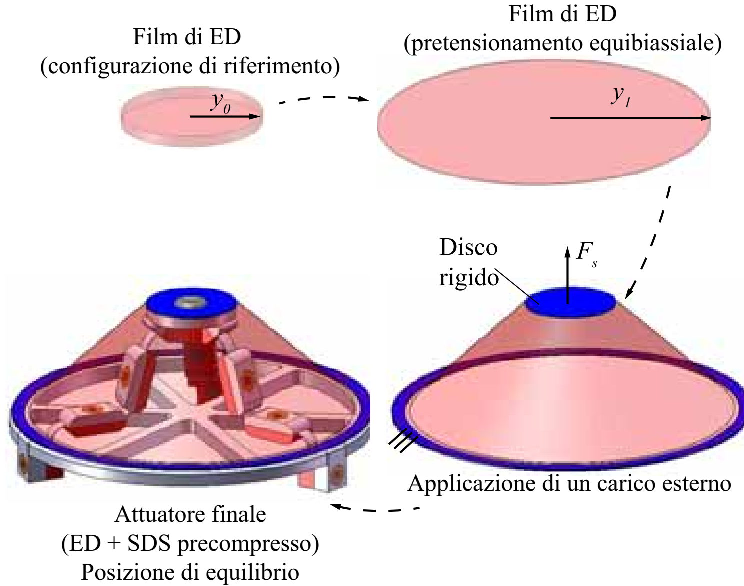


Figure 4: Fasi concettuali di realizzazione dell'attuatore.

L'apparato sperimentale configurato in modo tale che la direzione positiva di z sia opposta alla gravit. La deflessione del film di ED dovuta al suo stesso peso viene trascurata.

La Fig. (6) mostra le curve sperimentali FL del film per diversi valori di voltaggio applicato. Si pu notare che, per una data configurazione imposta, il modulo della forza di reazione del film di ED, $|F_f|$, diminuisce se confrontato con la stessa forza qualora non sia applicato alcun voltaggio. Inoltre, le curve ${F_a}^{off}$ e ${F_a}^{on}$ non sono parallele. La SDS sar progettata in modo da ottenere una forza costante durante lo stato ON dell'attuatore. Durante lo stato OFF, l'attuatore manterr una rigidezza positiva. Tanto pi alta sar tale rigidezza, tanto pi facilmente l'attuatore torner nella sua posizione di riposo (punto A in Fig. (2)) se disattivato. Si noti che le curve FL mostrate in Fig. (6) sono determinate in condizioni quasi statiche e la dipendenza



(a)



(b)

Figure 5: Apparecchiatura sperimentale per la determinazione della forza del film, F_f (a) e della SDS, F_s (b)

Table 1: Dimensioni del film di ED e voltaggio massimo di attuazione

y_o (mm)	y_1 (mm)	t (mm)	V_{max} (kV)
20	80	1.5	5

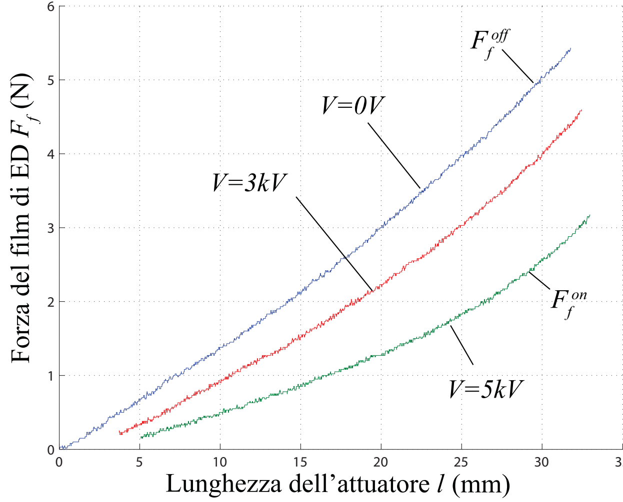


Figure 6: Forza del film di ED a differenti valori di voltaggio applicato.

dal tempo della forza del film non viene considerata.

Progetto della struttura di supporto

Ogni singola gamba della SDS modellata come manovellismo di spinta "compliant" (Fig. (1d)). Le coppie dovute alla deflessione dei giunti flessibili sono date da:

$$T_i = -K_i \Psi_i \tag{2}$$

dove $K_i, i = 1, 2, 3$ sono le rigidezze dei giunti (tuttora incognite), $\Psi_1 = \vartheta_3 - \vartheta_{30} - \vartheta_2 + \vartheta_{20}$, $\Psi_2 = \vartheta_2 - \vartheta_{20}$, $\Psi_3 = \vartheta_3 - \vartheta_{30}$, ϑ_2 e ϑ_3 sono le posizioni angolari di manovella e biella, misurate rispetto alla direzione del moto dell'attuatore ($\vartheta_1 = \vartheta_3 + \vartheta_2$), e ϑ_{20}, ϑ_{30}, ϑ_{10} ($\vartheta_{10} = \vartheta_{30} + \vartheta_{20}$) sono le posizioni indeflesse dei giunti flessibili. Con riferimento alla Fig. (7), r_2 e r_3 indicano le lunghezze di biella e manovella rispettivamente, r_4 indica la distanza dello spingitore dall'asse di simmetria dell'attuatore, ed e indica l'eccentricit del manovellismo di spinta. Si ricordi che $l = |P - O|$ la lunghezza attuale dell'attuatore e $\bar{l}$ la lunghezza iniziale dell'attuatore raggiunta quando le manovelle delle gambe della SDS sono perpendicolari alla direzione del moto dello spingitore (attuatore sottoposto a carico esterno nullo e a voltaggio nullo). Dall'analisi di posizione del meccanismo si ricavano le seguenti relazioni:

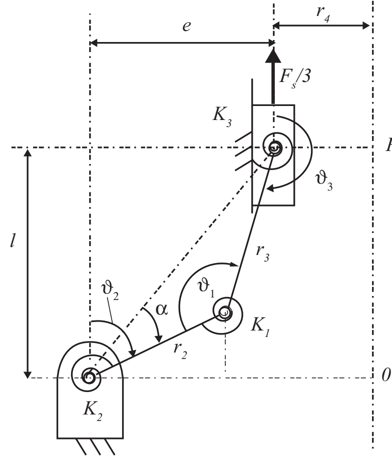


Figure 7: Modello di corpo pseudo-rigido di una gamba della SDS.

$$r_3 = \sqrt{l^2 + (e - r_2)^2} \tag{3}$$

$$\vartheta_3 = \pi - asin\Big(\frac{r_2 sin(\vartheta_2) - e}{r_3}\Big) \tag{4}$$

$$l = r_2 cos(\vartheta_2) - r_3 cos(\vartheta_3) \tag{5}$$

Con riferimento alla forza agente sullo spingitore, la seguente relazione risulta verificata grazie al principio di sovrapposizione degli effetti:

$$F_s = F_1 + F_2 + F_3 \tag{6}$$

dove F_i il contributo della rigidezza K_i della coppia $i - esima$ considerata singolarmente. Espressioni per le forze F_1, F_2 e F_3 possono essere ricavate dall'analisi statica del meccanismo o attraverso il principio dei lavori virtuali (fare riferimento a [11], pp. 248-250):

$$F_1 = 3\frac{K_1 \Psi_1 cos(\alpha)}{r_2 sin(\vartheta_2 - \alpha)} \tag{7}$$

$$F_2 = 3\frac{K_2 \Psi_2 cos(\vartheta_3)}{r_2 sin(\vartheta_3 - \vartheta_2)} \tag{8}$$

$$F_3 = 3\frac{K_3 \Psi_3 cos(\vartheta_2)}{l\ sin(\vartheta_2) - e\ cos(\vartheta_2)} \tag{9}$$

dove $\alpha = atan(e/l)$ (Fig.(7)). La Fig. (8) mostra i moduli delle forze F_1, F_2 e F_3 riguardanti la SDS finale (calcolate mediante le Eq. (7-9)). Si consideri separatamente il contributo di ogni rigidezza K_1, K_2, K_3: possibile notare che le rigidezze K_1 e K_2 possono essere scelte

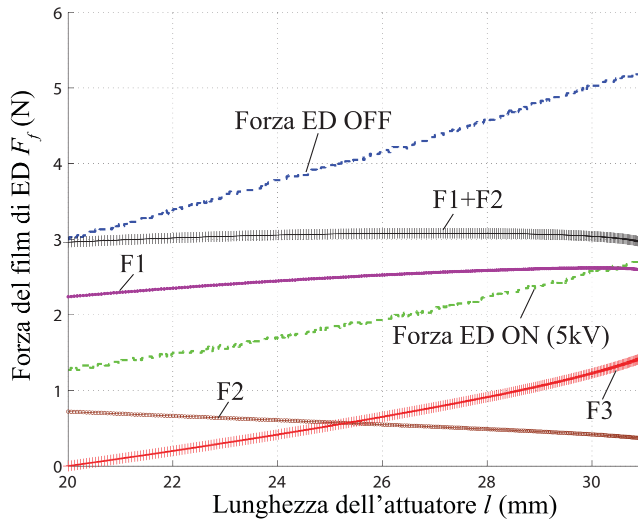


Figure 8: Curve FL di ED ed SDS. Si illustra il contributo delle forze F_1, F_2, F_3 (mostrate in modulo) sulla forza della SDS F_s (determinato tramite PRBM).

in modo che $F_1 + F_2$ presenti un profilo FL quasi costante, mentre la rigidezza K_3 pu essere selezionata in modo che F_3 presenti un profilo FL con pendenza negativa. Infatti, per $K_1 = K_2 = 0$ il manovellismo di spinta compliant si comporta come un meccanismo bistabile che raggiunge una posizione di equilibrio instabile quando la manovella perpendicolare alla direzione del moto dello spingitore (cio quando $\vartheta_2 = \frac{\pi}{2}$). E' noto che i meccanismi con questo comportamento sono caratterizzati da curve FL a pendenza negativa (cio rigidezza negativa) [7, 8, 11]. Come precedentemente discusso in [7, 8], queste tipologie di meccanismi possono essere realizzate in modo da appiattire la curva FL del film di ED. Dunque, la metodologia di design composta da due step:

1. I valori di K_1 e K_2 sono scelti in modo che:
   - La forza $F_{12} = F_1 + F_2$ sia quasi costante nell'intervallo di corsa desiderato.
   - Nella posizione iniziale dell'attuatore $\bar{l}$, la forza $F_{12}(\bar{l}) = F_1(\bar{l}) + F_2(\bar{l})$ e la forza del film ED nello stato OFF, $F_f(\bar{l}, 0)$ abbiano lo stesso modulo. Essenzialmente una SDS precompressa avente $K_1 \neq 0$ e $K_2 \neq 0$ utilizzata per modificare la spinta utile dell'attuatore senza alterarne la rigidezza.

2. Il valore di K_3 scelto in modo da appiattire $F_f(l, V_{max})$ lungo l'intervallo di corsa desiderato. Si noti che, in generale, tanto pi ampio l'intervallo di corsa tanto maggiore sar la deviazione della spinta utile dal valore costante desiderato.

Le dimensioni caratteristiche della SDS finale sono ricavate mediante una procedura di ottimizzazione ampiamente descritta in [17, 18] e basata sul modello analitico qui presentato. I valori ottimali delle dimensioni caratteristiche della SDS sono riportati in Tab. (2). In Fig. (9), vengono tracciati il modulo della forza della SDS $|F_s|$ (determinato tramite PRBM) e

Table 2: Parametri progettuali della SDS

e (mm)	$\bar{l}$ (mm)	r_2 (mm)	r_3 (mm)	r_4 (mm)
28	20	20.9	21.2	12
K_1 (Nm/rad)	K_2 (Nm/rad)	K_3 (Nm/rad)	ϑ_{20} (°)	ϑ_{30} (°)
0.0128	0.006	0.0349	42.0°	221.3°

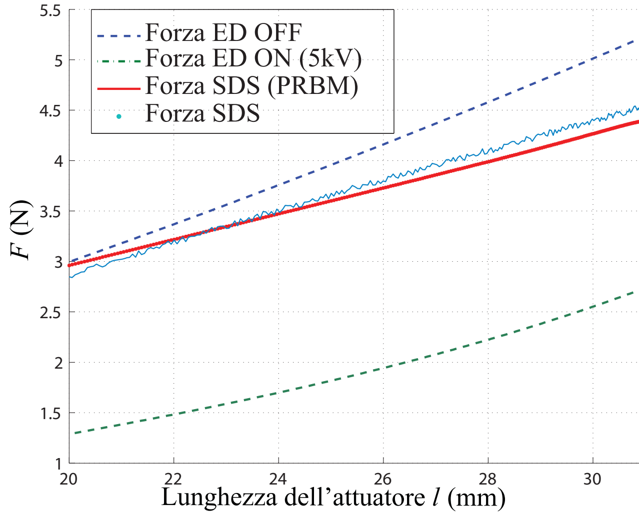


Figure 9: Curve FL di ED, F_f (sperimentali), ed SDS $|F_s|$ in modulo (teoriche e sperimentali)

le forze del film ${F_f}^{on}$ e ${F_f}^{off}$ (determinate sperimentalmente) in funzione della lunghezza dell'attuatore l. Il comportamento della struttura quello atteso: il modulo della forza della SDS parallelo alla forza del film di ED ${F_f}^{on}$ lungo una parte rilevante della corsa e coincide con ${F_f}^{off}$ quando $l = \bar{l}$. Dai valori delle K_i si possono ricavare le dimensioni dei giunti flessibili. Supponendo che tali giunti siano realizzati come travi snelle a sezione rettangolare, ne consegue che $K_i = EI_{a_i}/L_i$ dove E il modulo di Young del materiale con cui si realizza il giunto, L_i la lunghezza della trave, e $I_{a_i} = {h_i}^3 b_i/12$ il momento di inerzia dell'area della sezione della trave riferita all'asse a_i (h_i e b_i indicano rispettivamente lo spessore e la larghezza della trave, mentre a_i l'asse baricentrico parallelo direzione della larghezza).

Con riferimento al materiale dei giunti, utile sottolineare che l'ottenimento di deformazioni elevate senza superare il limite di snervamento del materiale S_y richiede un materiale con alto rapporto S_y/E [11]. Come mostrato in Tab. (3), alcune plastiche, come polipropilene o Teflon (PTFE), offrono interessanti propriet in questo senso. Tuttavia, i giunti in plastica soffrono ben noti problemi di durata, bassa resistenza a fatica e fenomeni tempo-dipendenti (come *creep* o *stress relaxation*). Per questi motivi, al fine di validare sperimentalmente la soluzione proposta, sono stati utilizzati dei giunti metallici. Selezionando il *Sandvik*

Table 3: Propriet dei materiali in termini di S_y/E

Material	E (MPa)	S_y (MPa)	S_y/E *x* 1000
Teflon (*PTFE*)	345	23	66,7
Polypropylene	1400	34	24,3
Delrin	3100	69	44,9
Steel (*Sandvik 11R15*)	180000	1950	10,5
Aluminum 7075 heat treated	71100	503	7,1

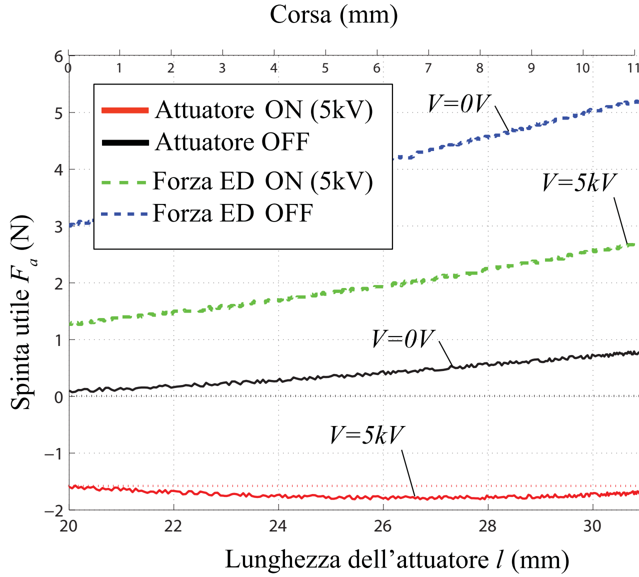


Figure 10: Curve FL di film di ED e attuatore.

11R15 quale materiale per la realizzazione dei giunti e conformando ogni giunto come una trave snella (ottenuta da lamine di acciaio di spessore desiderato), il modello sopradescritto permette di selezionare le dimensioni di giunto. I valori finali di tali dimensioni sono riportati in Tab. (4). La risposta della SDS stata valutata sperimentalmente (partendo da una singola gamba) utilizzando la strumentazione mostrata in Fig. (5b). Come riportato in Fig. (9), i risultati sperimentali mostrano una buona corrispondenza col comportamento previsto dal PRBM. La Fig. (10) mostra la spinta utile F_a dell'attuatore complessivo. La spinta utile dell'attuatore nello stato ON approssimativamente costante (circa 1.7 N) nell'intervallo di corsa 20-30mm (ammettendo una deviazione massima di 0.2 N) mentre la spinta utile nello stato OFF una curva approssimativamente lineare che si annulla per l =20mm. Una pendenza positiva della spinta utile in stato OFF mostra che l'attuatore in grado di recuperare la posizione iniziale $l = \bar{l}$ qualora disattivato.

Table 4: Dimensioni dei giunti

Dimension	b_i (mm)	h_i (mm)	L_i (mm)
Giunto K_1	5	0.08	3
Giunto K_2	5	0.08	6.4
Giunto K_3	5	0.08	1.1

5. CONCLUSIONI

E’ stato presentato un prototipo di attuatore ad ED. L’attuatore ottenuto accoppiando un film di ED conico con una struttura compliant. La struttura composta da una base fissa e da una piattaforma mobile connesse attraverso tre gambe uguali. Ogni gamba si comporta come un manovellismo di spinta ”compliant”. La struttura proposta utilizzata per modificare la spinta utile dell’attuatore ed ottenere un profilo desiderato della spinta stessa. L’attuatore qui presentato fornisce una forza costante lungo una parte rilevante della corsa quando il film di ED attivato, ed una forza di ritorno che lo riporta ad una posizione iniziale quando il film di ED disattivato. Le propriet elettromeccaniche del film sono misurate sperimentalmente mentre la struttura ”compliant” stata analizzata e dimensionata sulla base di un modello di corpo pseudo-rigido. Infine, i comportamenti di struttura e attuatore sono validati mediante procedura sperimentale.

RINGRAZIAMENTI

Gli autori ringraziano il laboratorio Mectron, Via Caduti delle Reggiane, 1/H 42100 Reggio Emilia (RE) per il supporto finanziario.

BIBLIOGRAFIA

[1] Bar-Cohen, Y., 2001. *Electroactive Polymer (EAP) Actuators as Artificial Muscles: Reality, Potential and Challenges*. Bellingham, WA, SPIE Press.

[2] Toupin, R., 1956. “The elastic dielectrics”. *J. Rational Mech. Anal,* **5**, pp. 849–915.

[3] Plante, J. S., 2006. “Dielectric elastomer actuators for binary robotics and mechatronics”. PhD thesis, Department of Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA.

[4] Schlaak, H. F., Jungmann, M., Matysek, M., and Lotz, P., 2005. “Novel multilayer electrostatic solid state actuators with elastic dielectric (invited paper)”. Y. Bar-Cohen, ed., Vol. 5759, SPIE, pp. 121–133.

[5] Kim, L., and Tadokoro, S., 2007. *Electroactive Polymers for robotic applications*. Springer.

[6] Vogan, J., 2004. “Development of Dielectric Elastomer Actuators for MRI Devices”. Master’s thesis, Department of Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA.

[7] Berselli, G., Vertechy, R., Vassura, G., and Parenti Castelli, V., 2008. “A compound-structure frame for improving the performance of a dielectric elastomer actuator”. *Springer, Advances in Robot Kinematics,* **11**, pp. 391–398.

[8] Berselli, G., Vertechy, R., Vassura, G., and Parenti Castelli, V., 2008. “Design of a single-acting constant-force actuator based on dielectric elastomers”. *Proceedings of IDETC/ ASME International Design Engineering Technical Conferences*.

[9] Berselli, G., Vertechy, R., Vassura, G., and Castelli, V. P., 2009.. "On designing compliant actuators based on dielectric elastomers for robotic applications". *IN-TECH, Advances in Robot Manipulators, ISBN 978-953-7619-X-X.*

[10] Plante, J., and Dubowsky, S., 2008. "The calibration of a parallel manipulator with binary actuation". *Springer, Advances in Robot Kinematics,* **11**, pp. 291–299.

[11] Howell, L., 2001. *Compliant Mechanisms*. John Wiley and Sons.

[12] Jensen, B., and Howell, L., 2004. "Bistable configurations of compliant mechanisms modeled using four links and translational joints". *ASME Journal of Mechanical Design,* **126**, pp. 657–666.

[13] Berselli, G., Vertechy, R., Vassura, G., and Castelli, V. P., 2009.. "Experimental evaluation of optimal conically-shaped dielectric elastomer linear actuators". *IEEE/RSJ IROS 2009, International Conference on Intelligent Robots and Systems, St. Luis, USA. ISBN: 978-1-4244-3804-4*, pp. 2910–2915.

[14] Berselli, G., Vertechy, R., Vassura, G., and Parenti Castelli, V., 2009.. "Design of a linear dielectric elastomer actuator of conical shape with quasi-constant available thrust". *IEEE INES 2009, International Conference on Intelligent Engineering Systems, Bridgetown, Barbados. DOI: 10.1109/INES.2009.4924743*, pp. 89–94.

[15] Bolzmacher, C., Hafez, M., Khoudja, M. B., Bernardoni, P., and Dubowsky, S., 2004. "Polymer based actuators for virtual reality devices and rehabilitation applications". In Proceedings of the SPIE, Vol. 5385, pp. 281–289.

[16] Wang, H., and Zhu, J., 2008. "Implementation and simulation of a cone dielectric elastomer actuator". Vol. 7266, SPIE, p. 726607.

[17] Howell, L. L., Midha, A., and Murphy, M. D., 1994. "Dimensional synthesis of compliant constant force slider mechanisms". In Proceedings of DETC94, ASME Design Engineering Technical Conferences, Vol. 71.

[18] Weight, B. L., 2001. "Development and design of constant-force mechanisms". Master's thesis, Department of Mechanical Engineering Brigham Young University.

A PRELIMINARY STUDY FOR A KINEMATIC MODEL OF THE COMPLEX TIBIA-FIBULA-TALUS-CALCANEUS

Benedetta Baldisserri
Department of Mechanical and Aeronautical Engineering,
University of Bologna, Italy
E-mail: benedetta.baldisserri@mail.ing.unibo.it

Vincenzo Parenti Castelli
Department of Mechanical and Aeronautical Engineering,
University of Bologna, Italy
E-mail: vincenzo.parenticastelli@mail.ing.unibo.it

Abstract. *The relevance of the articulation passive motion, i. e. the motion in virtually unloaded conditions, for the study of human diarthrodial joints has been widely recognized. In particular, passive motion makes it possible to better understand the basic role of the main anatomical structures that guide the relative motion between the articular elements. Recently, it was shown that equivalent mechanisms allow obtaining fisical-mathematical models that can well replicate the articular passive motion. These models represent also a useful tool for both pre-operation planning and prosthesis design.*
Although the human ankle joint has been extensively investigated for its strategic importance in human physical activities, studies that examine the kinematic behavior of the tibio-talar joint and also outline the motion of the fibula bone, which is directly involved in the ankle motion, are still lacking.
This paper presents a preliminary study for the development of a 3D passive motion model of the articulation that involves four bones; namely tibia, fibula, talus and calcaneus. In this anatomical complex, called TFC for simplicity, the ankle joint is a fundamental part. In particular, this model targets to evaluate the fibula role.

Keywords: *lower limb diarthrodial joints, tibia-fibula-ankle complex, passive motion, kinematic model*

1. INTRODUCTION

Diarthrodial joints can be briefly described as a type of articulation that allows a large bone relative motion, like the elbow and the knee joints. The relative motion of the bones that compose the articulation is constrained by anatomical structures that can be active or passive. The active constraining elements are muscles while the main passive ones are bones, ligaments, tendons and cartilages. Among the passive structures, some of them have the important role to guide, together with the articular surfaces, the relative motion of the bones, as for example the cruciate ligaments in the knee [1], or the calcaneofibular and tibiocalcaneal ligaments in

the ankle [2].

Models of diarthrodial joints proved to be an efficient tool for pratical applications: they provide useful informations for the planning of surgical interventions, for the design of reliable and efficient prostheses, and for rehabilitation issues. In a model, the anatomical elements can be represented by rigid bodies, or by elastic bodies, or by bodies with a viscous behaviour. Models can be two-dimensional (2D) or three-dimensional (3D). Obviously 3D models are more elaborate and sophisticated experimental techniques are essential to measure the very large amount of geometrical, kinematic and dynamic parameters that are normally involved in the joint mechanical analysis. Both kinematic and kinetostatic (dynamic) models, that can involve both passive and active anatomical structures, are of interest. The purposes of the two kinds of models are different but closely related. In particular, great relevance is given to passive motion models that involve only passive structures, such as ligaments and bones, and that are deputed to simulate the joint motion under virtually unloaded conditions. In fact they allow a deeper understanding of the basic role the main passive anatomical structures play in the joint motion.

In the literature a great amount of work on the modeling of the lower limb diarthrodial joints (hip, knee, ankle) and of the whole lower limb has been presented. Different methods have been used to develop the models: the choice of a particular method depending on the aim and on the relevance of the study.

In particular, for the human hip joint a huge amount of kinematic and dynamic models have been proposed. For instance, in [3] an analytical parametric model allows estimating the natural biological variations in muscle forces and their effect on the hip forces subjected only to physiological constraints and to a not predefined optimization criterion; in [4] a muscoloskeletal model, in which the hip is represented by a three-DoF (Degree of Freedom) joint, has been used to estimate joint hip forces during simulated prone hip extension and supine hip flexion, under a control condition and two altered synergist muscle force conditions; in the muscoloskeletal model presented in [5,6], the hip joint is defined as a ball-in-socket joint, with the aim to analyze the effect of subject-specific modelling of hip geometry on the quantification of hip joint moments, muscle moments and hip contact forces during gait; in [7–9] some models have been used for calculating the contact stress distribution in the hip to know the resultant hip forces and characteristic geometrical parameters, or to represent the human hip in the static one-legged position of the body; in [10] a 3D finite element (FE) model has been developed and validated for predicting cartilage contact stresses in the human hip; in [11] a phisical rig of the hip joint consists of an artificial pelvis made of aluminium, linked by a ball-and-socket joint to an anatomically shaped steel femur (thigh bone), to simulate the impact load on the hip of a falling person wearing a hip protector.

In the last few years a great amount of work about the modeling of the human knee have been also presented. A computationally efficient methodology that combines a multibody dynamic simulation with a deformable contact knee model has been developed for predicting muscle forces and joint contact pressures simultaneously [12]. In a number of 2D models [13, 14] and 3D models [15], the femur and tibia bones have been represented with rigid segments (also the patella has been modeled as a rigid body when it has been considered in the knee model [13]) connected to each other by nonlinear elastic elements, representing the ligaments [13–15]. Also equivalent mechanisms have been proposed for modeling the knee joint: equivalent spatial parallel mechanisms with one-DoF for modeling the knee joint in passive motion in which rigid bodies represented the bones and the isometric ligaments fibres

are reported in [16–21]. A 2D model of patellofemoral and tibiofemoral joints has been developed for simulating the static behaviour of the knee considering three bones (patella, tibia and femur), ligaments and tendons as rigid bodies [22]. Many models of the knee joint with different complexity proposed in literature use the finite element method, to analyze, for instance, the humana patella biomechanics during knee passive flexion [23], or to study how the variables associated with a meniscal replacement affect the tibio-femoral contact [24].

The same kind of investigations can be found in many papers on the human ankle joint. Several 2D ankle models analyse the static or dynamic behavior of the joint only in the saggital plane: the ankle is represented as a hinge that links together two rigid segments, one representing the foot and the other one the leg. For example, a 2D biomechanical inverted pendulum model for sway in saggital plane has been developed in [25, 26] for studying the ankle strategy employed in balance control: this model of ankle joint has been used to better evaluate postural sway, to better understand the role of the ankle torque in postural control, and to find a correlation between the ankle moment and the sway angle. The same bidimensional model with two segments and a hinge has been also developed for examining the correlation between ankle torque and ankle angle during walking to evaluate the implications for design of ankle prostheses [27]. This model has been used also to test the validity of an original technology that allows measuring the ground reaction forces, the centre of pressure and the body movement using an ambulatory system [28, 29]. A different 2D model of the ankle joint is the four bar linkage mechanism used to describe the dorsi/plantarflexion in unloaded conditions [30]. Some 3D models have been also developed for better understanding the human ankle joint. For example an anatomically accurate 3D finite model of the human foot and ankle has been generated using data from sequential Computed tomography scans: this model has been used to predict the response of the foot to tibial forces of 150 N [31]. Moreover, starting from experimental observations, some researchers have proposed equivalent spatial parallel mechanisms for the passive motion simulation at the human ankle complex joint [32–34].

The human lower limb comprises a great number of anatomical elements, like bones, ligaments, tendons and muscles. The development of a model of the whole lower limb that includes all these structures is a difficult task: this model consists of a very large amount of parameters and it cannot be solved in a simple way or with a low computational cost. In many studies the model of the lower limb features three rigid segments representing the foot, the shank and the thigh. For example the rigid segments are constrained by four linear tension springs that represent four muscles to understand how the elastic components of muscle-tendons systems behave in a human-like segmented leg structures [35]. A similar bidimensional spring-mass model has been used to find the joint stiffness of both the ankle and the knee, the global leg stiffness, and the relationship between the local and global stiffness [36]. In [37] dynamic muscoloskeletal model, the three rigid segments representing the leg are connected by 21 attached muscles defined by their physiological cross-sectional area and the maximum muscle stress: this model has been used to estimate the bone contact forces acting on the distal end of the tibia during the stance phase of running. Some researchers used three rigid segments connected to each other by ball-hinges with three indipendent rotational degrees of freedom: this is a 3D model that can predict walking patterns or could reconstruct non-measured rotations [38]. In a few studies the lower limb is represented with more than three segments. For example the leg consists of a thigh, shank, patella and foot to examine the individual contributions of the ankle plantar flexors [39]; otherwise a 3D model is formed

of upper leg, lower leg, hindfoot, forefoot, and hallux segments to investigate the influence of an active ankle-foot orthosis in the initial contact dynamics [40]. [41] presents a multibody methodology for systematic construction of a two-dimensional biomechanical model of a human body, aimed at the effective determination of the muscle forces and joint reaction forces in the lower extremity during saggital plane movements.

This paper will focus on the modeling of the articulation that involves the four bones tibia, fibula, talus and calcaneus (henceforth the whole articulation is call TFC for brevity). In the literature there is only a few studies that examine the kinematic behavior of the human tibio-talar joint investigating also the motion of the fibula bone, although the fibula kinematic behavior is directly involved in the ankle kinematic analysis. An exception is the new computational model of the lower limb presented in [42] and developed to study the effects of a syndesmotic injury on the relative motion between tibia and fibula, and the ankle inversion stability: the anatomical elements modelled in this study are several bones (the tibia and fibula, talus and calcaneus, navicular, cuneiform and metatarsal bones), several ligaments and the interosseus membrane. The modeling of the TFC complex is believed to represent a useful tool for studying the fibula role during the ankle motion, both in passive condition and in response to external load, thus for a better knowledge of the ankle complex (that means the anatomical structure composed of the ankle and the subtalar joint) mechanical behaviour. Moreover, involving different anatomical structures that affect the ankle motion, a TFC model can also play an important role for a future development of a model that will describe the motion of the whole leg.

In particular, the aim of the preliminary study presented in this paper is the development of a TFC complex model for the passive motion. Several works [16, 17, 32, 33] have shown that the passive motion model of a diarthrodial joint is of great relevance to both clarify the role played by the principal anatomical structures of the articulation (such as articular surfaces and ligaments) and perform a more reliable dynamic analysis. Moreover, modeling the passive motion can be regarded as a fundamental starting point of a sequential procedure [43], which provides a dynamic model that incorporates all the anatomical structures, both passive and active, and makes it possible to have a global analysis of the articulation, because it highlights the role that each individual joint structure plays in the joint. Therefore modeling the passive motion of the TFC complex is considered an important step.

The adopted approach represents the articulation as an equivalent spatial mechanism in which every rigid link corresponds to a specific anatomical element. This makes the geometry of the mechanism fit the anatomical structures of the natural joint.

Starting from basic assumptions and anatomical investigations, a number of models have been devised with the purpose to find a model which is the best compromise between simplicity and efficacy. Each developed model has been critically analyzed and used as a basis for a further improved model. The intermediate models will be presented. The assumptions done and the limits of the models will be underlined in order to show the evolution of the preliminary study and the definition of a possible procedure that could be useful to tackle the kinematic analysis of an anatomical complex under virtually unloaded conditions.

The final model proposed at the end of this study is represented by an equivalent spatial mechanism that can both simulate the passive motion of the TFC complex and fit well the TFC's main anatomical structures.

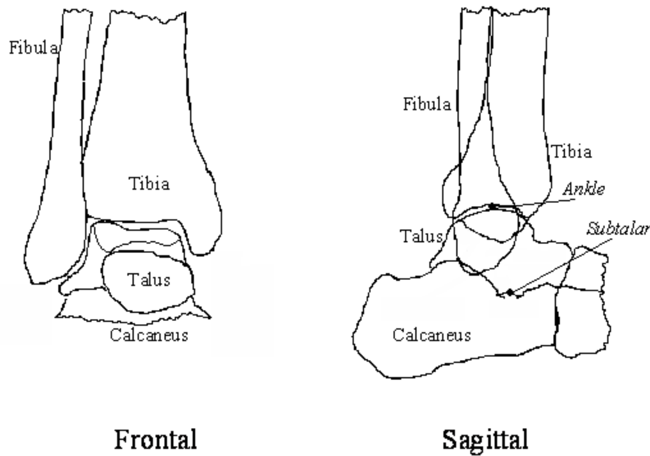


Figure 1: The main bones of the human ankle complex

2. MODELING

Assumptions

Four main bones, namely tibia, fibula, talus and calcaneus (Fig. (1)) and some ligaments are considered. Among all the ligaments of the lower leg, two ligaments have been proved experimentally to have some isometric fibers during ankle passive motion (calcaneofibular, CaFiL, and tibiocalcaneal, TiCaL, ligaments) [2]; for the other ligaments the isometry of some fibers is taken as an assumption that allows the modeling of these ligament fibers with rigid bodies.

Thus, in the equivalent mechanisms proposed, bones and ligament isometric fibers are modeled as rigid links. In particular talus and calcaneus are considered as a single rigid body because the relative motion between these two bones is negligible with respect to the relative motion of the other bones. Hence the four bones tibia, fibula, talus and calcaneus are modeled as three rigid segments; namely, tibia, fibula and talus/calcaneus.

Moreover, the contact between the bones, and the ligament insertions have also to be modeled. These connections among anatomical elements can be represented as kinematic pairs, that can be of different types: elementary or higher with one or more degrees of freedom. The choice on which kind of kinematic pairs will be used for modeling these particular anatomical elements determines the features of the mechanism. It means that different mechanisms can be developed for modeling the same anatomical complex, depending on which anatomical elements are modeled and on which kinematic elements are used for modeling the anatomical ones.

Finally, experimental studies showed that during passive joint flexion, the ankle complex behaves as a one-DoF system [2, 32, 33]. Based on this observation, it is assumed that also the TFC complex can be considered as a one-DoF system under virtually unloaded condition.

First, the relative motion between tibia and fibula in the lower extremity has been analysed, looking for experimental data in literature [2, 44–51]. The studies have shown that during the ankle plantar/dorsi flexion, the main displacement of the fibula with respect to the

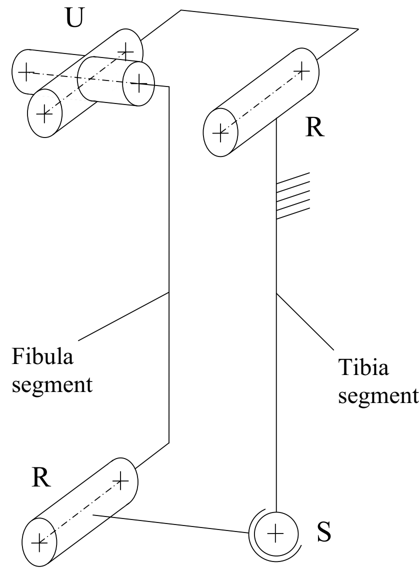


Figure 2: The spatial four-bar linkage for the tibia-fibula complex

tibia is the lateral one (a few mm); this motion corresponds to the widening of the ankle mortise. The fibula has also minimal anterior-posterior and upward-downward displacements, that shortly exceede 1 mm. Moreover it has been underlined that the displacement of the fibula along the longitudinal axis during plantar/dorsi flexion leads the interosseus membrane fibers between tibia and fibula to change their positions, from an oblique one to a horizontal one.

The first model: M1

From anatomical investigation, a first equivalent mechanism of the tibia-fibula complex has been developed. It is the spatial four-bar linkage of type RURS (R, U and S are for revolute, universal and spherical pair respectively) with one-DoF depicted in the Fig. (2): two links represent the fibula and tibia bones and the other two links represent the constrains consisting of the interosseus membrane fibers. The connections between the tibia segment and the two interosseus membrane fiber segments are modelled respectively with a R pair, whose direction maybe taken orthogonal at the frontal plane, and with a S pair, whose centre is the fiber insertion point on the tibia; the connections between the fibula segment and the two interosseus membrane fiber segments are modelled respectively with an U joint, whose centre is the fiber insertion point on the fibula, and a R pair, whose direction maybe taken orthogonal at the frontal plane.

Furthermore, in order to define the TFC model, the connections between the tibia and fibula bones with the talus and calcaneus bones have to be modeled. The same anatomical elements that were modeled in [33] for a one-DoF equivalent spatial mechanism for the ankle

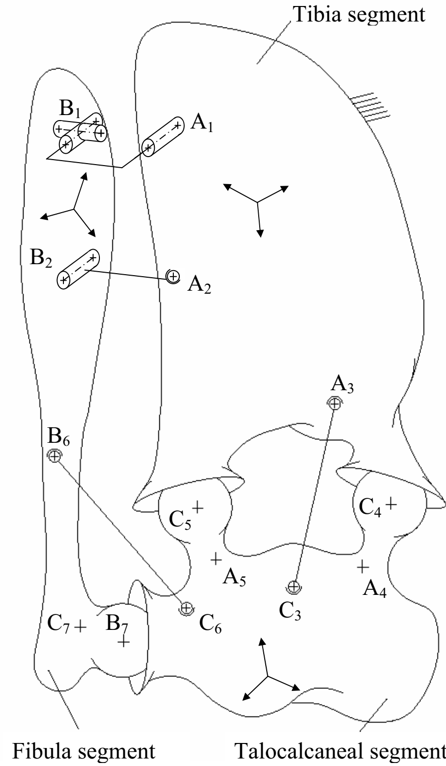


Figure 3: The M1 mechanism for the TFC complex

complex joint passive motion, have been used. More precisely, the talus and the tibia bones and the talus and the fibula bones have been considered in mutual contact at two points and one point respectively, and the portion of each contact surface has been approximated by a spherical surface. Moreover, the isometric fibers of the two ligaments CaFiL and TiCaL have been modeled as two rigid segments linked to the bone rigid bodies with spherical pairs.

Thus, the resulting model for the passive motion of the TFC complex is the one depicted in Fig. (3), M1. Here the talocalcaneal, tibia and fibula segments feature three sphere-to-sphere contact points, where points C_4, C_5 and C_7, A_4 and A_5, B_7 represent the centers of the mating spherical surfaces fixed to the talocalcaneus, tibia and fibula respectively. Points A_3 and C_3, B_6 and C_6 are the centres of the spherical pairs that link respectively the TiCaL segment with the tibia and talocalcaneal segments, and the CaFiL segment with the fibula and talocalcaneal segments. These points represent the insertion points on the bone segments of the isometric fibers of the two ligaments. The tibia segment is also connected with two interosseus membrane fibers: points A_1 (that belongs to the axis of the R pair - see Fig. (2)) and A_2 (that is the centre of the S pair - see Fig. (2)) represent the insertion points on the tibia bone of the two fibers. Fibula segment is connected with the same two interosseus membrane fibers: points B_1 (that is the centre of the U joint - see Fig. (2)) and B_2 (that belongs to the axis of the R pair - see Fig. (2)) represent the insertion points on the fibula bone of the two

fibers.

Although anatomically based, this model has two main limits: the first one is that it is a two-DoFs, while the aim of the present study was to model the TFC complex with a single-DoF mechanism. The second limitation of M1 is that it cannot satisfactorily represent the contact between the fibula and the tibia bones in the proximal end, under the knee joint, because the R pair, whose axis is throught A_1, doesn't allow the centre of the U joint B_1 - fixed on the fibula segment - the rotation around the two axes ortogonal to the revolute kinematic pair axis: these displacements are not the fibula bone principal ones, but they are not forbidden in the anatomical complex. Therefore M1 mechanism does not allow a knowledge of the role and the features of the anatomical structures of the joint with a sufficient accuracy.

3. INTERMEDIATE MODELS

By a careful inspection, a strict correspondence between articulation anatomical structures and mechanism elements can be recognized and then usefully used to devise the equivalent mechanism for modeling the TFC complex passive motion more satisfactory. More precisely, the following correspondences can be assumed:

1. bones with rigid bodies;
2. ligament isometric fibers with rigid rods;
3. ligament attachments with spherical pairs (or universal joints for considering also the ligament twisting around their own axes);
4. bone contact points with higher pairs which have 5-DoFs. For instance, higher pairs with sphere-on-sphere contact are equivalent to two rigid bodies linked by a rigid rod connected to the two bodies by spherical pairs; in fact, during the relative motion of two conjugate spherical surfaces, the two surfaces keep the contanct at a single point and the distance between the centres of the two spheres does not change.

If all points of contact between the bones are modeled as sphere-on-sphere pairs, they all can be represented with rigid rods linked to bones by spherical pairs; the same as for the ligament isometric fibers. It is easy to show that a mechanism with three rigid bodies interconnected by binary links through spherical pairs needs 11 rigid rods connecting the three segments in order to have one-DoF. This computation is based on the Grübler formula.

Five of the 11 rods could be the same of the model presented in [33] for the modeling of the ankle joint, more precisely: two rods represent the isometric fibers of CaFiL and TiCaL, other two rods can represent the contact points between tibia and talus, and the last one represents the point of contact between fibula and talus. Another rod is used to model the contact between tibia and fibula in the proximal end, and at least one rod represents the interosseus membrane fibers between tibia and fibula. The mechanism needs other four rods to be a one-DoF mechanism.

These considerations have been the starting point for the development of different spatial mechanisms to simulate the passive motion of the TFC complex. The 11 rods and the three rigid bodies can be arranged to form different mechanisms.

In M2_1 mechanism (Fig. (4)) six ligament isometric fibers are modeled with six rods: points A_i and B_i, i=1,2,3, represent the insertion points respectively on tibia and fibula segments of the isometric fibers of the three interosseus membrane fibers; points A_i and C_i,

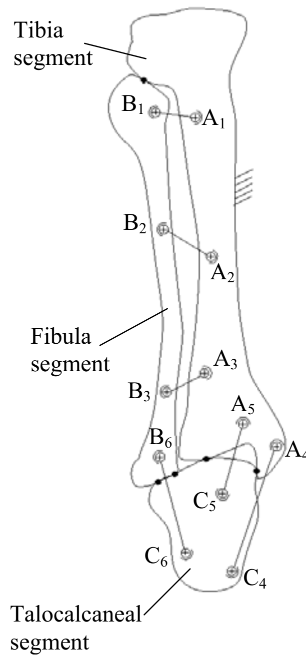


Figure 4: The M2_1 mechanism for the TFC complex

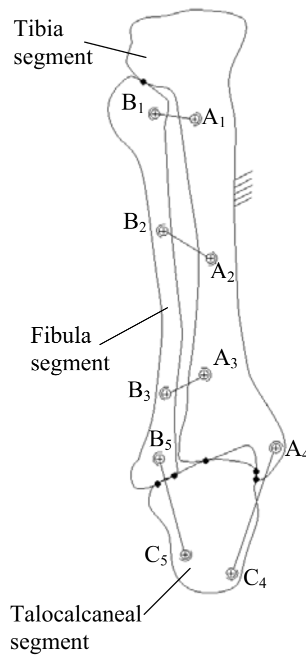


Figure 5: The M2_2 mechanism for the TFC complex

i=4,5, represent the insertion points respectively on tibia and talocalcaneal segments of the isometric fibers of the two ligaments TiCaL and TiTaL (one of the main ligaments between tibia and talus bones); points B_6 and C_6 represent the insertion points on fibula and talocalcaneal segments respectively of the isometric fiber of the ligament CaFiL. All the points reported above are the centres of the spherical pairs that connect ligament segments with bone segments. Five points of contact between bones are represented with the remaining five rods. In particular, dots in Fig. (4) represent the higher pairs between bone segments: one is between fibula and tibia segments in the upper extremity, two are between fibula and talocalcaneus segments and two are between tibia and talocalcaneus segments.

In M2_2 mechanism (Fig. (5)) only five ligaments are selected and modeled with rigid rods: points A_i and B_i, i=1,2,3, represent the insertion points respectively on tibia and fibula segments of the isometric fibers of the three interosseus membrane fibers; points A_4 and C_4 represent the insertion points respectively on tibia and talocalcaneal segments of the isometric fiber of the ligament TiCaL; points B_5 and C_5 represent the insertion points respectively on fibula and talocalcaneal segments of the isometric fiber of the ligament CaFiL. All the points are the centres of the spherical pairs that connect ligaments with bone segments. Six points of contact between bones are represented with the remaining six rods. In particular, dots in Fig. (5) represent the higherpairs between bone segments: one is between fibula and tibia segments in the upper extremity, two are between fibula and talocalcaneus segments and three are between tibia and talocalcaneus segments.

However, it is more convenient mantaining the same number of bone contact points in the ankle joint as the one-DoF parallel mechanism presented in [33], because this solution led to an equivalent mechanism that showed both to be very efficient to simulate the ankle passive motion, and to fit well the ankle's main anatomical structures. This consideration justifies the search for a new mechanism, called M3 and presented in the next session.

4. THE MODEL M3

The new mechanism M3 comprises respectively two sphere-on-sphere higher pairs that represent the contact between tibia and talus (the internal region of the inferior surface of the distal tibia articulate with the talus surface and the medial malleolus), and one sphere-on-sphere higher pair that represents the contact between fibula and talus (the lateral malleolus) as in [33] ankle model: points A_4 and A_5, B_4 and B_5 and D_9, C_9, represent the centers of the mating spherical surfaces fixed to the tibia, talus-calcaneus and fibula respectively. Six rods represent six ligament isometric fibers that constrain the three rigid bodies representing the fibula, tibia and talus-calcaneus bones: points A_i and B_i, i=1,2,3, represent the isertion points respectively on the tibia and talus-calcaneus segments of TiCaL ligament, anterior tibiotalar ligament (TaTiL-ant) and posterior tibiotalar ligament (TaTiL-post); points C_i and D_i, i=6,7,8, represent the isertion points respectively on the fibula and talus-calcaneus segments of CaFiL ligaments, anterior talofibular ligament (TaFiL-ant) and posterior talofibular ligament (TaFiL-post). Based on a careful inspection of the proximal part of tibia and fibula, the contact point between the two bones is modeled by a plane-on-sphere higher pair, instead of the sphere-on-sphere higher pair: point C represents the center of the mating spherical surface fixed to the tibia proximal end and in contact with the plane surface fixed to the fibula proximal end. The remaining rigid rod - essential to develop a one-DoF mechanism - is used to represent one fiber between fibula and tibia: points A_{10} and C_{10} represent the isertion points respectively on the tibia and fibula segments of a fiber of the interosseus membrane.

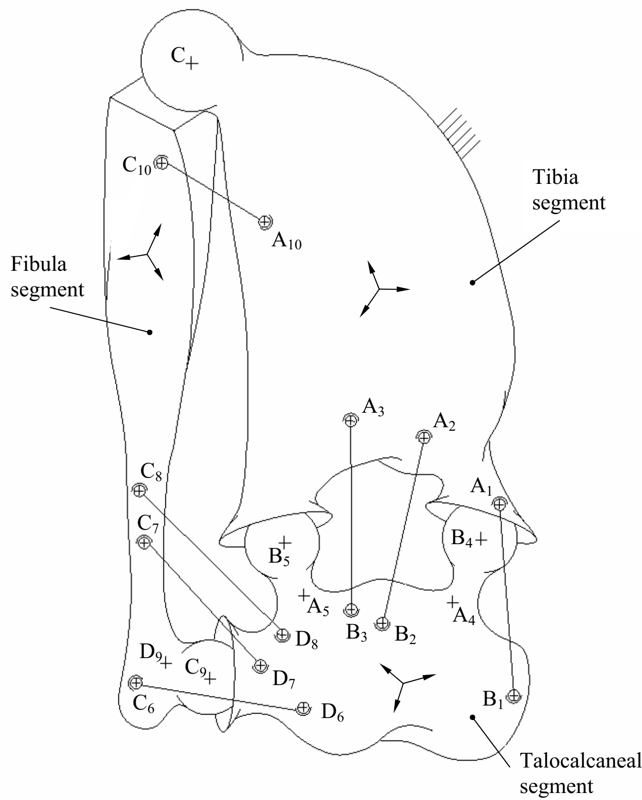


Figure 6: The M3 mechanism for the TFC complex

The equivalent mechanism M3 shown in Fig. (6) can be more synthetically represented by the mechanism shown in Fig. (7). Here the meaning of the points A_i, B_i, C_j, D_j, A_k, C_k (i=1,2,...,5, j=6,7,...,9 and k=10) and C is the same as in Fig.6. This one DoF mechanism will be considered as the equivalent mechanism of the TFC complex for the passive motion.

The mechanism M3 is believed to provide good results both to simulate the TFC complex passive motion and to fit the anatomical structures. However some limits can be underlined. The assumption to consider an isometric fiber for every ligament is not yet justified by experimental data, except for CaFiL and TiCaL. On the other hand, representing the ligaments as rigid rods led to good results in previous studies and makes the mechanism less complex. If the presented model M3 will fit well the experimental data of the TFC passive motion, it will be necessary to prove experimentally the real existence of isometric fibers in the selected ligaments. Moreover, in the M3 mechanism there is a single DoF between tibia and talus-calcaneus: it means that the two higher pairs between talus and tibia and the three rigid rods representing the three ligaments, TiCaL, TaTiL-ant and TaTiL-post, constrain the relative motion between tibia and talus-calcaneus to one-DoF motion. Therefore the fibula results to be driven only by this motion.

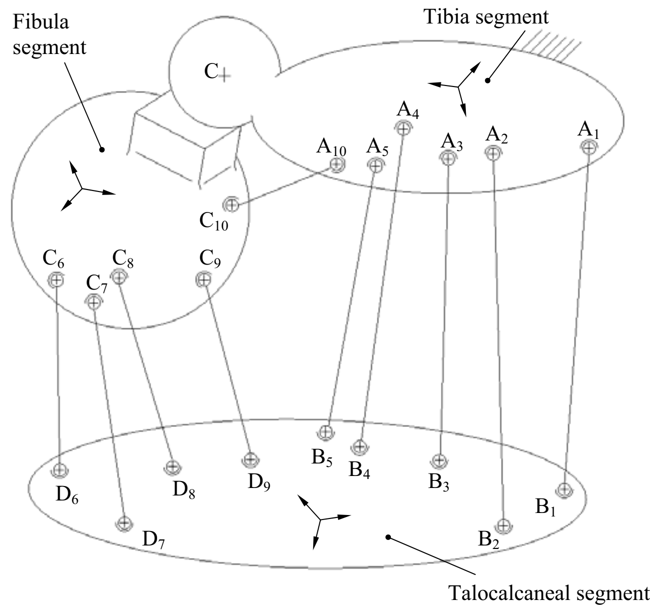


Figure 7: The equivalent M3 mechanism for the TFC complex

5. CONCLUSION

A preliminary study for the modeling of passive motion of the complex TFC (tibia, fibula, talus-calcaneus) by a spatial equivalent mechanism has been proposed in this paper. Based on the main anatomical structures of the TFC complex - namely tibia, fibula and talus-calcaneus bones at their interface, and some ligaments - different equivalent mechanisms with one-DoF have been shown. In fact, the particular approach presented allows the use of different valid solutions for the development of the sought for equivalent mechanism. Among these the proposed mechanism M3 is believed to have the elements which provide the best correspondence with the anatomical structures of the TFC complex during passive ankle flexion.

The next step of the presented work is the development of a mathematical model of the equivalent mechanism that will provide the relation between the independent variables of motion and the configuration of the mechanism.

Then the experimental validation will be necessary in order to prove if the mechanism can be an efficient model able to replicate both the passive motion and the main anatomical structures of the TFC complex.

REFERENCES

[1] Wilson, D., Feikes, J., and O'Connor, J., 1998. "Ligaments and articular contact guide passive knee flexion". *Journal of Biomechanics,* **31**, pp. 1127–1136.

[2] Leardini, A., O'Connor, J., Catani, F., and Giannini, S., 1999. "Kinematics of the human ankle complex in passive flexion; a single degree of freedom system". *Journal of Biomechanics,* **32**(2), pp. 111–118.

[3] Hurwitz, D. E., Foucher, K. C., and Andriacchi, T. P., 2003. “A new parametric approach for modeling hip forces during gait”. *Journal of Biomechanics,* **36**, pp. 113–119.

[4] Lewis, C. L., Sahrmann, S. A., and Moran, D. W., 2009. “Effect of position and alteration in synergist muscle force contribution on hip forces when performing hip strengthening exercises”. *Clinical Biomechanics,* **24**, pp. 35–42.

[5] Lenaerts, G., De Groote, F., Demeulenaere, B., Mulier, M., Van der Perre, G., Spaepen, A., and Jonkers, I., 2008. “Subject-specific hip geometry affects predicted hip joint contact forces during gait”. *Journal of Biomechanics,* **41**, pp. 1243–1252.

[6] Lenaerts, G., Bartels, W., Gelaude, F., Mulier, M., Spaepen, A., Van der Perre, G., and Jonkers, I., 2009. “Subject-specific hip geometry and hip joint centre location affects calculated contact forces at the hip during gait”. *Journal of Biomechanics,* **42**, pp. 1246–1251.

[7] Ipavec, M., Brand, R., Pedersen, D., Mavcic, B., Kralj-Iglic, V., and Iglic, A., 1999. “Mathematical modelling of stress in the hip during gait”. *Journal of Biomechanics,* **32**, pp. 1229–1235.

[8] Mavcic, B., Pompe, B., Antolic, V., Daniel, M., Iglic, A., and Kralj-Iglic, V., 2002. “Mathematical estimation of stress distribution in normal and dysplastic human hips”. *Journal of Orthopaedic Research,* **20**, pp. 1025–1030.

[9] The, B., Hosman, A., Kootstra, J., Kralj-Iglic, V., Flivik, G., Verdonschot, N., and Diercks, R., 2008. “Association between contact hip stress and rsa-measured wear rates in total hip arthroplasties of 31 patients”. *Journal of Biomechanics,* **41**, pp. 100–105.

[10] Anderson, A. E., Ellis, B. J., Maas, S. A., Peters, C. L., and Weiss, J. A., 2008. “Validation of finite element predictions of cartilage contact pressure in the human hip joint”. *Journal of Biomechanical Engineering,* **130**.

[11] Derler, S., Spierings, A., and Schmitt, K.-U., 2005. “Anatomical hip model for the mechanical testing of hip protectors”. *Medical Engineering and Physics,* **27**, pp. 475–485.

[12] Bei, Y., and Fregly, B. J., 2004. “Multibody dynamic simulation of knee contact mechanics”. *Medical Engineering and Physics,* **26**, pp. 777–789.

[13] Tumer, S., and Engin, A., 1993. “Three-body segment dynamic model of the human knee”. *Journal of Biomechanical Engineering,* **115**, pp. 350–356.

[14] Abdel-Rahman, E., and Hefzy, M., 1993. “A two-dimensional dynamic anatomical model of the human knee joint”. *Journal of Biomechanical Engineering,* **115**, pp. 357–365.

[15] Blankevoort, L., and Huiskes, R., 1996. “Validation of a three-dimensional model of the knee”. *Journal of Biomechanics,* **29**, pp. 955–961.

[16] Wilson, D. R., and O’Connor, J. J., 1997. “A three-dimensional geometric model of the knee for the study of joint forces in gait”. *Gait & Posture,* **5**, pp. 108–115.

[17] Parenti Castelli, V., and Di Gregorio, R., 2000. *Parallel mechanisms applied to the human knee passive motion simulation*. Kluwer Academic Publishers, Pirano-Portoroz, Slovenia, June, pp. 333–344.

[18] Di Gregorio, R., and Parenti-Castelli, V., 2003. “A spatial mechanism with higher pairs for modelling the human knee joint”. *Journal of Biomechanical Engineering,* **125**, pp. 232–237.

[19] Sancisi, N., and Parenti-Castelli, V., 2007. “A 1-dof parallel spherical wrist for the modelling of the knee passive motion”. In Proceedings of IFToMM 2007, 20th World Congress in Mechanism and Machine Science, pp. 1 1–6, Paper no. A94.

[20] Sancisi, N., and Parenti-Castelli, V., 2007. “A new 3d kinematic model of the patello-femoral joint during knee passive motion”. In Proceedings of AIMeTA 2007, pp. 1–12, Paper no. MA 5.1.

[21] Sancisi, N., and Parenti-Castelli, V., 2008. “A novel 3d parallel mechanism for the passive motion simulation of the patella-femur-tibia complex”. In Proceedings of the Second International Workshop on Fundamental Issues and Future Research Directions for Parallel Mechanisms and Manipulators.

[22] Heegaard, J., Leyvraz, P., Curnier, A., Rakotomananaa, L., and Huiskes, R., 1995. “The biomechanics of the human patella during passive knee flexion”. *Journal of Biomechanics,* **28**, pp. 1265–1279.

[23] Gill, H., and O’Connor, J., 1996. “Biarticulating two-dimensional computer model of the human patellofemoral joint”. *Clinical Biomechanics,* **11**, pp. 81–89.

[24] Donahue, T. L. H., Hull, M., Rashid, M. M., and Jacobs, C. R., 2002. “A finite element model of the human knee joint for the study of tibio-femoral contact”. *Journal of Biomechanical Engineering,* **124**, pp. 273–280.

[25] Ji, Z., Findley, T., Chaudhry, H., and Bruce, B., 2004. “Computational method to evaluate ankle postural stiffness with ground reaction forces”. *Journal of Rehabilitation Research and Development,* **41**, pp. 207–214.

[26] Pilkar, R. B., Moosbrugger, J. C., Bhatkar, V. V., Schilling, R. J., Storey, C. M., and Robinson, C. J., 2007. “A biomechanical model of human ankle angle changes arising from short perithreshold anterior translations of platform on which a subject stands”. In 29th Annual International Conference of IEEE-EMBS, pp. 4308–4311.

[27] Hansen, A. H., Childress, D. S., Miff, S. C., Gard, S. A., and Mesplay, K. P., 2004. “The human ankle during walking: implications for design of biomimetic ankle prostheses”. *Journal of Biomechanics,* **37**, pp. 1467–1474.

[28] Schepers, H. M., and Veltink, P. H., 2006. “Estimation of ankle moment using ambulatory measurement of ground reaction force and movement of foot and ankle”. In First IEEE/RAS-EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics, pp. 399–401.

[29] Schepers, H. M., Koopman, H., and Veltink, P. H., 2007. “Ambulatory assessment of ankle and foot dynamics”. In IEEE Transactions on Biomedical Engineering, pp. 895–90.

[30] Leardini, A., O’Connor, J., Catani, F., and Giannini, S., 1999. “A geometric model of the human ankle joint”. *Journal of Biomechanics,* **32**, pp. 585–591.

[31] Ledoux, W., Camacho, D., Ching, R., and Sangeorzan, B., 2000. “The development and validation of a computational foot and ankle model”. In Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology - Proceedings, Vol. 4, pp. 2899–2902.

[32] Di Gregorio, R., Parenti Castelli, V., O’Connor, J. J., and Leardini, A., 2004. “Equivalent spatial parallel mechanisms for the modelling of the ankle passive motion”. In ASME DETC 2004, 28th Biennial Mechanisms and Robotics Conference.

[33] Franci, R., and Parenti-Castelli, V., 2007. “A 5-5 one degree of freedom fully-parallel mechanism for the modelling of passive motion at the human ankle joint”. In Proceedings of ASME-IDETC/CIE 2007, International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering, pp. 1–8.

[34] Franci, R., and Parenti-Castelli, V., 2008. “A one-degree-of-freedom spherical wrist for the modelling of passive motion of the human ankle joint”. In Proceedings of IAK 2008, Conference on Interdisciplinary Applications of Kinematics, A. Kecskemethy, ed., pp. 1–13.

[35] Iida, F., Rummel, J., and Seyfarth, A., 2008. “Bipedal walking and running with spring-like biarticular muscles”. *Journal of Biomechanics,* **41**(3), pp. 656–667.

[36] Gnther, M., and Blickhan, R., 2002. “Joint stiffness of the ankle and the knee in running”. *Journal of Biomechanics,* **35**(11, Nov 1), Nov, pp. 1459–1474.

[37] Sasimontonkul, S., Bay, B. K., and Pavol, M. J., 2007. "Bone contact forces on the distal tibia during the stance phase of running". *Journal of Biomechanics,* **40**(15), pp. 3503–3509.

[38] Koopman, B., Grootenboer, H. J., and de Jongh, H. J., 1995. "Inverse dynamics model for the analysis, reconstruction and prediction of bipedal walking". *Journal of Biomechanics,* **28**(11), Nov, pp. 1369–1376.

[39] Neptune, R., Kautz, S., and Zajac, F., 2001. "Contributions of the individual ankle plantar flexors to support, forward progression and swing initiation during walking". *Journal of Biomechanics,* **34**(11), pp. 1387–1398.

[40] Meyer, A. R., Wang, M., Smith, P. A., and Harris, G. F., 2007. "Modeling initial contact dynamics during ambulation with dynamic simulation". *Medical and Biological Engineering and Computing,* **45**(4), April, pp. 387–394.

[41] Blajer, W., Dziewiecki, K., and Mazur, Z., 2007. "Multibody modeling of human body for the inverse dynamics analysis of sagittal plane movements". *Multibody System Dynamics,* **18**(2), Sept., pp. 217–232.

[42] Liacouras, P. C., and Wayne, J. S., 2007. "Computational modeling to predict mechanical function of joints: application to the lower leg with simulation of two cadaver studies". *Journal of Biomechanical Engineering,* **129**, December, pp. 811 – 817.

[43] Franci, R., Parenti Castelli, V., and Sancisi, N., 2008. "A three-step procedure for the modelling of human diarthrodial joints". In Proceedings of the RAAD2008, 17th International Workshop on Robotics in Alpe-Adria-Danube Region, September 15-17, 2008, Ancona, Italy.

[44] Krrholm, J., Hansson, L., and Selvik, G., 1985. "Mobility of the lateral malleolus". *Acta Orthopedica Scandinavica,* **56**, pp. 479–483.

[45] Ahl, T., Daln, N., Lundberg, A., and Selvik, G., 1987. "Mobility of the ankle mortise. a roentgen stereophotogrammetric analysis". *Acta Orthopedica Scandinavica,* **58**, pp. 401–402.

[46] Svensson, O. K., Lundberg, A., Walheirn, G., and Selvik, G., 1989. "In vivo fibular motions during various movements of the ankle". *Clinical Bioechanics,* **4**, pp. 155–160.

[47] Leardini, A., 2000. "Geometry and mechanics of the human ankle complex, and ankle prosthesis design". PhD thesis, University of Oxford.

[48] Beumer, A., Valstar, E. R., Garling, E. H., Niesing, R., Ranstam, J., Lfvenberg, R., and Swierstra, B. A., 2003. "Kinematics of the distal tibiofibular syndesmosis. radiostereometry in 11 normal ankles.". *Acta Orthopedica Scandinavica,* **74**(3), pp. 337–343.

[49] Arndt, A., Wolf, P., Liu, A., Nester, C., Stacoff, A., Jones, R., Lundgren, P., and Lundberg, A., 2007. "Intrinsic foot kinematics measured in vivo during the stance phase of slow running". *Journal of Biomechanics,* **40**(12), pp. 2672–2678.

[50] Bozkurt, M., Tonuk, E., Elhan, A., Tekdemir, I., and Doral, M. N., 2008. "Axial rotation and madiolateral translation of the fibula during passive plantarflexion". *Foot & Ankle International,* **29**, pp. 502–507.

[51] Kapandji, I., 2004. *Fisiologia articolare*, 5 ed., Vol. 2. Arto inferiore.

REALIZZAZIONE DI UNA MANO ROBOTICA ANTROPOMORFA RIVESTITA DI MATERIALE SOFFICE

Giovanni Berselli
Dipartimento di Ingegneria delle Costruzioni Meccaniche, Nucleari, Aeronautiche e di Metallurgia.
Università di Bologna.
E-mail: giovanni.berselli@unibo.it

Marco Piccini
Dipartimento di Ingegneria delle Costruzioni Meccaniche, Nucleari, Aeronautiche e di Metallurgia.
Università di Bologna.
E-mail: gabriele.vassura@unibo.it

Marco Brandi
Dipartimento di Ingegneria delle Costruzioni Meccaniche, Nucleari, Aeronautiche e di Metallurgia.
Università di Bologna.
E-mail: gabriele.vassura@unibo.it

Gabriele Vassura
Dipartimento di Ingegneria delle Costruzioni Meccaniche, Nucleari, Aeronautiche e di Metallurgia.
Università di Bologna.
E-mail: vincenzo.parenti@unibo.it

Sommario. *Si delineano le soluzioni progettuali adottate nella realizzazione di una mano robotica antropomorfa denominata UB-Hand IV. Dapprima si descrivono la struttura del sistema di trasmissione tendineo, la morfologia dei giunti e le tipologie di sensori utilizzate tuttora. In seguito si mostra come l'applicazione di una copertura in materiale soffice, omogeneo e di spessore compatibile con i vincoli dell'applicazione, generi un comportamento a deformazione piuttosto lontano da quello riscontrabile nei polpastrelli umani. Si propone quindi di modificare la rigidezza complessiva del rivestimento differenziandone la struttura, formata ancora da un unico materiale, ma divisa in uno strato esterno continuo ed uno interno discontinuo, il cui comportamento pu essere progettato mediante opportuno disegno delle cavit in esso distribuite. Risultati numerici e sperimentali confermano l'efficacia della soluzione proposta. Si mostra infine il primo prototipo di mano.*

Parole chiave: *mano robotica, rivestimento soffice, materiali iperelastici.*

1. INTRODUZIONE

Il costante interesse da parte della comunit scientifica e del mondo dell'industria verso dispositivi di presa ad elevata destrezza sottolineato dalla continua proposta di nuovi prototipi [1–3]. In particolare, grande rilievo assume la ricerca rivolta alla realizzazione di Mani Robotiche Antropomorfe (MRA) simili alla mano umana in termini di dimensioni e funzionalit. Gli esempi di progetto noti dalla letteratura sono numerosi, basati su approcci progettuali differenti e non sempre pienamente riusciti. Da un analisi sistematica dello stato dell'arte emergono due tendenze fondamentali: da un lato lo sviluppo di MRA *modulari* concepite come organi di presa/manipolazione da accoppiare a braccia robotiche di qualsivoglia tipologia [2, 4], dall'altro MRA *integrate* concepite come parti di un sistema composto da MRA, polso e avambraccio [5, 6].

La scelta di una linea guida rispetto all'altra influenza profondamente il progetto della mano. Dal punto di vista dell'applicazione industriale un'approccio modulare (e quindi organi di presa *stand-alone*) risulta preferibile. D'altro canto, il recente interesse verso robot umanoidi [7, 8], in grado di interagire direttamente con l'uomo, conduce alla necessit di integrare MRA in braccia robotiche anch'esse simili al modello biologico di riferimento. In quest'ottica, lo sviluppo simultaneo di un sistema mano-polso-avambraccio risulta tuttora promettente. E' necessario sottolineare che le caratteristiche funzionali delle MRA sviluppate finora sono ancora lontane in termini di destrezza effettiva da quelle possedute della mano umana. Risulta quindi pienamente giustificato uno sforzo teso al miglioramento dello stato dell'arte sia in termini di architettura generale di sistema che in termini di tecnologia realizzativa e di componentistica (es. sensori e attuatori).

Diverse linee guida possono definire le direzioni di ricerca: una di queste quella di ispirarsi direttamente alla struttura intrinseca della mano umana. Infatti, la riproduzione di modelli biologici [9, 10] pu presentare difficolt rilevanti ma, al contempo, pu fornire dei contributi fortemente innovativi. In particolare, la realizzazione di mani biomorfe certamente complicata dalle inadeguatezza di molte tecnologie disponibili ma tale limite non appare una motivazione sufficiente per bypassare i problemi utilizzando soluzioni facilmente disponibili ma non coerenti con la direzione progettuale prescelta. Un semplice esempio pu servire a chiarire chiarire questo punto; ben noto che l'utilizzo di pulegge e cuscinetti a rotolamento riduce notevolmente le problematiche di attrito (e quindi di controllo) nei meccanismi in cui si utilizza una trasmissione a tendini. Tuttavia una soluzione di questo tipo non congruente con la linea di ricerca prescelta.

Alla luce delle suddette considerazioni, l'obiettivo di questa memoria quello di presentare i principali aspetti relativi allo sviluppo di un prototipo di MRA denominata *UB-Hand IV* (UBH_{IV}) [1]. La UBH_{IV} si conforma alle seguenti linee guida progettuali:

- Struttura endoscheletrica modulare con strati soffici esterni a simulare epidermide ed ipoderma di dita e palmo (Fig. (1)).
- Utilizzo di attuazione remota (posta nell'avambraccio) e trasmissione a tendini avvolti su percorsi circolari ricavati direttamente nelle falangi (Fig. (1)). La problematica dell'attuazione non sar discussa in questa sede.
- Integrazione di un adeguato sistema sensoriale (i.e. sensori di forza per la misura della tensione dei tendini, sensori di posizione angolare montati sulle falangi, Fig. (2) [11]).

In riferimento alla prima problematica, l'impiego di strati in materiale soffice per rivestire organi strutturali di robot, come mani, braccia o gambe, si sta rapidamente diffondendo

[1] L'acronimo UBH_{IV} significa *University of Bologna Hand*, quarta versione.

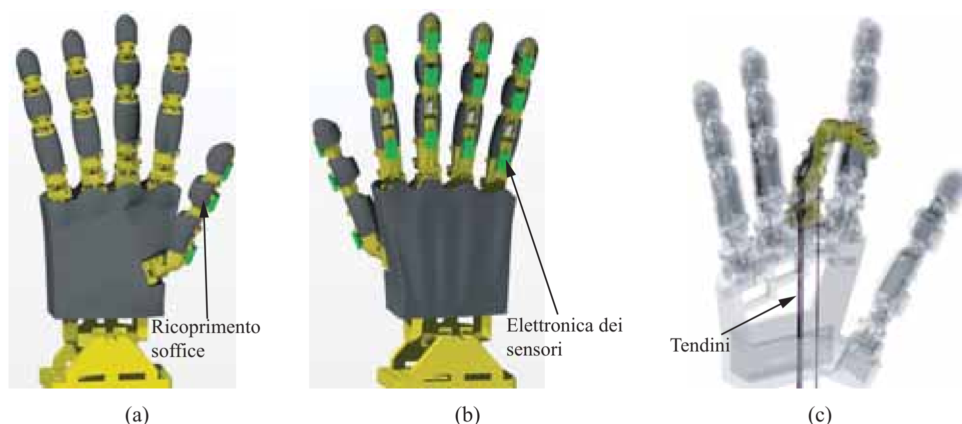


Figure 1: Sistema di trasmissione a tendini (a) e ricoprimento soffice della mano su falangi, palmo (b) e dorso (c)

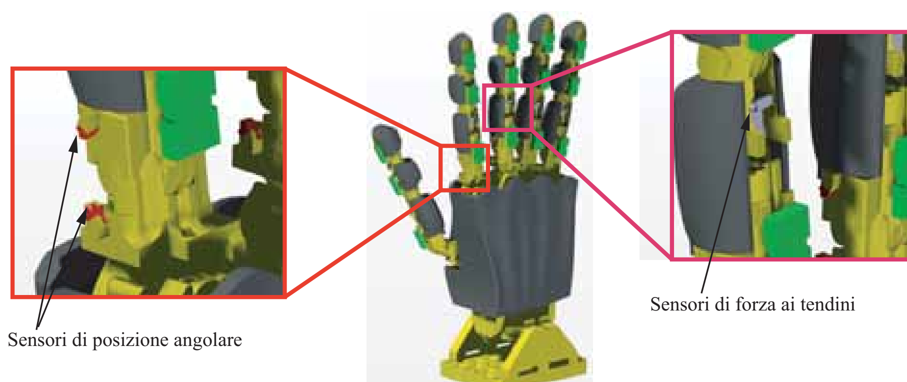
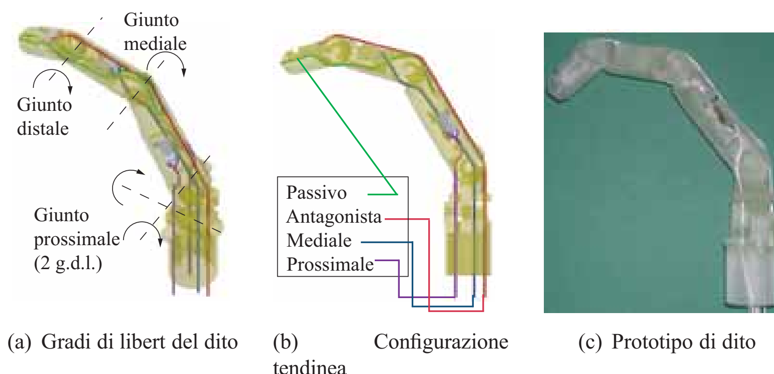


Figure 2: Integrazione di sensori di forza e sensori di posizione angolare [11].

principalmente per ragioni di accettazione da parte dell'uomo, di sicurezza nella interazione col mondo esterno e di funzionalit nello svolgimento dei compiti operativi. Dal punto di vista strettamente funzionale, la presenza di un adeguata cedevolezza superficiale pu influire grandemente sul risultato di operazioni di manipolazione, in cui la MRA realizza contatti multipli con oggetti esterni applicando ad essi forze e spostamenti controllati. Come ampiamente dimostrato in letteratura [12–14], la presenza di rivestimenti soffici ottiene l' effetto globale di un aumento della stabilit e della robustezza della presa a parit di forze applicate dall'organo robotico, principalmente a causa di un aumento dell'area di contatto e di una pi favorevole distribuzione delle pressioni di contatto. Nel caso di contatti con oggetti aventi irregolarit morfologiche (es. bordi, spigoli, piccole cavit) la deformazione locale dello strato soffice consente comunque di passare da situazioni singolari e critiche, caratterizzate da elevata instabilit e forte sensibilit ai disturbi, a situazioni pi "tranquille" in cui una buona efficacia di vincolamento comunque assicurata. Va inoltre aggiunto che la capacit di smorzamento di uno strato di materiale cedevole pu contribuire a stabilizzare il contatto anche in presenza di urti e vibrazioni. Entrando nel merito di quali siano le caratteristiche ideali di un



(a) Gradi di libert del dito (b) Configurazione tendinea (c) Prototipo di dito

Figure 3: Struttura del dito della UBH_{IV}

rivestimento soffice per organi robotici, occorre evitare generalizzazioni, in quanto le caratteristiche ottimali di cedevolezza dovranno essere messe in relazione alle funzioni prevalenti da svolgere. Un dito destinato alla manipolazione fine di piccoli oggetti richieder caratteristiche di deformabilit sotto carico diverse da quelle richieste per un altro organo, ad esempio l'avambraccio, in cui un rivestimento cedevole sar destinato prevalentemente a funzioni di protezione passiva. Nel seguito si far riferimento al caso delle dita della UBH_{IV}, ma i concetti proposti appaiono di applicabilit generale (vedi palmo ed, eventualmente, avambraccio).

2. BREVE DESCRIZIONE DELLA STRUTTURA DEL DITO

Configurazione tendinea

Similmente alla struttura biologica, le dita della UBH_{IV} sono catene articolate seriali a quattro gradi di libert (g.d.l.) (Fig. (3a)). Si utilizza un sistema di attuazione remota, posto nell'avambraccio, con trasmissione a mezzo di tendini flessibili avvolti su percorsi ricavati direttamente nelle falangi (Fig. (3b)). Il materiale prescelto per i tendini un cavo multifilamento di *Ultra High Modulus PolyEthylene* (UHMPE), venduto commercialmente col nome di *Dynema Fast-Flight*, di cui stata testata la capacit di raggiungere un minimo di 100000 cicli in operazioni di apertura/chiusura libera (i.e. assenza di forze esterne applicate alle'ultima falange). La configurazione tendinea scelta soddisfa i seguenti requisiti:

- realizzare una struttura di dito capace di equilibrare forze generalizzate applicate all'ultima falange in ogni direzione;
- minimizzare il numero di tendini (e di conseguenza di attuatori nell'avambraccio) al fine di semplificare sia la struttura meccanica che il controllo.

La soluzione adottata, visibile in Fig. (3b) e Fig. (3c) cosi composta:

- un tendine posizionato sulla parte posteriore del dito (*antagonista*) che realizza i movimenti di estensione;
- un tendine che vincola i giunti mediale e distale in analogia con la mano umana (*passivo*). Questo tendine non connesso ad alcun attuatore;
- un tendine flessore (*mediale*) che aziona il giunto mediale.
- due tendini (tendini *prossimali*), disposti simmetricamente, per l'attuazione dei due g.d.l. del giunto prossimale (flessione-estensione e adduzione-abduzione).

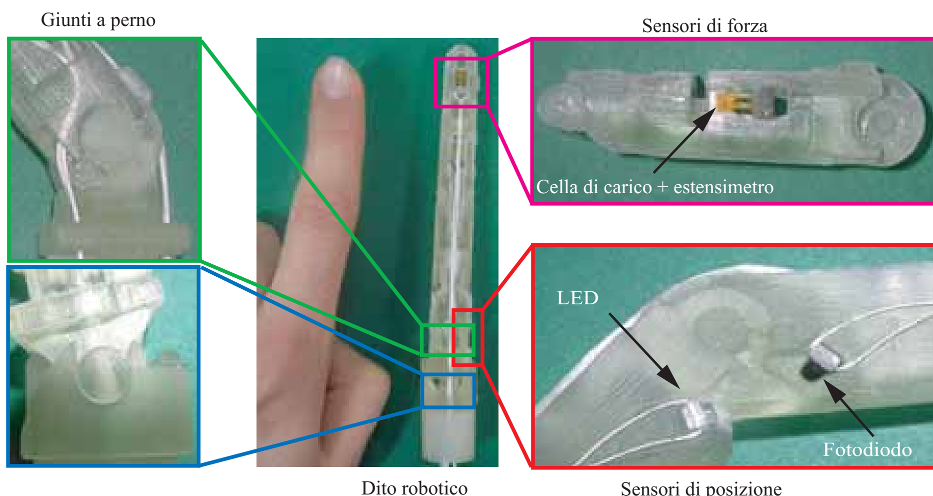


Figure 4: Dito della UBH_{IV}. Sensori di forza e posizione angolare

Disegno del giunto

La struttura interna del dito realizzata per mezzo di prototipazione rapida. L'obiettivo quello di raggiungere la massima integrazione possibile tra gli elementi strutturali al fine di minimizzare le procedure di assemblaggio. I prototipi sono realizzati in materiale plastico (*Fullcure 720* ($E = 2870MPa$, $\nu = 0.33$)) ed utilizzano giunti a perno ricavati direttamente nella falangi (Fig. (4)). Questa semplice soluzione progettuale risulta sufficientemente affidabile resistendo ad un minimo di 100000 cicli in operazioni di apertura/chiusura libera senza mostrare alcun cedimento. Si sta attualmente testando la possibilit di migliorare le caratteristiche del materiale plastico mediante infiltrazione ionica di metallo.

Apparato sensoriale

Al fine di controllare adeguatamente la UBH_{IV} ed ottenere un adeguato livello di destrezza stato impiegato un algoritmo che necessita come input dei valori delle posizioni angolari dei giunti e delle forze ai tendini in prossimit dei giunti stessi. I dettagli riguardanti l'algoritmo di controllo cosi come la realizzazione dei sensori sono reperibili in [11]. I sensori di posizione utilizzati sono delle coppie Led-Fotodiodo integrate nelle falangi (Fig. (4)). I sensori di forza utilizzati sono celle di carico estensimetriche appositamente progettate e fabbricate per l'applicazione in esame. L'elettronica per il condizionamento dei segnali (in fase di realizzazione) posta sul dorso del dito (Fig. (1b)).

3. PROGETTAZIONE DEL RIVESTIMENTO SOFFICE

La UBH_{IV} caratterizzata dall'utilizzo di un rivestimento soffice per falangi, dorso e palmo. In questa sede ci si concentra sul rivestimento soffice delle falangi.

Per introdurre gli obiettivi e le motivazioni del lavoro descritto in questa sezione utile esaminare i risultati della ricerca ormai consolidati in letteratura, relativi da un lato al comportamento di un dito umano sottoposto a deformazione statica, dall'altro al comportamento

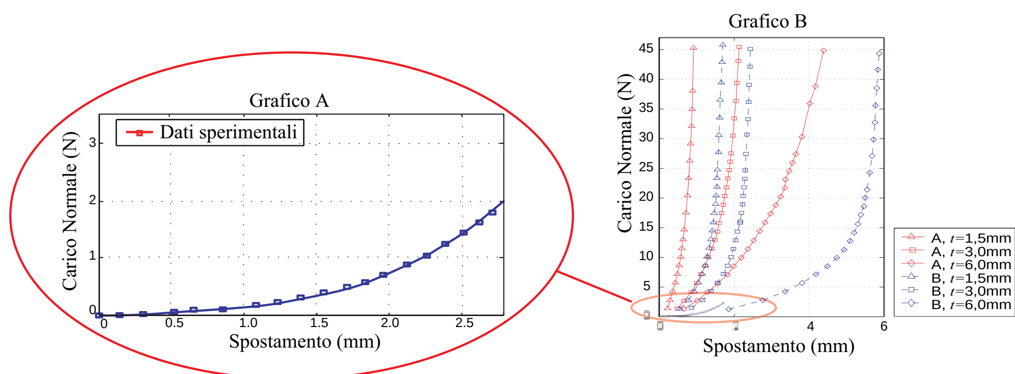


Figure 5: Curva carico-spostamento della prova a compressione: dito umano (grafico A), provini con rivestimento in gomma siliconica di diverso spessore e durezza (grafico B).

equivalente di polpastrelli (*fingertips*) robotici realizzati con strati di materiale omogeneo depositato su anime rigide che imitano la struttura interna del dito robotico. In Fig. (5), grafico A (tratta da [15]), riportato il carico normale generato in un polpastrello umano sottoposto a compressione in condizioni quasi statiche. In Fig. (5), grafico B (tratta da [16]), invece illustrato il corrispondente comportamento di *fingertip* emisferiche realizzate con gomme siliconiche di diversa durezza e diverso spessore. Dal confronto tra i due grafici risulta possibile affermare che comportamenti del *fingertip* artificiale paragonabili a quelli del modello biologico si possono ottenere solo attraverso l'adozione di materiali elastomerici con durezza molto bassa e/o con spessori del rivestimento decisamente elevati rispetto alle dimensioni nominali del *fingertip* stesso.

Entrambe le suddette soluzioni (i.e. basse durezze o alti spessori) creano problemi progettuali non trascurabili: se da un lato la scelta di materiali troppo teneri implica un decadimento delle propriet superficiali del polpastrello, compromettendone in particolare la resistenza all'usura ed alla lacerazione, dall'altro l'aumento dello spessore non pu essere accettabile oltre certi limiti, essendo vincolate sia le dimensioni massime esterne del *fingertip*, sia quelle minime interne della struttura rigida che deve alloggiare il sistema di trasmissione ed l'apparato sensoriale. L'obiettivo alla base di questo studio quindi l'ottenimento di rivestimenti soffici pi cedevoli rispetto alle soluzioni attuali a parit di durezza e spessore del rivestimento stesso. Sono state tentate con discreto successo soluzioni basate sull'impiego di strati in spugna di elastomero (Fig. (6)) ricoperte con pellicole superficiali di materiali flessibili, ma si sono rivelate ardue dal punto di vista della realizzazione tecnologica e poco controllabili dal punto di vista del progetto a rigidezza.

La soluzione qui proposta, chiamata dagli autori *Differentiated Layer Design* (DLD), propone l'impiego di un unico materiale elastico per l'intero rivestimento, che risulta costituito da uno strato esterno continuo e da uno strato interno discontinuo, opportunamente strutturato per modificarne la rigidezza apparente mediante l'inserimento di cavit di geometria e distribuzione opportunamente prescelte. Il materiale stato scelto in base a caratteristiche compatibili da un lato con le sollecitazioni dello strato superficiale, dall'altro con esigenze di fattibilit tecnologica. In particolare, vista l'elevata complessit morfologica richiesta, si pensato alla Prototipazione Rapida (Stereolitografia) come tecnologia base per applicare il



Figure 6: Prototipi di polpastrelli in spugna a diversi livelli di porosit.

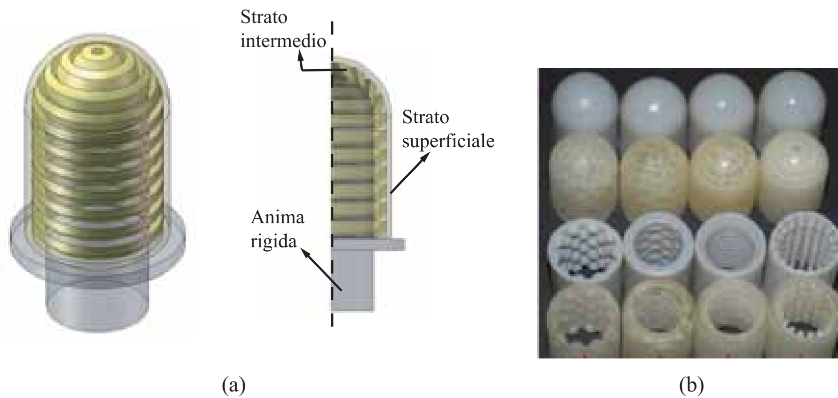
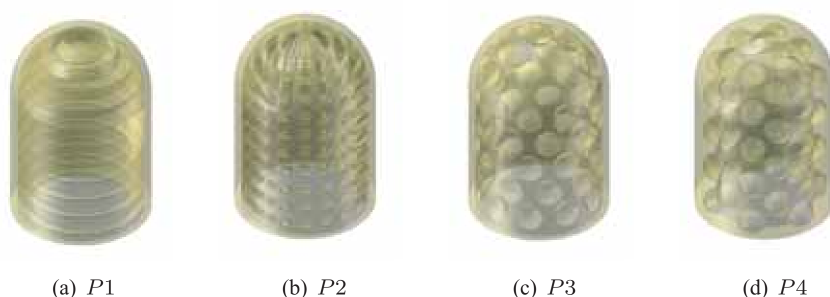


Figure 7: Rivestimento a strati differenziati (a), provini a DLD (b)

concetto di DLD. Il materiale impiegato un elastomero a polimerizzazione fotoaccelerata noto commercialmente come *Tango Plus*. In Fig. (7a) si riporta lo schematico di un provino a DLD, rivestito cio con due strati differenziati di materiale (strato intermedio e strato superficiale) avvolti attorno ad un'anima rigida, mentre in Fig. (7b) si riporta un set di prototipi realizzati in Stereolitografia. In questa memoria si presentano alcune morfologie adottabili nel disegno di *fingertips* robotici ed i relativi dati sperimentali in particolari condizioni di contatto (provini a calotta emisferica a contatto contro pareti rigide piane). L'interpretazione critica di tali dati conferma pienamente l'utilit pratica del DLD sia nella modifica del comportamento a deformazione di rivestimenti per organi robotici sia nel tentativo, tuttora in fase di sviluppo, di creare rivestimenti artificiali il cui comportamento si avvicini il pi possibile agli analoghi organi biologici.

4. PROGETTO E ANALISI SPERIMENTALE DI RIVESTIMENTI SOFFICI A STRUTTURAZIONE DIVERSIFICATA DEGLI STRATI

Per ottenere dei risultati direttamente comparabili con dati da letteratura, i provini sono stati dimensionati come in [16, 17]. Forma e ingombri sono compatibili con quelli di un dito umano (diametro dell'anima rigida di 14 mm, spessore totale del rivestimento soffice di 3 mm). Data la geometria del rivestimento superficiale ed il suo spessore globale, si sono ideate, sulla base della semplice intuizione, alcune morfologie per lo strato intermedio. In



(a) $P1$ (b) $P2$ (c) $P3$ (d) $P4$

Figure 8: Provini a DLD. Varianti morfologiche.

particolare, in questa sede si riportano le seguenti quattro morfologie (Fig. (8)):

1. Strato intermedio a sporgenze emisferiche equamente distanziate (provino $P1$, Fig. (8a)).

2. Strato intermedio a sporgenze emisferiche equamente distanziate (provino $P2$, Fig. (8b)).

3. Strato intermedio con "costole" equamente distanziate che connettono la strutture interna (rigida) allo strato esterno uniforme. Ogni costola risulta inclinata di 45° rispetto alla normale alla superficie esterna in modo tale che carichi normali agenti sulla superficie di contatto si traducano in carichi flettenti agenti sulle "costole" (provino $P3$, Fig. (8c)).

4. Strato intermedio con micro-travi equamente distanziate che connettono la strutture interna (rigida) allo strato esterno uniforme. Questa morfologia risulta dalla morfologia precedente ($P3$) interrompendo la continuit delle costole in senso circonferenziale (provino $P4$, Fig. (8d)).

Nel seguito, con $P5$ si indicher un provino a strato uniforme di 3 mm di spessore in cui non sono presenti vuoti. Il provino $P5$ viene preso come riferimento per la cedevolezza ottenibile con dato materiale (e quindi durezza) e dato spessore. Come sopra menzionato, il materiale utilizzato, *Tango Plus*, un elastomero a polimerizzazione fotoaccelerata le cui propriet meccaniche conosciute in letteratura riguardano: a) tensione di snervamento (1.50 MPa), b) allungamento a rottura (218%) c) durezza (27 Shore A). Tale materiale si pu considerare incomprimibile e presenta, in condizioni quasi statiche, un comportamento ottimamente approssimabile come iperelastico e isotropo. Infatti, nonostante la tecnica di Stereolitografia preveda la deposizione di strati di materiale con spessore di 0.016 mm [18], il comportamento a compressione di provini di geometria cubica ottenuti in *Tango Plus* non presenta sostanziali differenze al variare dell'orientamento del provino stesso (almeno per quanto riguarda l'intervallo di deformazioni considerato in questo lavoro).

Analisi sperimentale

Come gi commentato in una precedente memoria [19], un'investigazione approfondita delle propriet intrinseche di rivestimenti soffici richiede la determinazione di un numero molto ele-

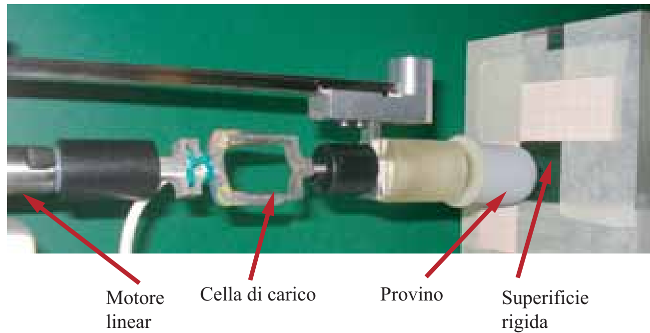


Figure 9: Strumentazione.

vato di parametri. Dal punto di vista della manipolazione, di primaria importanza (e assoluta necessit per operazioni controllate in forza) la conoscenza del comportamento di *fingertip* soggetti ad un carico normale ed in condizione di contatto con corpi di varia morfologia ed, eventualmente, rigidi. In particolare, in letteratura sono presenti numerosi lavori che analizzano il comportamento di provini emisferici soffici in condizione di contatto [20–22] contro pareti rigide piane. Lavori pi recenti trattano il comportamento di provini composti da un'anima rigida ed un rivestimento elastico o viscoelastico nelle stesse condizioni di carico [23]. In accordo con tali metodologie, le prove sperimentali svolte per convalidare il concetto di DLD sono state effettuate in condizioni di quasi staticit ed utilizzando provini emisferici a contatto con superfici rigide piane.

La strumentazione di prova (Fig. (9)) costituita da un motore elettrico lineare che comprende un sensore di posizione ad alta risoluzione, una cella di carico monoassiale ed un telaio rigido. E' stata adottata una procedura di prova che prevede l'incollaggio del rivestimento omogeneo sull'anima rigida (onde evitare slittamenti). Il provino cosi assemblato, rigidamente vincolato al movente del motore lineare, viene premuto contro la superficie rigida misurandone lo spostamento applicato ed il carico normale risultante. La superficie rigida (Fig. (9)) realizzata in Plexiglass (modulo di Young $E = 3000MPa$ e coefficiente di Poisson $\nu = 0.3$). Prima di eseguire ogni test la superficie rigida viene cosparsa di lubrificante. In Figura (10) si riporta la relazione sperimentale tra Spostamento (mm) e Carico normale (N) (Curva CS) per le quattro tipologie di polpastrelli presentate ($P1, P2, P3, P4$), per il polpastrello uniforme ($P5$) e per il polpastrello umano. Si pu osservare come tutti i provini presentino un tipico comportamento di *self-hardening* intensificato dalla presenza di un anima rigida ed alterato, a parit di spessore, dalla morfologia dello strato intermedio. Opportune strategie di controllo che permettono di utilizzare proficuamente questo tipo di comportamento vengono discusse in [23]. Il provino $P5$ mostra la rigidezza maggiore, seguito da $P2, P1, P3$ e $P4$ rispettivamente.

Commenti all'analisi sperimentale

Le prove sperimentali riportate nel precedente paragrafo dimostrano come il DLD sia un metodo efficiente e relativamente semplice per modificare il comportamento a deformazione di rivestimenti soffici per organi robotici (ed in particolari polpastrelli soffici per MRA). Com'era prevedibile, un incremento della percentuale di vuoti nello strato intermedio in-

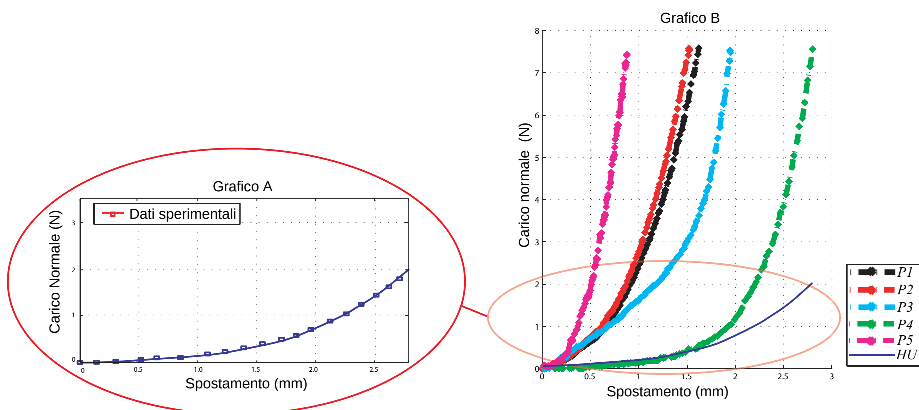


Figure 10: Curve CS per provini a DLD, per provino uniforme, per polpastrello umano (HU) [15].

crementa la cedevolezza del *fingertip* rendendo il suo comportamento molto simile a quello del polpastrello umano. Come mostrato in [17], la risposta di provini emisferici omogenei contenenti un'anima rigida pu essere riprodotta utilizzando un modello a parametri concentrati noto da letteratura e proposto per la prima volta da Li e Kao [22] (legge di potenza o *power law*). In accordo con tale modello, la relazione tra il carico normale, N, e lo spostamento, δ data da

$$N = \alpha\delta^{\beta} \quad (1)$$

dove α e β sono costanti dipendenti da materiale e geometria del provino. Un'analisi dei dati riportati in Fig. (10) mostra come i provini $P1, P2$ e $P5$ siano caratterizzati da curve CS dalla tipica forma esponenziale descritta da Eq. (1). Nel caso dei provini $P4$ e $P5$, ove le pareti che separano i vuoti interni sono soggette a carichi flettenti, l'effetto di aumento della cedevolezza risulta particolarmente evidente. I questi casi, le curve CS del provino possono essere concettualmente divise in due regioni: la prima, per piccoli spostamenti (o piccoli carichi imposti) in cui la curva FS risulta lineare e la seconda, per spostamenti (o carichi imposti) di maggiore intensit, in cui la curva CS presenta la caratteristica forma esponenziale. Tale risultato (confermato dall'analisi FEM, [19]) interpretabile supponendo un progressivo collasso delle strutture che compongono lo strato intermedio (i.e. costole o microtravi). A seguito del collasso e del conseguente contatto tra le superfici laterali delle costole o delle micro travi con le superfici dello strato esterno (uniforme) ed interno (rigido), il provino si comporter in maniera similare ad un provino a strutturazione omogenea riportando perci il classico comportamento di tipo *self-hardening*.

Il concetto di DLD stato utilizzato per il disegno dei polpastrelli della UBH_{IV}. La morfologia esterna dei polpastrelli differisce da quella riportata in Fig. (8) ma il concetto utilizzato per il disegno della struttura interna similare al polpastrello $P1$ (polpastrello a costole). L'adozione di questa filosofia progettuale ci permette di realizzare un rivestimento soffice il cui comportamento a deformazione similare a quello umano. In Figura (11) visibile

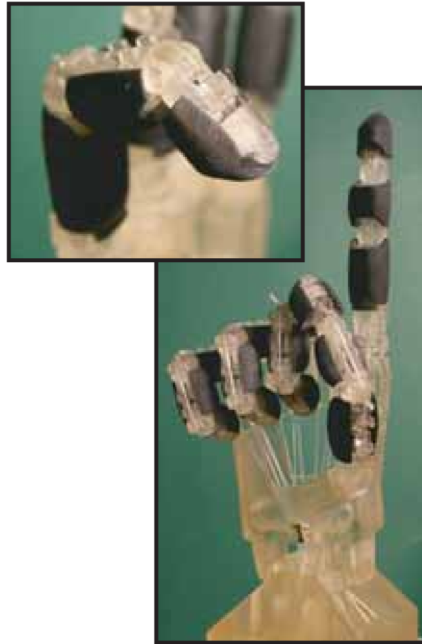


Figure 11: UBH_{IV}, MRA sviluppata nell'abito del progetto *Dexmart*. Si notano l'endoscheletro in materiale plastico di colore giallo, l'attuazione tendinea e il rivestimento soffice di colore nero progettato secondo la filosofia DLD

un prototipo parziale della UBH_{IV}, attualmente in fase di collaudo nell'ambito del progetto *Dexmart*. La progettazione di palmo e dorso (Fig. (1)) tuttora in corso.

5. CONCLUSIONI

In questa memoria sono state sintetizzate le linee guida relative allo sviluppo di una mano robotica antropomorfa denominata UB-Hand IV. Dopo una breve descrizione della struttura del sistema di trasmissione tendineo, della morfologia dei giunti e delle tipologie di sensori utilizzate tuttora, stato presentata una metodologia per modificare il comportamento a deformazione dei rivestimenti soffici della mano. Questa metodologia, denominata *Differentiated Layer Design* (DLD), consiste nello sviluppare un rivestimento multistrato composto da uno spessore esterno continuo e da uno spessore interno discontinuo caratterizzato da spazi opportunamente dimensionati e distanziati. Sono state presentate alcune tipologie di rivestimento dalla morfologia semplificata e ne stato esaminato il comportamento in condizione di contatto con una superficie rigida. L'interpretazione dei dati raccolti ha confermato la validit della soluzione DLD per modificare il comportamento a deformazione dei rivestimenti soffici della mano ed ha posto le basi per la creazione di rivestimenti il cui comportamento sia simile a quello degli organi biologici.

Ringraziamenti

Questa ricerca stata finanziata da *EC Seventh Framework Programme* (FP7) all'interno del progetto *DEXMART* (progetto n. 216239) e dal MIUR all'interno del PRIN2007CCRNFA-004 (*SICURA project*). Si ringraziano: Prof. Claudio Melchiorri, Ing. Gianluca Palli e Ing. Gianni Borhgesan.

BIBLIOGRAFIA

[1] Kaneko, K., Harada, K., and Kanehiro, F., 2007. "Development of multi-fingered hand for life-size humanoid robots". In Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, ICRA.

[2] Liu, H., Meusel, P., Hirzinger, G., Jin, M., Liu, Y., and Xie, Z., 2008. "The modular multisensory dlr-hit-hand: Hardware and software architecture". *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on,* **13**(4), Aug., pp. 461–469.

[3] Allen, P., and Raleigh, B., 2009. "Design of a low cost anthropomorphic robot hand for industrial applications". V. J. Segui, ed., Vol. 1181, AIP, pp. 693–703.

[4] Butterfass, J., Grebenstein, M., Liu, H., and Hirzinger, G., 2001. "DLR-Hand II: Next generation of a dextrous robot hand". In Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation.

[5] Lovchik, C., and Diftler, M., 1999. "The robonaut hand: a dexterous robot hand for space". In Robotics and Automation, 1999. Proceedings. 1999 IEEE International Conference on, Vol. 2, pp. 907–912 vol.2.

[6] Kochan, A., 2005. "Shadow delivers first hand.". *Industrial Robot: An International Journal,* **32**, pp. 15–16.

[7] Rodrguez, N. E. N., 2010. "Design issue of a new icub head sub-system". *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing,* **26**(2), pp. 119 – 129.

[8] "Humanoid technologies:".

[9] Stellin, G., 2008. "Bio-inspired design of sensors and mechanisms in humanoid robotics". PhD thesis, University of Tor Vergata, Roma.

[10] Ascari, L., Bertocchi, U., Corradi, P., Laschi, C., and Dario, P., 2009. "Bio-inspired grasp control in a robotic hand with massive sensorial input". *Biological Cybernetics,* **100**, pp. 109–128.

[11] Berselli, G., Borghesan, G., Brandi, M., Melchiorri, C., Natale, C., Palli, G., Pirozzi, S., and Vassura, G., 2009.. "Integrated mechatronic design for a new generation of robotic hands". *SYROCO, International IFAC Symposium on Robot Control, Gifu, Japan*, pp. 105–110.

[12] Cutkosky, M. R., Jourdain, J. M., and Wright, P. K., 1987. "Skin materials for robotic fingers". In Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, ICRA, Vol. 3, pp. 1649–1654.

[13] Cutkosky, M. R., and Wright, P. K., 1986. "Friction, Stability and the Design of Robotic Fingers". *The International Journal of Robotics Research,* **5**(4), pp. 20–37 vol.4.

[14] Shimoga, K., and Goldenberg, A., 1996. "Soft Robotic Fingertips: Part I: A Comparison of Construction Materials". *The International Journal of Robotics Research,* **15**(4), pp. 320–334.

[15] J.Z.Wu, R.G. Dong, W. S., and Rakheja, S., 2003. "Dynamic interaction between a fingerpad and a flat surface: experiments and analysis". *Medical Engineering and Physics,* **25**, pp. 397–406.

[16] Tiezzi, P., and Vassura, G., 2005. "Experimental analysis of soft fingertips with internal rigid core". In Proc. IEEE Int. Conf. on Advanced Robotics, ICAR, pp. 109–114.

[17] Berselli, G., and Vassura, G., 2009. "Differentiated layer design to modify the compliance of soft pads for robotic limbs". In Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation.

[18] Jacobs, P., and Reid, D., 1992. "Rapid prototyping and manufacturing: fundamentals of stereolitography". *Society of Manufacturing Engineering*.

[19] Piccinini, M., Berselli, G., Zucchelli, A., and Vassura, G., 2009.. "Predicting the compliance of soft fingertips with differentiated layer design: A numerical and experimental investigation.". *IEEE ICAR International Conference on Advanced Robotics, Munich, Germany*, pp. 1–6.

[20] Xydas, N., and Kao, I., 1999. "Modeling of contact mechanics and friction limit surface for soft fingers in robotics, with experimental results". *Int. Jour. of Robotic Research,* **18**(8), pp. 941–950.

[21] Xydas, N., Bhagavat, M., and Kao, I., 2000. "Study of soft-finger contact mechanics using finite elements analysis and experiments". Vol. 3, pp. 2179–2184 vol.3.

[22] Li, Y., and Kao, I., 2001. "A review of modeling of soft-contact fingers and stiffness control for dextrous manipulation in robotics". *Robotics and Automation, 2001. Proceedings 2001 ICRA. IEEE International Conference on,* **3**, pp. 3055–3060 vol.3.

[23] Biagiotti, L., Tiezzi, P., Melchiorri, C., and Vassura, G., 2004. "Modelling and controlling the compliance of a robotic hand with soft finger-pads". In IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, ICRA, Workshop on Multi-point Interaction in Robotics and Visrtual Reality.

A GEOMETRIC CHARACTERIZATION OF THE JACOBIAN FOR PLANAR AND SPHERICAL FULLY-PARALLEL MANIPULATORS

Carlo Innocenti
Department of Mechanical and Civil Engineering,
University of Modena and Reggio Emilia, Italy
E-mail: carlo.innocenti@unimore.it

Abstract. *The paper relates the determinant of the Jacobian matrix of planar and spherical in-parallel actuated manipulators to the measure of two elementary geometric entities that can be visually identified based on the manipulator configuration. Although these entities are virtually of the same kind for the two considered types of manipulators, their measures have to be combined in slightly different ways in order to obtain the determinant of the Jacobian matrix. The presented results are especially useful for the optimal dimensional synthesis of planar and spherical fully-parallel manipulators with a limited workspace.*

Keywords: *Jacobian, singularity, parallel manipulator, dimensional synthesis*

1. INTRODUCTION

The importance of identifying the geometrical conditions that are typical of a parallel manipulator at a singular configuration has long been recognized, as documented by the many contributions focused on the subject [1-15]. A parallel manipulator at a singular configuration is uncontrollable, hence understanding the geometrical features of singular configurations helps recognizing - and eschewing - them.

At a singular configuration, the Jacobian - i.e., the determinant of the Jacobian matrix - of a parallel manipulator vanishes. For any non-singular configuration, the absolute value of the Jacobian is often taken as a measure of the distance of the manipulator configuration from singularity. In loose terms, maximizing the absolute value of the Jacobian means minimizing both the sensitivity of the end-effector posture to the clearance in the manipulator's joints and the actuator reactions for a given external load on the end-effector.

Despite its potential usefulness, scant attention has been paid so far in the literature to the geometrical characterization of the Jacobian of parallel manipulators. Only in [4] has the Jacobian of a planar fully-parallel manipulator been provided with a geometrical meaning, subsequently exploited to identify the manipulator configurations that maximize the magnitude of the Jacobian.

This paper first presents a geometrical interpretation of the Jacobian of three-degree-of-freedom (3-dof) planar fully-parallel manipulators that is alternative - though equivalent - to the one provided in [4]. According to the interpretation here presented, the Jacobian equals the ratio between the area of a triangle and the radius of the circle circumscribed to the triangle, the involved triangle being defined by the axes of the three linear actuators.

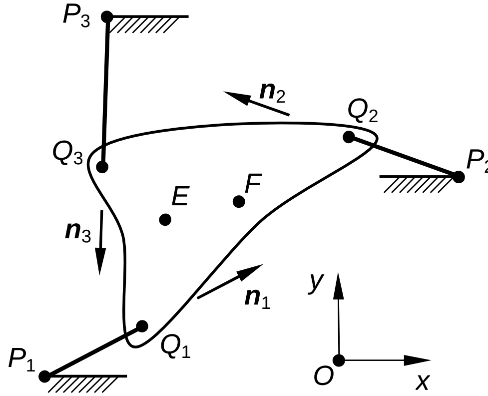


Figure 1. A planar fully-parallel manipulator.

Subsequently the paper proposes a geometrical characterization of the Jacobian of 3-dof spherical fully-parallel manipulators. Believed to be the first one ever presented, this characterization shares some features with the one here suggested for planar fully-parallel manipulators, because it too is based on the area of a (spherical) triangle and the (angular) radius of its circumscribed circle.

Finally the paper shows that the geometrical interpretation of the Jacobian of a spherical fully-parallel manipulator encompasses the one of a planar fully-parallel manipulator, as should rightly be the case since the latter is a special case of the former.

The presented results might come in handy while designing a planar or spherical fully-parallel manipulator with a limited workspace. In this instance, being able to predict the magnitude of the Jacobian in terms of the shape and size of a nearly-constant triangle greatly simplifies the correct selection of the attachment points of the actuators to base and platform, especially if dimensional constraints have to be taken into account.

2. PLANAR MANIPULATOR

A 3-dof planar fully-parallel manipulator is here considered with the movable platform $Q_1Q_2Q_3$ connected to the base $P_1P_2P_3$ by three variable-length linear actuators P_iQ_i, i=1,2,3 (see Fig. (1)). The length L_i of the generic linear actuator P_iQ_i is related to the position of the platform by the ensuing equation

$$L_i^2 = \left(Q_i - P_i\right)^2 \qquad \left(i = 1,2,3\right) \tag{1}$$

The Jacobian Matrix

Differentiation of Eqn. (1) for an observer fixed to the base leads to

$$dL_i = \frac{1}{L_i}\left(Q_i - P_i\right)\cdot\left[dE + d\vartheta\,\boldsymbol{k}\times\left(Q_i - E\right)\right] \tag{2}$$

In this equation, the infinitesimal displacement of point Q_i relative to the base is expressed in terms of the infinitesimal displacement dE of a reference point E of the platform (see Fig. (1)), together with the infinitesimal rotation angle $d\vartheta$ of the platform, positive if counterclockwise. Moreover, $\boldsymbol{k}$ is the unit vector orthogonal to the platform's plane of motion, pointed towards the reader in Fig. (1). The special case of a vanishing L_i is here neglected.

Rearrangement of the right-hand side of Eqn. (2) yields

$$dL_i = \boldsymbol{n}_i \cdot dE + (Q_i - E) \times \boldsymbol{n}_i \cdot \boldsymbol{k}\ d\vartheta \tag{3}$$

In Eqn. (3), $\boldsymbol{n}_i$ is a unit vector parallel to the axis of the i-th linear actuator, directed from point P_i to point Q_i.

In the sequel of this section, all vectors appearing in Eqns. (1-3) will be presumed as expressed by their three components in a Cartesian reference frame $Oxyz$ that has its xy-plane parallel to the platform's plane of motion (see Fig. (1)). Vectors $(Q_i - P_i)$, dE, and $\boldsymbol{n}_i$, which are parallel to the platform's plane of motion, have a null third component. Instead of dealing with such vectors as they are, it will be sometimes advantageous to handle their two-component counterparts, obtained from the original vectors by suppressing their (null) third component. A two-component vector derived in such a way from a three component vector $\boldsymbol{v}$ will be denoted by $\boldsymbol{v}^*$.

The three equations epitomized by Eqn. (3) can be collectively re-written as follows

$$d\mathbf{L} = \boldsymbol{J} \begin{pmatrix} dE^* \\ --- \\ d\vartheta \end{pmatrix} \tag{4}$$

where $\boldsymbol{J}$ is the ensuing 3×3 matrix

$$\boldsymbol{J} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{n}_1^{*T} & \vdots & (Q_1 - E) \times \boldsymbol{n}_1 \cdot \boldsymbol{k} \\ \boldsymbol{n}_2^{*T} & \vdots & (Q_2 - E) \times \boldsymbol{n}_2 \cdot \boldsymbol{k} \\ \boldsymbol{n}_3^{*T} & \vdots & (Q_3 - E) \times \boldsymbol{n}_3 \cdot \boldsymbol{k} \end{pmatrix} \tag{5}$$

In Eqn. (4), $d\mathbf{L}$ is a three-component column vector whose i-th component is dL_i, whereas matrix $\boldsymbol{J}$ is right-multiplied by a three-component column vector formed by the two-component column vector dE^* and scalar quantity $d\vartheta$.

In a similar way, the i-th row of matrix $\boldsymbol{J}$ (see Eqn. (5)) is obtained by appending the scalar quantity $(Q_i - E) \times \boldsymbol{n}_i \cdot \boldsymbol{k}$ to the two-component row vector $\boldsymbol{n}_i^{*T}$.

Matrix $\boldsymbol{J}$ defined by Eqn. (5) is the Jacobian matrix of the considered 3-dof planar fully-parallel manipulator. It depends - in addition to other factors - on the choice of the reference point E on the platform, as well as on the orientation of reference frame $Oxyz$ with respect to the manipulator base.

The Jacobian

The Jacobian, i.e., the determinant of the Jacobian matrix, is seemingly dependent upon the same entities that influence the Jacobian matrix. Actually, for the problem at hand, this is not entirely true. More specifically, the Jacobian is independent of both the choice of point E and the orientation of reference frame $Oxyz$, as will be proved hereafter.

If a different point F were chosen as the reference point on the platform (see Fig. (1)), the ensuing Jacobian matrix would result

$$\boldsymbol{J}' = \begin{pmatrix} \boldsymbol{n}_1^{*T} & (Q_1 - F)\times\boldsymbol{n}_1\cdot\boldsymbol{k} \\ \boldsymbol{n}_2^{*T} & (Q_2 - F)\times\boldsymbol{n}_2\cdot\boldsymbol{k} \\ \boldsymbol{n}_3^{*T} & (Q_3 - F)\times\boldsymbol{n}_3\cdot\boldsymbol{k} \end{pmatrix} \tag{6}$$

An equivalent expression for $\boldsymbol{J}'$ is

$$\boldsymbol{J}' = \begin{pmatrix} \boldsymbol{n}_1^{*T} & (Q_1 - E)\times\boldsymbol{n}_1\cdot\boldsymbol{k} + \boldsymbol{n}_1\cdot\boldsymbol{k}\times(E-F) \\ \boldsymbol{n}_2^{*T} & (Q_2 - E)\times\boldsymbol{n}_2\cdot\boldsymbol{k} + \boldsymbol{n}_2\cdot\boldsymbol{k}\times(E-F) \\ \boldsymbol{n}_3^{*T} & (Q_3 - E)\times\boldsymbol{n}_3\cdot\boldsymbol{k} + \boldsymbol{n}_3\cdot\boldsymbol{k}\times(E-F) \end{pmatrix} \tag{7}$$

Matrices $\boldsymbol{J}$ and $\boldsymbol{J}'$ differ in their third column only. A comparison between Eqns. (5) and (7) reveals that the third column of $\boldsymbol{J}'$ is equal to the third column of $\boldsymbol{J}$ plus a linear combination of the first two columns, the coefficients of this combination being the first two components of vector $\boldsymbol{k}\times(E–F)$. Therefore the ensuing condition holds

$$\det\boldsymbol{J}' = \det\boldsymbol{J} \tag{8}$$

which proves that the Jacobian of the considered manipulator does not depend on the choice of the reference point on the platform.

Thanks to the just found result, a geometrical interpretation of $\det\boldsymbol{J}$ can be easily obtained by choosing point E in such a way as to simplify as much as possible the expression for matrix $\boldsymbol{J}$. If point E is selected at the intersection of the axes of linear actuators 2 and 3 (point V_1 in Fig. (2)), then the ensuing expression for $\boldsymbol{J}$ is obtained

$$\boldsymbol{J} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{n}_1^{*T} & (Q_1 - V_1)\times\boldsymbol{n}_1\cdot\boldsymbol{k} \\ \boldsymbol{n}_2^{*T} & 0 \\ \boldsymbol{n}_3^{*T} & 0 \end{pmatrix} \tag{9}$$

The computation of the determinant of this matrix by the Laplace expansion along the first row leads to

$$\det\boldsymbol{J} = \left[(Q_1 - V_1)\times\boldsymbol{n}_1\cdot\boldsymbol{k}\right]\left(\boldsymbol{n}_2\times\boldsymbol{n}_3\cdot\boldsymbol{k}\right) \tag{10}$$

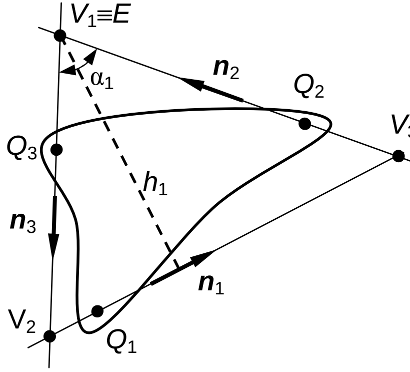


Figure 2. The triangle associated with the Jacobian.

The first box product on the right-hand side of Eqn. (10) is the moment of unit vector $\boldsymbol{n}_1$ - thought of as applied to point Q_1 - with respect to point V_1 (see Fig. (2)). Positive for the case of Fig. (2), it has as magnitude the height h_1 of triangle $V_1V_2V_3$ relative to side V_2V_3.

The second box product on the right-hand side of Eqn. (10) is the sine of the counterclockwise rotation angle that would make unit vector $\boldsymbol{n}_2$ parallel to unit vector $\boldsymbol{n}_3$. Its magnitude is the sine of angle α_1 of triangle $V_1V_2V_3$; it too is positive for the case of Fig. (2).

In addition to not depending on point E, the Jacobian does not depend on reference frame *Oxyz* either, as Eqn. (10) clearly reveals.

Geometric Interpretation of the Jacobian

Based on Eqn. (10) and the accompanying observations, the absolute value of the Jacobian is given by

$$\left|\det \boldsymbol{J}\right| = h_1 \sin \alpha_1 \tag{11}$$

(different expressions for $\left|\det \boldsymbol{J}\right|$ could be obtained by changing both indices on the right-hand side of Eqn. (11)).

However meaningful it is, Eqn. (11) still involves the shape and size of triangle $V_1V_2V_3$ in an unsymmetrical way because only one height and one angle are involved. An alternative expression for $\left|\det \boldsymbol{J}\right|$ can be found by multiplying and dividing the right-hand side of Eqn. (11) by a_1, the length of the side V_2V_3 of triangle $V_1V_2V_3$ (see Fig. (3))

$$\left|\det \boldsymbol{J}\right| = \frac{a_1 h_1}{\left(\dfrac{a_1}{\sin \alpha_1}\right)} \tag{12}$$

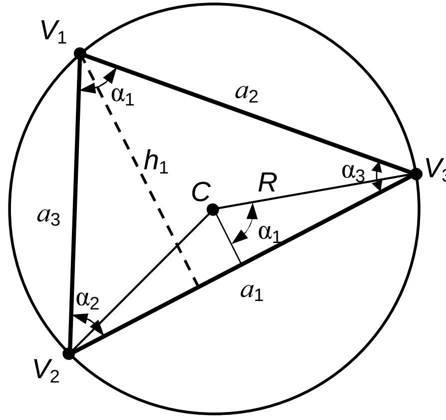


Figure 3. The triangle associated with the Jacobian and its circumscribed circle.

On the right-hand side of Eqn. (12), the numerator is twice the area A of triangle $V_1V_2V_3$, whereas the denominator is twice the radius R of the circle circumscribed to triangle $V_1V_2V_3$ (see Fig. (3), where C is the center of the circumscribed circle). Therefore the resulting expression for the magnitude of the Jacobian of the considered fully-parallel manipulator is

$$\left|\det \boldsymbol{J}\right| = \frac{A}{R} \qquad (13)$$

For a given manipulator at a given configuration, the sign of the Jacobian can be easily determined based on the sign of the two box products on the right-hand side of Eqn. (10). In turn, these are dependent - among other factors - upon the labeling of the three linear actuators.

3. SPHERICAL MANIPULATOR

The case of a 3-dof spherical fully-parallel manipulator is now considered. The manipulator consists of a movable platform that is oriented about a fixed point O (the center of the mechanism) by three actuators (see Fig. (4)). If the mechanism is intersected with a unit radius spherical surface centered at O, then the movable platform can be regarded as a movable unit radius spherical surface - with embedded points Q_1, Q_2, and Q_3 - that is superimposed on a fixed unit radius spherical surface - with embedded points P_1, P_2, and P_3. The actuators can be thought of as variable-length arcs of great circles (in Fig. (4), actuator P_1Q_1 has length equal to γ_1). Any actuator consists of two links interconnected by a revolute pair whose axis goes through point O and is orthogonal to the plane through points O, P_i, and Q_i (i=1,2,3). Each actuator is in turn attached to the manipulator base and platform by revolute joints whose axis are superimposed on segments OP_i and OQ_i respectively.

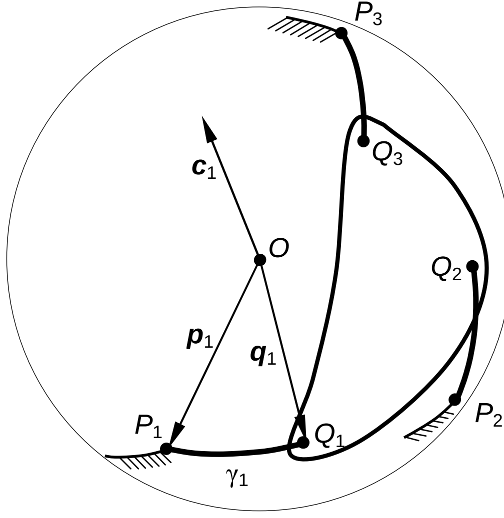


Figure 4. A spherical fully-parallel manipulator on a unit radius sphere.

The length γ_i of the *i*-th actuator is also the angle – in radians - between the sphere radii OP_i and OQ_i. If $\boldsymbol{p}_i$ and $\boldsymbol{q}_i$ are introduced as a shorthand notation for vectors $(P_i–O)$ and $(Q_i–O)$ respectively, then the ensuing relation holds

$$\cos\gamma_i = \boldsymbol{p}_i \cdot \boldsymbol{q}_i \qquad (i = 1,2,3) \tag{14}$$

The Jacobian Matrix

In order to determine the Jacobian matrix of the considered manipulator, Eqn. (14) is differentiated with respect to an observer fixed to the manipulator base

$$-\sin\gamma_i \, d\gamma_i = \boldsymbol{p}_i \cdot d\boldsymbol{q}_i \tag{15}$$

The infinitesimal variation $d\boldsymbol{q}_i$ of unit vector $\boldsymbol{q}_i$ can be expressed as follows in terms of the infinitesimal rotation vector $d\boldsymbol{\vartheta}$ of the platform

$$d\boldsymbol{q}_i = d\boldsymbol{\vartheta} \times \boldsymbol{q}_i \tag{16}$$

Insertion of Eqn. (16) into Eqn. (15) leads to

$$\sin\gamma_i \, d\gamma_i = \boldsymbol{p}_i \times \boldsymbol{q}_i \cdot d\boldsymbol{J} \tag{17}$$

The cross product $\boldsymbol{p}_i \times \boldsymbol{q}_i$ that appears on the right-hand side of Eqn. (17) is now provided with the ensuing expression

$$\boldsymbol{p}_i \times \boldsymbol{q}_i = \sin\gamma_i \; \boldsymbol{c}_i \tag{18}$$

where $\boldsymbol{c}_i$ is the unit vector orthogonal to the plane through points O, P_i, and Q_i (see Fig. (4)). (The special case of collinear points O, P_i, and Q_i is here neglected, i.e., $\sin \gamma_i \neq 0$ is assumed.) Either orientation for $\boldsymbol{c}_i$ is acceptable, provided that $\sin\gamma_i$ takes the corresponding sign in order to satisfy Eqn. (18).

Thanks to Eqn. (18), Eqn. (17) can be re-written as follows

$$d\gamma_i = \boldsymbol{c}_i \cdot d\boldsymbol{\vartheta} \tag{19}$$

The equations obtained from Eqn. (19) for i=1,2,3 are now collected in the ensuing vector relation

$$d\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{J} \; d\boldsymbol{\vartheta} \tag{20}$$

In this equation $d\boldsymbol{\gamma}$ is a three-dimensional vector that has $d\gamma_i$ as i-th component, $d\boldsymbol{\vartheta}$ is the infinitesimal rotation vector of the platform expressed by its components in an arbitrarily-selected reference frame $Oxyz$, and $\boldsymbol{J}$ is the ensuing 3×3 matrix

$$\boldsymbol{J} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{c}_1^T \\ \boldsymbol{c}_2^T \\ \boldsymbol{c}_3^T \end{pmatrix} \tag{21}$$

The i-th row of $\boldsymbol{J}$ contains the components of unit vector $\boldsymbol{c}_i$ in reference frame $Oxyz$ ($\boldsymbol{c}_i$ is considered as a column vector, which justifies the transposition operators in Eqn. (21)).

Matrix $\boldsymbol{J}$ provided by Eqn. (21) is the Jacobian matrix of the considered spherical manipulator.

The Jacobian

By switching back to vector notation, the determinant of matrix $\boldsymbol{J}$ (see Eqn. (21)) can be expressed in the ensuing form

$$\det \boldsymbol{J} = \boldsymbol{c}_1 \times \boldsymbol{c}_2 \cdot \boldsymbol{c}_3 \tag{22}$$

Equation (22) shows that the Jacobian of the considered manipulator depends exclusively on the relative placement of the unit vectors $\boldsymbol{c}_i$ (i=1,2,3) orthogonal to the planes that contain arcs γ_i.

Geometric Interpretation of the Jacobian

Arc γ_i belongs to a great circle that subdivides the unit radius sphere into two hemispheres, one of which is in the half-space pointed at by unit vector $\boldsymbol{c}_i$. The three great circles associated with arcs γ_i (i=1,2,3) together subdivide the unit radius sphere into eight (spherical) triangles. Only the spherical triangle at the intersection of the three hemispheres pointed at by unit vectors $\boldsymbol{c}_i$ (i=1,2,3) will be considered henceforth (see Fig. (5)).

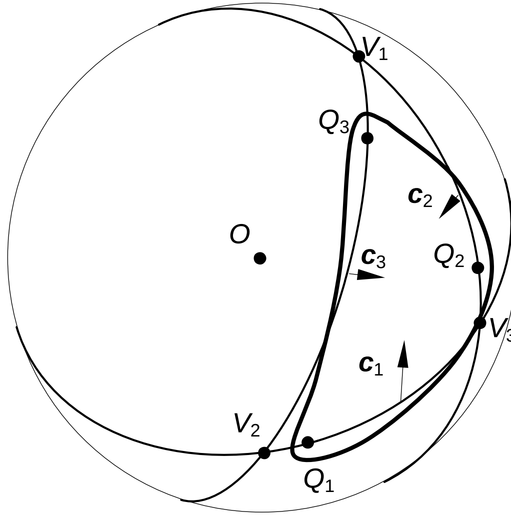


Figure 5. Selection of the spherical triangle.

Figure (6) shows the mentioned spherical triangle, together with its vertices V_i, angles α_i, and sides a_i (i=1,2,3).

The ensuing relations holds

$$\boldsymbol{c}_1 \times \boldsymbol{c}_2 = \sin\alpha_3 \ \boldsymbol{m}_3 \tag{23}$$

$$\boldsymbol{c}_2 \times \boldsymbol{c}_3 = \sin\alpha_1 \ \boldsymbol{m}_1 \tag{24}$$

where $\boldsymbol{m}_i$ is the following unit vector

$$\boldsymbol{m}_i = \pm\left(V_i - O\right) \qquad \left(i = 1,2,3\right) \tag{25}$$

Equation (25) is valid with the plus sign if the vertices of the spherical triangle happen to be numbered in the counterclockwise order (as in Fig. (6)), otherwise the minus sign must be selected.

Side-by-side cross multiplication of Eqns. (23) and (24) leads to

$$\left(\boldsymbol{c}_1 \times \boldsymbol{c}_2\right) \times \left(\boldsymbol{c}_2 \times \boldsymbol{c}_3\right) = \sin\alpha_1 \sin\alpha_3 \ \boldsymbol{m}_3 \times \boldsymbol{m}_1 \tag{26}$$

The left-hand side of this equation can be regarded as a double cross product among vectors $(\boldsymbol{c}_1 \times \boldsymbol{c}_2)$, $\boldsymbol{c}_2$, and $\boldsymbol{c}_3$. It reduces to $[(\boldsymbol{c}_1 \times \boldsymbol{c}_2) \cdot \boldsymbol{c}_3]\ \boldsymbol{c}_2$.

As for the cross product on the right-hand side of Eqn. (26), it can be expressed in the ensuing form

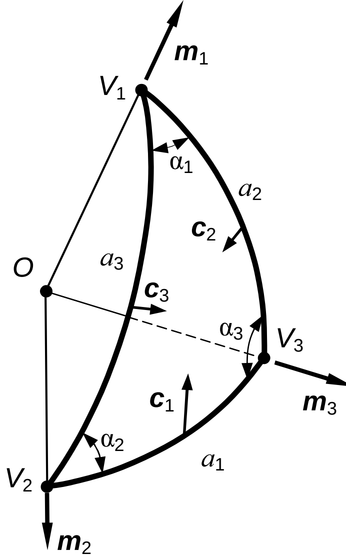


Figure 6. The parameters of the considered spherical triangle.

$$\boldsymbol{m}_3 \times \boldsymbol{m}_1 = \pm \sin a_2 \; \boldsymbol{c}_2 \tag{27}$$

(again, the upper sign is valid if the vertices of the spherical triangle are numbered as in Fig. (6)).

Consequently Eqn. (26) can be re-written as follows

$$\left[(\boldsymbol{c}_1 \times \boldsymbol{c}_2) \cdot \boldsymbol{c}_3 \right] \boldsymbol{c}_2 = \pm \sin \alpha_1 \sin \alpha_3 \; \sin a_2 \; \boldsymbol{c}_2 \tag{28}$$

Dot multiplication of both sides of Eqn. (26) by unit vector $\boldsymbol{c}_2$ yields - together with Eqn. (22) - the ensuing expression for the Jacobian in terms of the geometry of the considered spherical triangle

$$\det \boldsymbol{J} = \pm \sin \alpha_1 \sin \alpha_3 \sin a_2 \tag{29}$$

The selection of the proper sign in front of the right-hand side of this equation is carried out in the same manner as for Eqns. (25) and (27). Expressions of the Jacobian equivalent to Eqn. (29) could be obtained by index rotation.

Equation (29) relates the Jacobian of the considered manipulator to some geometric parameters of the associated spherical triangle. Unfortunately its lack of symmetry translates into a difficult appreciation of the magnitude of $\det \boldsymbol{J}$, if based on visualization of the involved spherical triangle. An alternative, more eloquent expression for the Jacobian can be determined as follows.

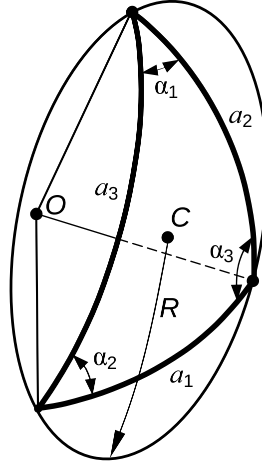


Figure 7. The considered spherical triangle and its circumscribed circle.

At first, the ensuing known relation of spherical trigonometry - valid for any spherical triangle, hence for the triangle in Fig. (6) too - is considered ([16], p. 25)

$$\sin a_i \sin \alpha_j \sin \alpha_k = 2N \qquad (i, j, k = 1,2,3;\ i \neq j;\ j \neq k;\ k \neq i) \tag{30}$$

where

$$N = \sqrt{-\cos S \cos(S - \alpha_1)\cos(S - \alpha_2)\cos(S - \alpha_3)} \tag{31}$$

and S is the half-sum of the angles of the spherical triangle.

As is known, the sum of the angles of a triangle drawn on a unit radius sphere, when expressed in radians, exceeds π by the area A of the triangle. Therefore the following relation holds

$$S = \frac{\pi + A}{2} \tag{32}$$

Another useful relation of spherical trigonometry links the angular radius R of the circle circumscribed to a spherical triangle (see Fig. (7)) to quantities S and N ([16], p. 67)

$$\tan R = -\frac{\cos S}{N} \tag{33}$$

At this point, the tools for providing the absolute value of the Jacobian with an expressive geometric interpretation are all laid down. From Eqns. (29) and (30) the ensuing relation can be derived

$$\left|\det \boldsymbol{J}\right| = 2N \tag{34}$$

Insertion into Eqn. (34) of the expression for N drawn from Eqn. (33) yields

$$\left|\det \boldsymbol{J}\right| = -2\frac{\cos S}{\tan R} \tag{35}$$

Finally, replacement into Eqn. (35) of the expression for S provided by Eqn. (32) results into

$$\left|\det \boldsymbol{J}\right| = 2\frac{\sin \frac{A}{2}}{\tan R} \tag{36}$$

Equation (36) shows that the magnitude of the Jacobian of the considered spherical fully-parallel manipulator depends on two geometric parameters only: the angular circumradius and the area of the spherical triangle drawn on a unit radius sphere by extending the arcs that represent the manipulator actuators.

The sign of the Jacobian is positive if the vertices of the considered spherical triangle are numbered in the same sequence as in Fig. (6), negative in the opposite case.

4. REMARKS

The expressions in Eqns. (13) and (36) for the absolute value of the Jacobian of 3-dof fully-parallel planar and, respectively, spherical manipulators are similar. This is not a coincidence, since a planar mechanism is a special case of a spherical mechanism.

A quick check of the correctness of this supposition can be carried out by noting that the spherical manipulator shown in Fig. (4) tends to a planar manipulator of the type shown in Fig. (1) if points P_i and Q_i (i=1,2,3) are clustered on an infinitesimal portion of the unit radius sphere. If such a nearly-planar manipulator is far from a singular configuration, the spherical triangle $V_1V_2V_3$ has infinitesimal sides too, together with infinitesimal area and circumscribed circle. Since the sine and tangent functions are approximated by the identity function if their arguments (in radians) are infinitesimal, the right-hand side of Eqn. (36) reduces to the right-hand side of Eqn. (13).

A more in-depth comparison of the Jacobian of planar and spherical fully-parallel manipulators should address the different meaning of the Jacobian matrices of the two considered types of mechanisms: on the left-hand side of Eqn. (4) there is a vector of lengths, whereas on the left-hand side of Eqn. (20) there is a vector of angles. Moreover, some components of the vector that right-multiplies matrix $\boldsymbol{J}$ in Eqn. (4) are lengths, whereas vector $d\boldsymbol{\vartheta}$ in Eqn. (20) consists of angles only. The details of such a comparative analysis are left to the reader.

5. CONCLUSIONS

The paper has proposed new characterizations for the determinant of the Jacobian matrix of 3-dof planar and spherical fully-parallel manipulators. The interpretation of the Jacobian of the planar manipulators is formally different from - though substantially equivalent to - the

one available in the literature, whereas no previous characterization existed for the Jacobian of spherical manipulators.

The similarities of the two proposed characterizations have been pointed out and justified. The presented result can find application in the dimensional synthesis of 3-dof planar and spherical fully-parallel manipulators whenever the magnitude of their Jacobian has to be maximized in the neighborhood of a given end-effector position.

Acknowledgement

Professor Vincenzo Parenti Castelli's mention of a contribution pivotal to the ensuing references list is gratefully acknowledged.

REFERENCES

[1] Ma, O., and Angeles, J., 1991. "Architecture Singularities of Platform Manipulators". *Proc. of the 1991 IEEE Int. Conference on Robotics and Automation*, Sacramento, CA, pp. 1542-1547.

[2] Merlet, J.P., 1992. “Singular Configurations of Parallel Manipulators and Grassmann Geometry”. *The Int. Journal of Robotics Research*, **8**(5), pp. 45-56.

[3] Mohammadi Daniali, H.R., Zsombor-Murray, P.J., and Angeles, J., 1995. "Singularity Analysis of Planar Parallel Manipulators". *Mechanism and Machine Theory,* **30**(5), pp. 665-678.

[4] Lee, J., Duffy, J., and Keler, M., 1996. "The Optimum Quality Index for the Stability of In-Parallel Planar Platform Devices". *Proc. of the 1996 ASME Design Engineering Technical Conferences and Computers in Engineering Conference, Aug. 18-22, Irvine, CA, USA*, paper No. 96-DETC/MECH-1135.

[5] Hao, F., and McCarthy, J.M., 1998. "Conditions for Line-Based Singularities in Spatial Platform Manipulators". *Journal of Robotic Systems*, **15**(1), pp. 43-55.

[6] Tsai, L.-W., 1999. *Robot Analysis*. John Wiley & Sons, ISBN 0-471-32593-7.

[7] Karger, A., 2001. "Singularities and Self-Motion of Equiform Platforms". *Mechanism and Machine Theory*, **36**, pp. 801-815.

[8] Downing, D.M., Samuel, A.E., and Hunt, K.H., 2002. “Identification of the Special Configurations of the Octahedral Manipulator Using the Pure Condition”, *The Int. Journal of Robotics Research*, **21**(2), pp. 147-160.

[9] Karger, A., 2003. "Architecture Singular Planar Parallel Manipulators". *Mechanism and Machine Theory*, **38**, pp. 1149-1164.

[10] Liu, G., Lou, Y., and Li, Z., 2003. “Singularities of Parallel Manipulators: A Geometric Treatment”. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, **19**(4), pp. 579-594.

[11] Wen, J.T., and O’Brien, J.F., 2003. "Singularities in Three-Legged Platform-Type Parallel Mechanisms". *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, **19**(4), pp. 720-726.

[12] Wolf, A., and Shoham, M., 2003. “Investigation of Parallel Manipulators Using Linear Complex Approximation”. *Trans. ASME Journal of Mechanical Design*, **125**(3), pp. 564-572.

[13] Di Gregorio, R., 2005. "Forward Problem Singularities in Parallel Manipulators Which Generate SX–YS–ZS Structures". *Mechanism and Machine Theory*, **40**, pp. 600-612.

[14] Ben-Horin, P., and Shoham, M., 2006. "Singularity Analysis of a Class of Parallel Robots Based on Grassmann–Cayley Algebra". *Mechanism and Machine Theory*, **41**, pp. 958-970.

[15] Karger, A., 2007. "Architecturally Singular Non-Planar Parallel Manipulators". *Mechanism and Machine Theory*, **43**, pp. 335-346.

[16] Todhunter I., 1886. *Spherical Trigonometry*, 5th ed.. Macmillan and Co..

INDICE DEGLI AUTORI